

O Transcendental Geométrico e a Percepto-Cognição

Sílvio Filipe Varela de Sousa

Tese de Doutoramento em Filosofia

Outubro de 2016

Dissertação apresentada para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Doutor em Filosofia, realizada sob a orientação científica da Prof.^a Dr.^a Maria Filomena Molder e a co-orientação da Prof.^a Dr.^a Olga Pombo.

Apoio financeiro da FCT através da bolsa SFRH/BD/60471/2009

em memória de

Januário Gomes Varela (1927-2013)

cujo embalo certo me adormecia

pois quem sabe de antemão sabia

que por ele entregaria o óbolo ao barqueiro

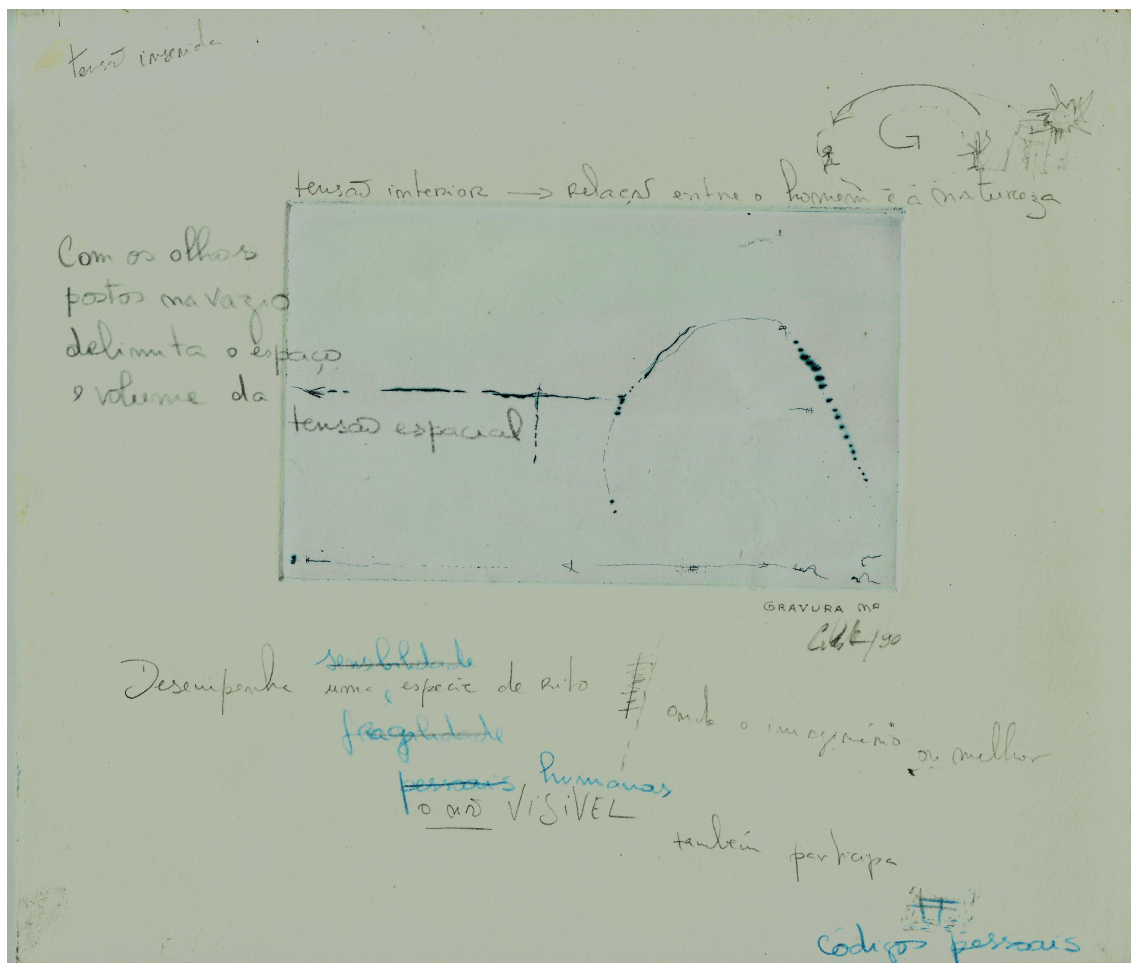
Não voltarei a dividir

As aves – o canto e as asas –

Para encontrar o peso exacto

Do corpo que se eleva

Daniel Faria, Labirinto I



Celeste Jorge Hubert, s/ título, 1990.

Prova para gravura, 25x22cms.

AGRADECIMENTOS

Maria Filomena Molder

Olga Pombo

Centro de Filosofia das Ciências da Universidade de Lisboa

Fundação para a Ciência e para a Tecnologia

Adalgisa Duarte. Alzira Albuquerque. António Maneira. Alice Silva. António “Toneca” Silva (1938-2016). Augusto Franco de Oliveira. Carla Venâncio. Carlos Martins. Celeste Jorge Hubert. Conceição Peres. Diana Soeiro. Elisabete Padilha. Fernanda Augusto. Fernando Costa. Gaelle Jones. Gil Costa Santos. Irving Biederman. Isabel Serra. Jean Petitot. Joana Ribeiro Silva. João Mendes. João Paulo Padilha. João Peres. João Pedro Fernandes. João Pedro von Hafe. José Croca. José Maneira. Katherine Sirois. Laura Padilha. Luciano Boi. Luísa Couto Soares. Manuela Cordeiro. Margarida Balula. Maria Sales. Mário Ferreira. Miguel Ângelo. Miguel Marto. Nuno Fonseca. Nuno Proença. Pedro Miguel Marques. Philippe Hubert. Rita Peres. Sofia Silva. Tânia Casanova. Teresa Guarda. Vítor Gens.

Andrea Richter. Alexandra Van-Quynh. Luís Peres.

María de Paz*. Martin Smensgård.

Nuno Jerónimo*. Nuno Quintas. Pedro Miguel Augusto.

Silvia Di Marco*. Sofia Vaz Martinho.

Mãe. Taleta. Pai. Nuno. Miguel. Dida.

* «¡Qué felicidad! ¡Oh, qué felicidad! Gracias, Dios mío, por darme a don Pedro» Y añadió: «Aunque después me aborrezca.» Juan Rulfo, *Pedro Páramo*.

O TRANSCENDENTAL GEOMÉTRICO E A PERCEPTO-COGNIÇÃO

SÍLVIO FILIPE VARELA DE SOUSA

RESUMO

Esta dissertação devota-se a um duplo problema: o primeiro, reconsiderar a hipótese de um pensamento sobre o campo transcendental que prepara o conhecimento geométrico; através dessa concepção, no segundo, procura religar a geometria com a percepto-cognição humana, mais particularmente no campo da visão, não apenas como linguagem de modelizações, mas apurando pedras-de-toque para defender a sua intrínseca presença e laboração nos mecanismos percepto-cognitivos humanos.

Reconsiderar o aspecto transcendental da geometria corresponde ao esforço de aprofundar a inteligibilidade das suas marcas mais decisivas: universalidade, supratemporalidade, apodicticidade, enfim, o assentimento comum que lhe é dado por todos os povos, em todos os tempos. Tais aspectos são analisados a partir de dois pensadores que, indirectamente, esboçaram relevantes programas para o transcendental geométrico: Michel Serres e Edmund Husserl. Serres oferece pedras-de-toque para repensar um logos do universo, uma inteligência intrínseca ao seu tecido, que se apreende em relações e vínculos estruturais invariantes entre os mais distintos elementos e que se torna manifesta em vários campos da prática humana. Esta inteligibilidade universal tem marcas próprias que abrem para o seu aspecto transcendental: não tem sujeito, nasce num espaço indefinido de confluências filtradas, goza de uma temporalidade peculiar e convoca o raciocínio puro com uma lógica e autonomia sem paralelo noutros saberes. Husserl oferece pedras-de-toque para reconsiderar a intimidade entre a consciência pura e o saber geométrico, estudando o corpo das suas formações históricas, sua tradição e condições de transmissão, a formação das suas idealidades e, sobretudo, as condições lógicas que provêm ao sentido de cada formação geométrica. No esforço de dar a estes pensamentos sistematicidade e colocando a ênfase no seu horizonte transcendental, desenha-se um quadro de condições para repensar o transcendental geométrico e a actividade cognitiva humana através do sistema co-natural em que ambos se entrelaçam.

É essa concepção que abre para o estudo do segundo problema. Se o objectivo é religar

o transcendental geométrico e a percepto-cognição, Platão foi o primeiro pensador a investigar o carácter transcendental da geometria e as relações que estabelece com o humano: com a experiência do espaço, a afecção sensorial, a formação de conceitos, e o entrelaçamento entre sensível e inteligível na corporeidade do mundo. Porém, só com Immanuel Kant se desenha um verdadeiro projecto de vinculação do transcendental geométrico à percepto-cognição. Como tese, defendemos e sustentamos que Kant concebeu essa vinculação na teoria do esquematismo, a partir da ideia de que a percepto-cognição empírica assentava em esquematizações cuja matriz era geométrica. Esta concepção, apenas sugerida, foi todavia abandonada por Kant. Ora, aqui procuramos esclarecer as matrizes de uma esquematização geométrica para os conceitos empíricos, e convocar a sua teoria da afinidade para a cognição e para o sistema do conhecimento a partir de aberturas no pensamento contemporâneo que, indirectamente, prolongam, enriquecem e reactualizam o projecto kantiano. Através dos projectos teóricos de Irving Biederman e Peter Gärdenfors consolidam-se ideias decisivas: com Biederman, que é possível pensar o reconhecimento de conceitos empíricos através de modelos geométricos e, mais importantemente, que na constituição desse projecto se surpreende, ao nível neuronal, uma intimidade entre o perceber e os princípios do geometrizar; com Gärdenfors, que o sistema do conhecimento é, tal como Kant o compreendeu, um sistema de afinidades, de similaridades, e todo o esforço é compreender como pode a geometria traduzir esse sistema. Mas há dificuldades nos dois projectos, curiosamente as dificuldades que terão levado Kant a abandoná-lo.

PALAVRAS-CHAVE: Geometria, Percepção, Cognição, Percepto-cognição, Transcendental, Michel Serres, Edmund Husserl, Platão, Immanuel Kant, Irving Biederman, Peter Gärdenfors, Esquematismo.

GEOMETRIC TRANSCENDENTAL AND PERCEPTO-COGNITION

ABSTRACT

This dissertation is devoted to a double problem: first, to reconsider the possibility of a thought on the transcendental field which prepares geometric knowledge; through that conception, the second aims at reconnecting geometry with human percepto-cognition, particularly in the field of vision, not only as a modeling language, but seeking touchstones to advocate its intrinsic presence and labour in human percepto-cognitive mechanisms.

To rethink the transcendental features of geometry corresponds to the effort of deepening the intelligibility of its crucial marks: universality, supra-temporality, apodicticity – the common assent given to it by all people, throughout times. These features are considered through two thinkers who indirectly outlined relevant programs to the geometric transcendental: Michel Serres and Edmund Husserl. Serres provides us touchstones to rethink a logos of the universe, an intelligence intrinsic to its fabric, apprehended in relationships and structurally invariant links between the most diverse elements, manifesting itself in several fields of human practice. This universal intelligibility has its own marks, which open to its transcendental features: it has no subject, arises from an undefined space of filtered confluences, has a peculiar temporality and calls for pure reasoning with a logic and autonomy unparalleled in other fields of knowledge. Husserl offers touchstones to reconsider the intimacy between pure consciousness and geometric knowledge, by studying the body of its historical formations, its tradition and means of transmission, the formation of its idealities and, above all, the conditions that give meaning to each geometric formation. In the effort to render these thoughts systematic and by placing the emphasis on their transcendental horizon, we draw a framework of conditions to rethink the geometric transcendental and human cognitive activity through the co-natural system in which both intertwine.

It is that conception which opens to the study of the second problem. If the goal is to rebind the geometric transcendental to percepto-cognition, Plato is the first thinker to investigate the transcendental nature of geometry and the relationship it establishes with

the human: through the experience of space, sensory impact, concept formation and the interweaving of sensible and intelligible in the corporeality of the world. However, only with Immanuel Kant a proper project to connect the transcendental geometric and percepto-cognition is drawn. As a thesis, we defend and hold that Kant conceived this connection in his theory of schematism, departing from the idea that the percepto-cognition of the empirical was based on schematisms whose matrix was geometric. However, this conception, merely suggested, was abandoned by Kant. Here we try to clarify the grounds of a geometric schematism for empirical concepts, summoning his theory of affinity for the cognition and for the system of knowledge, through paths opened in the contemporary thought which, indirectly, extend, enrich and update the kantian project. Through the theoretical projects of Irving Biederman and Peter Gärdenfors, decisive ideas get settled: with Biederman it becomes possible to think the recognition of empirical concepts through geometric models and, more importantly, in the prosecution of this project an intimacy between perception and the principles of geometry is discovered at the neuronal level; with Gärdenfors, that the system of knowledge is, like Kant thought it, a system of affinities, similarities, and the effort must be put in understanding how can geometry translate that system. But difficulties in both projects arise, interestingly, the difficulties that have led Kant to abandon it.

KEYWORDS: Geometry, Perception, Cognition, Percepto-cognition, Transcendental, Michel Serres, Edmund Husserl, Plato, Immanuel Kant, Irving Biederman, Peter Gärdenfors, Schematism.

ÍNDICE

Agradecimentos	vi
Resumo/Abstract	vii
Índice	xi
Abreviaturas e modos de citação	xxiii
Considerações introdutórias: §§1-16	1

*O transcendental geométrico, a compreensão matemática do mundo e a compreensão da relação
percepto-cognitiva humana com o mundo*

§1: a geometrização da natureza e o projecto do transcendental geométrico. §2: a geometria como “linguagem natural”. §3: dificuldades em compreender o acordo entre natureza e geometria; algumas incursões filosóficas a considerar. §§4-5: o problema da natureza das idealidades: as questões histórica e metafísica; dicotomia descoberta/invenção. §§6-7: possíveis contribuições da Filosofia, da Filosofia da Matemática e da Ciência Cognitiva; os dois principais momentos e respectivos problemas desta dissertação. §8: percepção, cognição e a ideia de uma “proto-geometria”; diferença entre modelização geométrica da percepto-cognição e o âmbito do transcendental geométrico: o que prepara o conhecimento geométrico científico? §§9-10: saliências da noção de transcendental: *universalidade*, *anistoricidade* e *estabilidade estrutural*; condições de *possibilidade* e condições de *actualidade* do que está *para além do imediatamente dado*; unidade entre sistemas. [§§11-12: o transcendental matemático como domínio estrutural: a traduzibilidade entre sistemas e escalas a partir do *mesocosmos*; Gerhard Vollmer e as ideias de *visualização*, *inteligibilização* e *projecção* para a descoberta das *afinidades estruturais*.][†] §13: a noção de escala e a tentativa de superação dos limites da percepção pela razão; o transcendental como “transversal universal”. §14: a inteligibilização dos sistemas de idealidades. §15: um conjunto de sinais a considerar numa investigação do transcendental matemático; transcendental e transcendente. §16: sinopse da dissertação.

Parte I	25
----------------------	-----------

*Constituição de uma problemática do transcendental geométrico a partir da investigação das
origens da geometria: o pensamento de Michel Serres e o de Edmund Husserl.*

[†] Vide Apêndice I.

A concepção do transcendental geométrico a partir das origens da geometria no pensamento de Michel Serres: o logos universal.

§17: um “estruturalismo transcendental”: procura de um ponto-de-vista anistórico e atemporal; logos humano e logos universal sem cisões: a procura de pedras-de-toque. §18: *nomos, physis, logos*. §19: prescindir da noção de “sujeito”: logos, intersubjectividade, grupo. §20: o teorema de Tales: a *métis* prepara o saber científico; ligação entre Homem e Universo. §21: encontrar a noção de universal nas origens da geometria. §§22-23: o problema metodológico do acesso às origens da geometria; raciocínio puro, evidências, imortalidade; a geometria inaugura uma inteligibilidade nova; geometria e filosofia. §24: paradoxo: a linearidade lógico-dedutiva do raciocínio puro, a temporalidade não-linear da ciência geométrica como formação histórica; impossibilidade de chegar ao fundamento último. §25: metáfora vegetal: a possibilidade de não nascer da raiz mas num qualquer ponto do tronco; «*uma origem qualquer é a própria origem*»; platonismo e leibnizianismo. §26: pedras-de-toque do logos pré-geométrico: aplicações geométricas, comensurabilidade de invariantes, estratificação da temporalidade da ciência geométrica; a emergência do invariante estrutural e a noção de grupo. §27: o transcendental geométrico de Serres como “imanência lógico-formal do invariante”; aproximação entre saber *mético* e saber científico pela noção de invariante. §28: a temporalidade da ciência geométrica é estratificada, fibrada, espiralada, transita entre passado e futuro; o Homem põe ordem nesse caos: a filtragem e a percolação para guardar «*o ouro da matematicidade*»; o *Homem-fonte*. §§29-30: a espacialidade geométrica: violência e expulsão para alcançar o “espaço-puro”, a “caixa branca”; modelo *mético*: a agricultura; modelo metafísico: o *apeiron* e a inauguração de indefinido/indeterminado. §31: raciocínio puro: filtragem, descoberta do *ana-logos* (o logos que transita), e de um conhecimento estável e igual para todos. §32: “compreensão” como “apreensão comum”. §33: a importância da noção de *apeiron*: inventar uma noção de espaço nova, igual para todos; expandir a noção empírica de espaço; duas novas pedras-de-toque: um plano igualitário para fundar uma racionalidade comum e a experiência quase religiosa diante da estabilidade e verdade matemáticas. §34: a intersubjectividade que a geometria funda: um “nós estrutural”; nova renúncia da subjectividade; o Homem como logos, razão pura, num só e mesmo modo de pensar geometricamente. §35: a geometria como “logos do mundo”, “sinopse universal”; unificação da *métis* com a ciência: uma filosofia da geometria como pensamento da mistura, da “com-preensão”. §§36-37: o “sujeito moderno” destruiu o verdadeiro acesso ao transcendental geométrico enquanto “nós universal”; crítica ao idealismo kantiano: considerando o logos nem são necessárias faculdades nem o mundo pode corresponder à imposição das nossas representações. [§38: impossibilidade de objectualizar a natureza; Homem e Mundo são um sistema de iguais, co-naturais. §39: a *praxis* estimula o logos humano

e aproxima-o do universal; a “matemática-estratagema”.]]^{††} §40: a inteligência (o logos) do universo prepara a inteligência (o logos) humano; o Homem-natural ou Homem-animal. §41: os “elementos” ou “noções comuns” como património do logos intersubjectivo. §42: o verdadeiro transcendental ensina a «*situar o centro activo do saber fora de nós*»; *ana-logia*: o logos que transita; uma inteligência do mundo fora do mundo. §43: o próprio universo dá a sua teoria, a sua grelha para ver. §44: uma monadologia da mistura e da totalidade; *ana-logos* como alcance do ponto-de-vista exterior que dá a ver as igualdades. §45: noção de “relação a” e noção de “abstracção”: a “necessidade objectiva”. §46: a noção de “entre”. §47: o estruturalismo transcendental geométrico como exibição do saber que transcende, antecipa e prepara o saber humano; para o que apontam as pedras-de-toque de Serres?; a dificuldade em sintetizar o seu pensamento. §48: a “mathesis universalis” como abertura para a noção de grupo: Descartes e Leibniz. §49: exposição intuitiva da noção matemática de grupo; sua importância filosófica e heurística: o invariante da variação.

Capítulo II: §§50-93 80

A concepção do transcendental geométrico a partir da origem da geometria no pensamento de Edmund Husserl: a consciência pura.

§50: o texto *A Origem da Geometria* e a amplificação do *a priori* husserliano. §51: afinidades e distinções entre o programa do transcendental geométrico de Serres e o de Husserl; o lugar privilegiado da consciência transcendental a partir das noções de *intencionalidade*, *preenchimento*, *horizonte*, *fantasia* (ou imaginação), *intuição categorial*, *essência* e *mundo*; subjectividade e intersubjectividade como acessos epistemológicos ao *a priori*. §52: projecto fenomenológico como fundamentação da *clareza* e *distinção* do conhecimento; o mundo: actualidade e potencialidade; conhecimento ingénuo e conhecimento científico. §53: o solo transcendental do “eu puro”; intencionalidade, evidência, sentido. §54: ideias para um pensamento genético do *a priori* histórico da geometria: intuição originária, projecto, objectividade e universalidade. §55: um tríptico constitutivo: *mundo*, *fantasia*, *intuição categorial*; a emergência de uma estrutura invariante; matérias-primas da geometria. §56: autonomia da geometria face à realidade empírica: abstracção e idealidade; exemplificação da idealidade com o conceito de número. §57: presentificação e intuição; intuição das matérias-de-facto, intuição de essências; realidade e irrealidade: o conteúdo de sentido; noese e noema; adumbração e imaginação. §58: a unidade temática da idealidade; caracterização das ciências eidéticas: independência, irrealidade, necessidade; *genus* e *species*. §§59-60: imaginação: essência e variação para alcançar a identidade eidética; um invariante entre as variações. §§61-62: intuição categorial: as objectividades não-sensíveis; o engendramento dos conceitos

^{††} Vide Apêndice II.

formais; o sentido não se esgota na percepção. §63: generalização e graus de abstracção a partir do preenchimento de sucessivas intenções cognitivas. [[§64: idealidade matemática: necessidade e apodicticidade; caracterização do transcendental geométrico husserliano; *a priori* e “*validade geral incondicionada*”; unidade entre objecto e consciência. §65. carácter ideal e irreal das ciências eidéticas: sentido e evidência; ciências da natureza: observação e experimentação.]]^{†††} §66: objectividade como intersubjectividade: comunicabilidade, fixação e transmissão das idealidades; reactivação pela evidência originária; abertura para a lógica da idealidade pelas marcas do transcendental: *universalidade, supra-temporalidade, necessidade*. §67: sentido e evidência como condição de transmissibilidade; a egologia solipsista e a egologia intersubjectiva. §68: o acordo intersubjectivo sobre o mundo pela linguagem; empatia recíproca: *o outro como eu*; mundo – linguagem – civilização. §69: *Investigação Lógica I*: linguagem como condensadora de sentido das idealidades; possibilidade de preenchimento, transcendência de sentido, função “*intimadora*”; a exigência de *univocidade* da linguagem matemática no texto da *Origem*. §70: persistência do sentido fixado na linguagem: rememoração como reactivação da auto-evidência originária. §71: a linguagem torna a comunicação virtual; “*sedimentação*”, problema da “compreensão passiva” e da “reactivação evidente”; a exigência da *explicitação*. §72: o aspecto “monadológico” da geometria: a comunidade do sentido implicada em todas as suas partes; problema: é possível reactivar toda a cadeia de evidências geométricas? §73: *explicitação* como condição da intersubjectividade do sentido; remover limites à razão: a *ideia-fim* da ciência; evitar a “*sedução da linguagem*”. §74: porque é que a investigação das origens da geometria não deve ser uma investigação factual?; necessidade do entramamento entre elucidação histórica e elucidação epistemológica. §75: uma “*generalidade indeterminada*” “*estruturalmente determinada*”; *a priori* histórico universal. §76: a “ingenuidade” da investigação transcendental; a pedra-de-toque da investigação transcendental. §77: apodicticidade como fundamento das idealidades, relações e operações geométricas. [[§78: síntese e abertura para a lógica da idealidade.]]^{†††} §§79-80: A lógica como domínio da “universalidade *a priori*”; a arquitectura da consciência e o conteúdo eidético; abertura para a *ontologia formal*. §§81-82: os três níveis da lógica apofântica: morfologia, não-contradição, verdade; sua interacção na formação da idealidade matemática e na univocidade da sua expressão; a noção de *operação*; a fertilidade da lógica. §83: matemática e lógica: a “essencialidade eidética” do “objecto qualquer”; problema: pode a lógica ser o próprio transcendental?; o que a relação entre matemática e lógica dá a ver: a abstracção e a essência na abertura para a ontologia formal. §84: síntese: lógica como estrutura *a priori* da consciência. §85: redefinição dos fundamentos da análise genética da origem da geometria. §86: a noção de *abstracção*: dificuldades da sua determinação filosófica; a sua intangibilidade na neurociência; abertura para a possibilidade de “naturalizar” a abstracção; abertura para a ideia da abstracção

††† Vide Apêndice III.

††† Vide Apêndice III.

como faculdade. [[§§87-88: a noção aristotélica de abstracção: verbo e substantivo; sentido fraco e sentido forte; a redefinição ontológica dos objectos; importância epistemológica; a inexistência de uma faculdade de abstracção; carácter fundacional da abstracção; libertação da materialidade; dificuldades; importância ontológica. §89: Heidegger sobre Aristóteles: abstracções aritméticas e geométricas; prescindir da espacialidade para alcançar objectividade e universalidade; o carácter *velado* da abstracção; abstracção geométrica e os *αισθητόν*.]]^{†††} §90: retorno a Husserl: a espontaneidade da abstracção; *species* e intuição categorial; a abstracção como acesso aos conceitos-forma. §91: será a lógica o próprio transcendental?; aproximação à lógica como *mathesis universalis*; co-naturalidade entre consciência e mundo; monadologia e “relação”. §92: lógica e relação; a “sublimação da lógica” por Wittgenstein no *Tractatus*; uma análise de J. E. da Silva; a objectividade do ideal e constituição lógica; autonomia e não-representatividade lógicas; a interdependência; a lógica abre para uma «*ontologia relacional*» do transcendental; §93: conclusão da Parte I: síntese de Serres e Husserl para uma reformulação do programa do transcendental.

Parte II 143

Do transcendental geométrico à matematização da percepto-cognição: os esboços inaugurais de Platão e de Immanuel Kant

Capítulo III: §§94-130 144

O inatismo da geometria e as fecundas ideias platónicas para os projectos de geometrização da percepto-cognição

§94: o transcendental e o inato; domínio teórico e domínio prático da geometria; o “olho geométrico” e a objectivação do ideal. §95: *Ménon*: ensino, aquisição, posse inata; um escravo ignorante duplica o quadrado. §96: haverá autonomia entre linguagem, conceptualização e raciocínio na matemática?; raciocínio “aproximativo” em geometria. §97: a Forma-Ideia: o transcendental platónico; a imposição da evidência geométrica. §98: três aspectos da duplicação do quadrado. §99: evidência no procedimento “não-standard”; inatismo e evidência da idealidade: existirão conhecimentos inatos? §100: pedras-de-toque para o inatismo da idealidade geométrica; Platão e os grandes problemas da metafísica da idealidade matemática; dois estudos experimentais sobre o inatismo das noções geométricas; o estudo de 2006 e a emergência de noções fundamentais de geometria euclidiana nos Mundurucu; resultados e convicções. §101: o estudo de 2011: flexibilização de noções euclidianas a superfícies esféricas nos Mundurucu; o desconhecimento formal de geometria não invalida a correcta condução de raciocínios geométricos. §102: uma inteligência geométrica transcultural. [[§103: diálogos

^{†††} Vide Apêndice III.

filosóficos destes estudos: Poincaré e Kant.]]^{††††} §§104-106: um estudo de 2009: a tribo Himba como sustentáculo da *RBC* de Biederman; a exposição a artefactos geometrizados não interfere na extracção das *propriedades não-acidentais* dos objectos. §107: geometria euclidiana e afinação filogenética; §108: ideias da Epistemologia Evolucionária: o paradigma darwinista aplicado à percepto-cognição; filogénese e ontogénese; o inato como “geneticamente determinado”; relações com Kant. §109: a veneração de Platão pela geometria. §110: a *analogia da linha* na *República*: hipóteses e princípios. §111: abstracção e dedução; o uso dialéctico da geometria: a contemplação de essências. §112: um obstáculo decisivo: o insuficiente desenvolvimento da estereometria; abertura para o *Timeu*, seu projecto e dificuldades. [[§113: conhecimento puro e impuro; sensível e inteligível; contaminações “míticas”.]]^{††††} §114: problematizações do *Timeu*: espaço, movimento, organização do corpo humano, estereometria e teoria da percepção; uma “matemática incarnada”; elementos do universo timaico; forma e número; espaço e superfícies. §115: o *lugar* como mediação entre sensível e inteligível; elementos geométricos das superfícies. §116: modelização geométrica da superfície do universo; a topologia das superfícies e a afecção perceptiva. §117: elementos geométricos e a poliformia do mundo; o programa de uma epistemologia a desenvolver; §118: a surpreendente concepção da fertilidade geométrica aplicada ao mundo sensível. §119: relações entre topologia, fisiologia e percepção: a estrutura dimensional do espaço; corpo, tridimensionalidade, orientabilidade, simetria; os fundamentos da diferenciação conceptual do espaço; §§120: movimento no desenvolvimento e génese conceptual; identidade e alteridade: a relação do corpo ao espaço físico e a adequação dos conceitos como função do crescimento. §121: o desenvolvimento físico-fisiológico deve preparar o desenvolvimento cognitivo-conceptual. §122: orientação física e verdade. §123: topologia das superfícies e experiência perceptiva: o impacto sensorial da superfície dos elementos; explicação topológica da velhice; a adequação do corpo ao espaço. §124: de novo o *Ménon*: o problema da definição da figura; o problema perceptivo da relação figura-cor; a figura *em si*. §125: a intersecção entre sensível e inteligível: o embaraço de Sócrates. [[§126-127: síntese.]]^{††††} §128: dificuldades decorrentes das perspectivas platónicas; a modelização matemática da realidade; convicções. §129: retorno às questões da filogénese e da ontogénese: naturalizar a noção de inato. §130: Jean Piaget: uma necessária plasticidade das primeiras noções geométricas?

Capítulo IV: §§131-171 195

*Reconsiderar o papel da geometria no esquematismo dos conceitos empíricos da faculdade de
julgar: férteis hipóteses kantianas*

†††† Vide Apêndice IV.

†††† Vide Apêndice IV.

†††† Vide Apêndice IV.

§131: problemática da relação entre geometria, percepção, cognição e génese conceptual: passagem a Kant; um foco unificador da arquitectónica da razão na geometria?: estaria o projecto crítico concluído?; a utilidade de uma *Crítica da Imaginação*; a noção de afinidade; tensões kantianas: a impossibilidade da representação dinâmica da Natureza pela geometria. [[§132: projecto transcendental kantiano; faculdades: função legisladora, domínio de objectos, emissão de princípios; sensibilidade, entendimento, razão, faculdade de julgar, imaginação; caracterização sintética.]]^{††††} §133: heterogeneidade e coesão: o problema da unificação e estruturação do conhecimento; representação, categorização, ligação; a obscuridade fundamental da actividade imaginativa. §134: o *Apêndice à Dialéctica Transcendental*: estruturação cognitiva; natureza fulgurante; a ideia regulativa de uma faculdade fundamental: a imaginação espreita. §135: razão e imaginação no “interesse sistemático”; estruturar e unificar o diverso da *mãe comum original*; a barreira numérica. §136: co-naturalidade como superação da barreira: fortalecimento da ideia da afinidade transcendental; uma comunidade conceptual: grupos formativo, objectivo, inteligibilizador; faculdade fundamental e teleologia; a matriz matemática da sensibilidade; o reconhecimento da insuficiência dessa matriz para a unidade radical da Natureza. §137: a geometria como plano basilar do sujeito transcendental: modelo da intuição pura do espaço, protótipo da representação figural na sensibilidade, agente de formação de conceitos; necessidade, apodicticidade, intersubjectividade da geometria euclidiana; os fundamentos da tese da aprioridade da geometria euclidiana. §138: a estrutura da ciência geométrica como modelo da estrutura das outras ciências. §139: o fundamento da diferença das regiões do espaço; o realismo do “espaço absoluto”; os enantiomorfos e a descoberta de uma violação das leis do espaço físico. §140: a legislação interna do espaço abre para a sua essência não-trivial: a inapreensibilidade fundamental do espaço e a sua realidade própria; nascimento de uma antinomia. §141: a antinomia e sua fundamentação. §§142-143: a resolução pela *Estética Transcendental*; intuir e pensar; espaço como formato da intuição humana. §144: a *Dissertação de 1770* e a colagem da intuição pura do espaço à geometria euclidiana; distinção entre fenómeno e númeno. [[§§145: um paradoxo da distinção entre intuir e pensar; as geometrias não-euclidianas.]]^{††††} §146: analogia para considerar os limites da representação e os limites da pensabilidade; um espaço amorfo da intuição pura?; de novo a necessidade de uma *Crítica da Imaginação* para reconsiderar a relação entre sensibilidade e entendimento. [[§147: novo problema: reconsideração do paradoxo dos enantiomorfos; diferença entre “possibilidade lógica” e “construtibilidade”.]]^{††††} §148: passagem ao papel da geometria na formação de conceitos e sua mediação e aplicação à experiência; uma proto-geometria na representação dos fenómenos?; a articulação do universal e do particular; focos originários da diversidade. §149: o esquematismo e a homogeneização da sensibilidade e do entendimento; conceito e ideia; as

††††† Vide Apêndice V.

††††† Vide Apêndice V.

††††† Vide Apêndice V.

forças fundamentais comparativas; esclarecer a mediação entre instrução lógica e o particular.

§150: como é que a geometria enforma a intuição sensível?; como se articula intuição pura e experiência empírica nas figuras? **§§151-152:** uma experiência de pensamento para a articulação entre intuição pura e intuição sensível. **§153:** a geometria na obtenção de conceitos empíricos e sua esquematização; a formação do conceito empírico; a reunião de um diverso numa representação; unificar o sensível da intuição e o lógico-formal do entendimento; de novo a imaginação: a raiz comum das faculdades; os mediadores de transição: esquema, imagem pairante, símbolo. **§154:** a forma do objecto como adequação à pensabilidade; o categorial do entendimento; as sínteses da *Dedução Transcendental*. **§§155-156:** as três sínteses da imaginação: apreensão na intuição, reprodução na intuição, recognição no conceito; apercepção pura. **§157:** unificação figural do diverso no conceito: a afinidade na continuidade temporal. **§158:** de novo a afinidade: o reconhecimento de estruturas lógicas comuns para os conceitos na *Dedução*. **§159:** unidade sintética e unidade analítica da apercepção; *conceptus communis* e a comunidade inter-conceptual; o *Apêndice* e o interesse na unidade inter-conceptual. **§160:** a afinidade entre conceitos na formação do sistema do conhecimento; uma comunidade estrutural? **§§161-162:** regresso ao esquematismo; características: componente sensível, componente intelectual, método geral de representação; tempo e modificações do sentido interno. **§163:** princípios matemáticos e princípios dinâmicos do entendimento: constituição e regulação; um esquematismo “orgânico” da razão. **§164:** o esquematismo dos conceitos matemáticos e o esquematismo dos conceitos empíricos: a contaminação do segundo pelo primeiro; a necessária elasticidade da esquematização; o conceito matemático é em si um esquema; a prioridade ontológica do conceito matemático; as pedras-de-toque da esquematização geométrica da figura. **§165:** a insuficiência conceptual da matemática para o conhecimento dos organismos; o juízo determinante e o reflexivo; a matemática não pode responder ao problema da finalidade. **§166:** matemática e natureza dinâmica: o particular e a antinomia do mecanismo; a insuficiência da esquematização da *Crítica da Razão Pura*. **§167:** teleologia: a irremediável insuficiência da matematização e mecanização da Natureza orgânica. **§168:** reconsideração do esquematismo na *Crítica da Faculdade de Julgar*: esquema, exemplo, símbolo; símbolo e esquematização “indirecta”; de novo o enigma da afinidade como núcleo analógico da imaginação. **§169:** a exemplificação: a imagem pairante; exemplificação exógena e endógena; objectividade pela comunicabilidade universal; a ideia da afinidade estrutural; a matemática não pode dar o plano decisivo para a constituição da exemplaridade do vivente. **§170:** retorno à constituição do conceito do vivente; as dificuldades da matematização do conceito; a figura-geral e a figura-particular; conceito empírico natural e artificial; fazer “a redução ao conceito, sem cair numa mera sistematização lógico-formal”; a geometria como analogon fraco da técnica da natureza; o repto da procura da “regra universal de construção”. **§171:** Conclusão: duas hipóteses kantianas a explorar; abertura para a parte III.

Parte III	275
------------------------	-----

Dois modelos contemporâneos para a geometrização da percepto-cognição: a RBC de Irving Biederman e os Espaços Conceptuais de Peter Gärdenfors

Capítulo V: §§172-206	276
------------------------------------	-----

Reconhecer os objectos através dos seus componentes geométricos: a hipótese teórica de Irving Biederman

§172: Lévi-Strauss: o pólo externalista e o pólo internalista da idealidade e a necessidade de encontrar “o ponto intermédio entre mente e experiência”; sujeito, mundo, geometria. §173: retorno ao problema da esquematização; abertura para a sua posição contemporânea. §174: A RBC; o esforço de encontrar os fundamentos de uma axiomática natural para a regularização da estrutura figural dos objectos. §175: os quatro grandes grupos da teoria: pressuposições, estrutura funcional, aplicações, natureza da teoria. §176: estrutura operativa da RBC; *primal access*: a composição estrutural da figura; a hipótese de Biederman para a representação estrutural: os *géons* (primitivas volumétricas). §177: a decisiva contribuição da neurofisiologia para a fundamentação da pressuposição da extracção de contornos; a RBC como fonte de inteligibilidade para a neurociência. §178: as características dos contornos decisivas para a “pseudo-axiomática” da RBC; coterminação, colinearidade, curvilinearidade, simetria, paralelismo, eixo; emergência destas *propriedades não-acidentais* <NAP> como lastro da dedução dos *géons*; a rápida computação a partir da análise qualitativa das propriedades das figuras; os *géons* fundamentais. §179: a “elasticidade” dos *géons*; será o sistema visual um géometra espontâneo?; articulação entre primitivas na descrição de figuras complexas; concavidade e princípio de segmentação; nova e decisiva contribuição da neurociência. §180: o sistema visual como detector, regularizador e conector de estruturas; conexões entre *géons*: tamanho relativo, verticalidade, centramento, tamanho relativo das superfícies a unir. §181: o problema da codificação da posição relativa: as adequadas ligações entre figuras e elementos de figuras na composição de objectos e cenas visuais conexas e temporalmente persistentes; o modelo JIM e a hierarquia dos elementos do estímulo. §§182-185: a intuição original de Marr e Nishihara: a representação da figura por componentes; a identidade sob variação; as primitivas da representação: volumes e módulos; colecção de descrições da figura armazenadas e índices de ligação; o tipo de informação que as primitivas da representação devem conter; o problema do tamanho e a necessidade da modularização; um modelo de representação tridimensional centrado no objecto, volumétrico e modular – as características fundamentais da RBC; o eixo da figura. §186: dificuldades: a memória como um armazém de figuras?; como fazer a correspondência entre a percepção da figura e a correspondente figura armazenada na memória?; retorno à faculdade de julgar; o “centauro”: as partes da figura e a emergência do

conceito. §187: a *RBC* como resposta ao enigma do rápido reconhecimento dos objectos pelos seus contornos; a detecção da *gestalt*; a necessidade de responder à capacidade de compreender, numa fracção de segundo, imagens novas de objectos e cenas; as quatro pressuposições fundamentais da teoria. §188: a necessidade de uma teoria *simbólica* da representação. §189: esclarecimentos e delimitação do âmbito explicativo da *RBC*: objectos particularizáveis e objectos de conjunto; o *primal access*; reconhecimento: identificação perceptual e conceptual. §190: reconhecer e classificar; dificuldades da concepção de “memória” em Biederman; síntese e categorização; regime perceptual e conceptual. §191: o problema dos *informes*; os objectos *non-sense* e a distinção entre reconhecimento e categorização. §§192-193: elementos e características qualitativas na base da *RBC*; fundamentação dos *géons* a partir da extracção de contornos; definição do *primal access*: extracção de contorno – regularização – correspondência; *NAP* e parcelamento: a determinação das componentes estruturais da figura. §194: entre naturalismo e instrumentalismo; a necessidade de um quadro interpretativo para a decomposição da informação do sinal óptico; fundamentação da pressuposição da extracção de contornos; a economia perceptiva e a concepção onto-epistemológica do objecto: a figura de um objecto dirá mais sobre ele do que a sua cor ou a sua textura? §195: a importância da invariância sob variação do ponto-de-vista; definição de contorno a partir das rupturas da homogeneidade no estímulo visual; um paradoxo: não é a extracção do contorno uma ameaça à pressuposição da economia perceptiva?; o todo e a parte. §196: ultrapassar o paradoxo: as compreensões de Fred Attneave; informação *relevante* e informação *redundante*; a importância das noções de regularidade e ruptura da regularidade: o princípio da homogeneidade; pedra-de-toque: o hábito perceptivo. §197: ultrapassar o paradoxo: pôr a tónica nas *NAP*; a decisiva contribuição da neurofisiologia de V1. §198: os bons índices e a *boa forma*; dificuldades; a *boa forma*: o princípio da *Prägnanz*; a geometria euclidiana como impulso para a regularização das figuras? O não-standard e a informação nova; regularizar o irregular; a representação intermediária: aproximação a Kant. §199: a memória: os *géons* como hipótese para a estrutura das representações da figura por ela armazenadas; problemas: afinal como é que a memória representa?; que tipos de representações guarda a memória?; nova aproximação a Kant; a necessidade de aprofundar a concepção de memória na *RBC*. §200: a relação entre o *primal access* e a memória: como se relacionam?; Kant e Husserl: a imaginação; Jolicoeur: a necessidade de pensar um módulo intermédio para essa relação; a ideia de uma “regra” para a descrição estrutural da representação. §§201-203: correspondência da descrição estrutural com a representação na memória; entre o reconhecimento e a conceptualização; uma explicação ao nível neuronal; a raiz comum entre *primal access* e correspondência na memória; a *RBC* como descrição estrutural: elementos e inter-relações; a proficuidade da descrição estrutural. §204: grupo das aplicações: casos especiais; a insuficiência para o reconhecimento de rostos; limites do reconhecimento pela figura; o problema dos objectos naturais e não-rígidos: o obstáculo da

morfologia e da morfodinâmica; recuperação de uma possível circularidade. §205: pedra-de-toque: a sensibilidade transcultural às *NAP* e a fundamentação da pressuposição fundamental da teoria. §206: conclusões: a necessidade de uma teoria dos conceitos para passar da sintaxe da figura à semântica do conceito; a utilidade de uma abordagem matemática da *RBC*; a linguagem comum entre Homem e Mundo; regresso e aproximação à primeira hipótese kantiana; *primal access* e *esquema*; as dificuldades da *RBC* e o paralelo das dificuldades kantianas; a imaginação; a faculdade de julgar.

Capítulo VI: §§207-216 351

Os «espaços conceptuais» de Peter Gärdenfors e o projecto de modelização geométrica da cognição

§207: a segunda hipótese tomada de Kant; a teoria dos espaços conceptuais de Gärdenfors e a expansão da geometria à modelização da cognição humana; algumas dificuldades da teoria; aplicações tentadas; analogia da teoria com Descartes; a tentativa de constituição de um sistema dimensional para a representação do conhecimento. §208: noções fundamentais: dimensão qualitativa, similaridade, domínio, região, propriedade; dimensão qualitativa – domínio – espaço conceptual; a possibilidade de uma descrição topológica deste sistema: conceitos como *intervalos*. §209: encontrar a geometria adequada à descrição dos espaços conceptuais; duas noções primitivas: intervalo e equidistância; a equivalência geométrica entre os vários espaços conceptuais; o artificialismo de partida. §210: âmbito epistemológico: que forma têm as representações mentais?; como se formam os conceitos?; aproximações da Ciência Cognitiva: *simbólica* e *associonista*; dimensões e variedades: a articulação em domínios; a determinação dos eixos representativos primitivos; como identificar as dimensões qualitativas fundamentais?; como hierarquizar as dimensões qualitativas? §211: a importância de aspectos sensório-motores na representação; limitações do paradigma sentencial; anexar as dimensões qualitativas às categorias perceptivas; três hipóteses para as dimensões qualitativas; exemplos da abordagem geométrica às dimensões qualitativas; interpretação psicológica/fenomenal e científica das dimensões qualitativas. §212: categoriais representativos fundamentais e sistemas de domínios; a dimensão qualitativa do espaço; as dimensões qualitativas da cor e do paladar; três questões heurísticas da proposta de Gärdenfors; a dificuldade da hierarquia representativa: como se faz a passagem do sensível ao abstracto? §213: a noção decisiva de similaridade; atribuir à representação uma geometria tão precisa e simultaneamente tão indeterminada quanto possível; noções topológicas do espaço conceptual; convexidade e similaridade; especificação da hipótese do tratamento topológico do objecto; o estatuto ontológico dos espaços conceptuais. §214: inteligibilizar a génese e a operatividade do conceito; aproximação a Kant a partir de Paul Churchland: pode o sujeito transcendental ser a proposta de uma variedade representativa a *n*-dimensões?; distinção entre intuição e juízo; crítica à “hegemonia da racionalidade”; de novo o

transcendental geométrico. §215: afinidade e similaridade; a força heurística da afinidade; forma pura e dimensão qualitativa; categorial e espaço conceptual. §216: fenómeno e modelização; James Robert Brown e as três questões da modelização matemática; modelização matemática e ontologia.

Considerações conclusivas: §§217-226	381
---	------------

A expressão intuitiva do transcendental geométrico e sua relação com a percepto-cognição na arte

§217: síntese das motivações e conclusões deste estudo. §218: a intimidade entre matemática e natureza vista a partir da arte; Malévich e o suprematismo; alcançar a linguagem do reconhecimento comunitário. §219: o *não-objectivismo*: furtar-se à tirania da representação mimética. §220: os três estádios da experiência suprematista: *conceptual*, *experimental*, *sinético*; estádio conceptual: cortar com a mimeme para descobrir uma linguagem pictórica autêntica; de novo os invariantes estruturais da representação. §221: estádio experimental: representar “abstracções” “vazias de conteúdo e de sentido”; estádio sinético: representar o mundo com abstracções; o constrangimento estalinista. §222: o arrojo da proposta de Malévich; reconhecer, contra Kant, o direito estético dos objectos geométricos. §223: natureza *intracivilizacional* e natureza *transcivilizacional* das produções e documentos; elementos conjunturais e universais; a pergunta pela *função*. §224: o mundo físico e a matemática como objectividades universalmente partilháveis; a inteligência e o universal; a insuficiência da pergunta pela função nos projectos cognitivos; o disco de ouro da sonda Voyager terá sido um projecto comunicativo inédito? §225: de novo a intimidade entre matemática e natureza: maravilhamento e enigma; as figuras do planalto de Nazca; o testemunho filosófico de um povo sem escrita? §226: a geometria na promessa de compreender a “língua pura” do universo.

Bibliografia	410
Apêndice I (§§11-12)	452
Apêndice II (§38)	456
Apêndice III (§§64-65, 78, 87-89)	458
Apêndice IV (§§103, 113, 126-127)	477
Apêndice V (§§132, 145, 147)	483
Lista de Figuras e Ilustrações	491
Anexo I (Fontes originais)	493

Abreviaturas e modos de citação das principais obras utilizadas

Michel Serres,	<i>As Origens da Geometria</i> : [OsG, §x, p. x]
Edmund Husserl,	<i>A Crise das Ciências Europeias e a Fenomenologia Transcendental</i> : [Crise, §x, p.x] <i>A Ideia da Fenomenologia</i> : [AIF, lição x, p. x] <i>A Origem da Geometria</i> : [OG, ¶x, p. x] <i>Filosofia da Aritmética</i> : [FA, §x, p. x] <i>Ideias para uma Pura Fenomenologia e para uma Filosofia Fenomenológica</i> : [Ideias I/II, §x, p. x] <i>Investigações Lógicas</i> : [IL, §x, p. x] <i>Lógica Formal e Transcendental</i> : [LFT, §x, p. x] Edições da <i>Husserliana</i> : [HUA, tomo/vol.x, p. x]
Aristóteles,	<i>De Anima</i> : [DA, cota x, p. x] <i>Metafísica</i> : [MF, livro X, p. x]
Ludwig Wittgenstein,	<i>Tratado Lógico-Filosófico</i> : [TLF, versículo x, p. x]
Platão,	<i>Crátilo</i> : [CR, cota x, p. x] <i>Ménon</i> : [MN, cota x, p. x] <i>República</i> : [RP, cota x, p. x] <i>Timeu</i> : [TM, cota x, p. x]
Immanuel Kant,	<i>Crítica da Faculdade de Julgar</i> : [CFJ, §x, p. x] <i>Crítica da Razão Pura</i> : [CRP, A/Bx §x, p. x] <i>Dissertação de 1770</i> : [D1770, §x, p. x] <i>Lógica de Jäsche</i> : [Lógica, secção x, p. x] <i>Prolegómenos a toda a Metafísica Futura</i> : [PMF, §x, p. x] Edições da <i>Academie Ausgabe</i> : [AA, vol. x., p. x]
Peter Gärdenfors,	<i>Conceptual Spaces, the geometry of thought</i> : [CS, p. x]
Restantes Obras,	[Apelido, data, página]

Sublinhado meu, sm

Sublinhado do autor, sa

Nota: Optei por traduzir para português todos os excertos e citações usados no corpo do texto. Como tal, se a obra citada não tiver indicação do tradutor na bibliografia significa que a tradução é da minha autoria. Porém, no caso de excertos e citações que traduzi a partir de outras traduções, ou de traduções que fiz a partir de línguas que domino mais limitadamente, fi-los seguir de uma nota em numerais romanos remetendo ou para o excerto na tradução que usei como base, ou para o excerto na língua original. Esses excertos encontram-se no Anexo I.

Considerações Introdutórias

O transcendental geométrico, a compreensão matemática do mundo e a compreensão da relação perzepto-cognitiva humana com o mundo.

§1. Desde que constatámos que os diversos níveis da realidade que nos envolve e da qual participamos eram susceptíveis de matematização que as tentativas de compreender a natureza desse âmbito matemático não cessaram. A existência de uma realidade poliforme, dinâmica e elástica, a qual contudo parece deixar-se reconduzir a formulações e descrições formais matemáticas intriga-nos e obceca-nos. Através da matemática temos vindo a interpretar e a desvelar, com crescente sucesso, as regularidades daquilo que na realidade espontaneamente se exprime. Todavia, persistem obscuridades sobre os termos mais íntimos desse acordo entre a formalização e a expressividade natural.

Que o conjunto das realidades é atravessado por um âmbito estruturalmente matemático é uma convicção de fundo partilhada por muitos espíritos científicos, e tem aberto as portas ao estudo sistemático e profundo da natureza e suas estruturas. Sobre essa convicção matemáticos, físicos, químicos, biólogos, neurocientistas, engenheiros, arquitectos, artistas e filósofos têm feito as suas incursões, no estudo da natureza em particular: das suas constantes, das suas regularidades e padrões, dos seus princípios, das suas representações, das suas inter-relações, das suas problemáticas. Cada um desses estudiosos ocupa-se com uma determinada abordagem ao tema, mais ou menos circunscrita. Porém, o estudo do plano transversal a todas as expressões e relações entre a realidade e a matemática é matéria que compete aos filósofos e metafísicos tomar em mãos. É à filosofia que cabe investigar a unidade que subjaz à multiplicidade¹.

Este plano estrutural transversal deve ter diferentes expressões matemáticas pois mostra-se apreensível por vários idiomas da linguagem matemática, consoante as ferramentas teóricas autóctones aí se mostram mais adequadas a apreendê-lo e a traduzi-lo. Só que pelo seu lado intuitivo e próximo das experiências perceptivas, a geometria foi por excelência o ramo matemático que melhor aproximou os fenómenos da

¹ Michel Serres põe uma pretensão ideal de totalidade na própria raiz da actividade filosófica: «o exercício da filosofia não pode ser separado de uma certa concepção de totalidade. Sim, um filósofo devia saber tudo, devia ter vivido tudo e compreendido tudo – as ciências, duras e moles, a sua história, mas também aquilo que não é ciência, a inteira enciclopédia, sem exclusões. O que subjaz a filosofia não é esta ou aquela ciência particular, mas a totalidade activa do conhecimento, enquanto totalidade» [Serres, Latour, 1995, 26-27]).⁽¹⁾

percepção humana e esse almejado plano estrutural transversal. A geometria esteve na dianteira do esforço de figuração objectiva e representação da realidade das formas e das figuras, assente em unidades estruturais universais e universalmente aplicáveis. Suporei então que nos fundamentos de uma teoria da percepção existe um campo de estudo das regularidades e dos princípios dessas regularidades para a forma e para a figura o qual deverá radicar naquilo que cabe na designação geral desta investigação e a que chamei *transcendental geométrico*. Esta noção é aqui entendida como o âmbito imanente da revelação e morfologia das formas e das figuras atido a: a) à sua estrutura ôntica, b) à condição de possibilidade da apresentação dos fenómenos figurais e c) à possibilidade da percepção e cognição desses fenómenos.

§2. Há muito que a geometria se elevou sobre o seu radical grego e não podemos mais entendê-la como simples estratégia de mensuração. Foi talvez essa a sua humilde origem, diz-nos a §109 das *Histórias* de Heródoto, testemunhando da importância do estabelecimento de certo tipo de relações entre elementos como condição do nascimento da geometria. Segundo Heródoto, a geometria nasceu na topologia com o problema da medição de superfícies, e com a acção dos harpedonaptas, agrimensores cujo nome significa «*os que esticam as cordas*». Medição de finalidade prática: fazer a distribuição dos impostos proporcional à área dos terrenos que os agricultores possuíam.

A geometria está também muito para além da ciência que descreve figuras regulares no espaço euclidiano: é hoje capaz de descrever o comportamento estrutural de entidades dinâmicas e vivas. Através dela modelizam-se coisas tão distintas como a activação dos clusters de células dos nervos visuais, o desenvolvimento da estrutura óssea dos vertebrados, a emergência da onda na superfície marítima, ou as torções da dupla hélice de ADN. Pensou-se e definiu-se até recentemente a geometria como a ciência que estudava o espaço, sendo o *espaço* entendido dentro do quadro de uma separação tácita em relação ao *tempo*. Pelas profundas transformações na compreensão da estrutura do *espaço-tempo*, a geometria revelou-se também uma ciência do espaço-tempo o que dá conta da sua natureza dinâmica, capaz de ocupar-se de fenómenos dinâmicos.

Porque muito fenómenos se deixam aproximadamente traduzir por modelizações geométricas, surge a natural tentação de pensar a geometria como uma linguagem que dá expressão racional aos comportamentos da realidade bio-físico-química. Porém, mesmo que os Homens não tivessem produzido enunciados geométricos, a natureza

continuar a comportar-se “geometricamente”. A distribuição dos átomos num cristal segue um padrão geométrico quer conheçamos ou não geometria.

Por isso se impõe-se a hipótese de que, enquanto linguagem, a geometria exprima uma racionalidade inerente à própria natureza e independente dos Homens.

Não obstante, *qua* ciência, a geometria é uma criação humana. Nessa medida, teve uma hora natal. Essa origem está certamente ligada ao momento em que a constatação de regularidades surgiu ao espírito com uma estabilidade fundamental, dotada de uma lógica intrínseca. Porém, a constatação de regularidades implica, por um lado, a geração de *idealizações*: o sol e a lua têm em comum uma mesma figura circular e essa figura é uma idealização; por outro implica que tais idealizações ganhem “realidade”, que se tornem pensáveis e comunicáveis. Isso terá sido possível através de predicados humanos: quer das suas capacidades abstractivas, quer através da linguagem. Mas a simples possibilidade de aferir regularidades e idealizações, de navegar no espaço, de encontrar padrões, indica-nos que a experiência humana está fundamentalmente imersa na racionalidade natural que tornou a geometria inteligível. Ao estender o braço para apanhar um objecto, tarefas de mensuração complexas são rapidamente calculadas e processadas por um sistema nervoso que nunca foi instruído na *ciência* geométrica. Se não precisamos de iniciação na ciência geométrica para ver ou navegar no espaço, e se todavia o processamento de imagens visuais e a acção motora se desenrolam em conformidade com dinâmicas que a ciência geométrica consegue descrever e tornar precisas, então é como se um conhecimento complexo de elaboradas noções geométricas nos habitasse. Esta convicção de que geometrizamos intuitivamente, associada à de que a geometria ocupa um lugar central na expressão viva da natureza, alimenta o desejo de interrogar e de querer investigar o plano fundamental desta racionalidade comum e espontânea.

§3. Acontece que este âmbito se tem revelado tão vasto e a sua natureza tão complexa que os esforços para atribuir-lhe inteligibilidade enquanto um todo parecem estar longe de um plano completo. A compreensão desta realidade da natureza que se deixa apreender e traduzir pela matemática permanece cheia de sombras. Há dificuldades em compreender e fundamentar os isomorfismos. E também ainda não conseguimos fazer uma tradução matemática satisfatória, ou suficientemente compreensiva, de grande parte dos momentos expressivos da realidade. Tais obstáculos

de monta não invalidam contudo que se tente compreender o plano geral do transcendental matemático, do geométrico em particular.

Na hora natal dos esforços compreensivos, foi Platão quem aprofundou o projecto pitagórico de desvelamento de um tal plano, e é em sua honra que se chama platonismo à convicção de que existe uma realidade matemática última, habitada por objectos matemáticos reais e autónomos que fundam e legitimam este acordo. Inaugurado o problema, sucessivos pensadores consagraram os seus esforços à compreensão de um possível transcendental geométrico, ainda que não lhe tenham assim chamado, e com distintas posições acerca da ontologia das suas entidades nativas.

Irei ao encontro de alguns pensadores desta linha de investigação. Debruçar-me-ei, entre os principais, sobre Michel Serres, Edmund Husserl, Platão, Immanuel Kant, Irving Biederman e Peter Gardenfors. Nas meditações destes pensadores encontrei elementos importantes e originais para esta minha primeira aproximação ao estudo e discussão do transcendental geométrico e sua relação com a percepto-cognição humana. Elas permitiram-me definir e encontrar pedras-de-toque a favor da hipótese com que parto: deve existir uma estrutura subjacente aos diversos fenómenos formais e figurais, a qual é congénere da estrutura dos nossos sistemas perceptivos e cognitivos, preparando-a e modelando-a. E como o estudo de um transcendental geométrico na sua relação com a percepto-cognição humana nunca tinha sido antes suficientemente perseguido – pelo menos tanto quanto pude averiguar – entendi que era legítimo proceder a essa tarefa.

§4. Mas desde que foram colocadas, as muitas questões sobre a origem e sobre a natureza das idealidades matemáticas não reúnem consenso. Em grande medida são questões abertas. Foram abundantemente tratadas e debatidas no seio da filosofia como questões metafísicas. Porém, contradições, imperfeições, insuficiências ou postulações ontológicas (i.e., afirmações ou posições impossíveis de verificar, provar ou demonstrar) resultantes desses vários tratamentos enredaram essas questões num emaranhado de teses e hipóteses tendencialmente aporéticas. Caso nada excepcional: é assim com quase todas as grandes questões colocadas pela filosofia.

Para os filósofos, epistemólogos e ontólogos em particular, o campo de problemas é rico e o seu debate excitante e fértil. Pelo lado da epistemologia, interessa compreender como se forma o conhecimento matemático, que processos anímicos nele se envolvem, que elementos entram na sua formação, o que fundamenta e alimenta a cadeia do seu

desenvolvimento lógico. Pelo lado da ontologia, a natureza das idealidades com que a matemática se faz e a sua *irrazoável* fecundidade na relação estabelecida com o mundo físico e com outros campos do saber humano são questões perenes, que se desdobram num horizonte de questões sempre mais profundas. Para os matemáticos e para os lógicos, o debate é interessante mas um tanto estéril, pois o desenvolvimento das matemáticas enquanto ciências dele pouco tem dependido: o conhecimento matemático avança quer se conheça a natureza e a origem das suas idealidades, quer não.

Prima facie, perguntar pela origem das idealidades matemáticas parece uma questão irremediavelmente *histórica*. Isto porque as idealidades matemáticas estão em posse humana, fazem desde há muito parte do tesouro do seu conhecimento e da sua tradição. Por isso, a menos que um cataclismo interrompesse a cadeia de transmissão e ensino das matemáticas e suas idealidades, esse conjunto de conhecimentos parece assegurado. E, nesse sentido, perguntar pela origem das idealidades matemáticas equivale a perguntar pelos momentos ou processos já longínquos em que essas idealidades se tornaram presentes – fosse de que modo fosse – ao espírito humano.

Tal encerramento histórico é claramente erróneo e despista-se considerando dois factos. O primeiro, que a matemática e suas idealidades não estão todas feitas, i.e., acabadas. Não foram descobertas, de uma vez por todas, dentro de uma arca. A matemática é um conhecimento vivo e em desenvolvimento, portanto ideias e idealidades matemáticas continuam a ser produzidas. Há sempre novas idealidades matemáticas a ser originadas.

O segundo, que não nascemos com conhecimento técnico da matemática. É necessário ensinar e transmitir a cada novo indivíduo a matemática e suas idealidades. Tendo em conta que essa aprendizagem envolve processos activos de compreensão, em cada indivíduo reactualiza-se o processo de originação da matemática. Aliás, sem o sucesso desse ensino, a matemática não teria condições para subsistir e crescer. Michel Serres constatou que as matemáticas têm uma temporalidade particularíssima, elas estão sempre em situação de origem, porque «*a matemática nunca esteve uma só, e isto por todo o sempre, em situação de origem [...] se eu quero estudar a questão histórica, ou lógica, ou gnosiológica, ou transcendental, da origem das matemáticas, tanto posso interrogar Tales ou Pitágoras na antiga narrativa, Desargues ou Descartes na história recente, como um determinado matemático contemporâneo, vivendo presentemente. Uma origem qualquer é a própria origem.*» [OsG, §24, 22-23, sm].

§5. Se é claro que a origem das idealidades matemáticas não é *strictu senso* uma questão histórica, também não é uma questão estritamente metafísica. Áreas de conhecimento como a biologia evolutiva, a etno-matemática, as ciências cognitivas ou a psicologia do desenvolvimento têm trazido dados e hipóteses que deslocam o foco para planos mais concretos. Assim, sob as muitas questões de fundo, é comumente aceite que as idealidades matemáticas e o conhecimento matemático em geral tiveram origem empírica em dados da experiência, os quais certos processos perceptivos e cognitivos converteram em objectos abstractos, os quais se interligam através de relações lógicas determinadas. Esses objectos abstractos, não sendo já isomorfos à realidade empírica que os sugeriu, guardam contudo em relação a ela quer uma autonomia geral, quer uma correspondência em casos e aplicações particulares. Richard Epstein diz, a propósito das teorias científicas, que *«uma teoria científica é verdadeira no contexto daquilo a que estamos a prestar atenção, mas é falsa no sentido em que não toma em conta toda a matéria do mundo. As hipóteses das teorias científicas funcionam como condições para os casos onde a teoria pode ser aplicada. Quando “falsificamos” uma teoria científica não mostramos que ela é falsa. O que mostramos é que ela não é aplicável à experiência descrita no experimento que a falsificou. [...] As abstracções que a ciência compreende não são nem falsas nem verdadeiras. São afirmações esquemáticas até especificarmos aquilo a que estamos a prestar atenção.»* [Aberdein et al., 2013, 258, sa].

Ainda que uma concepção deste tipo redunde num compromisso mais ou menos inofensivo, não oblitera a questão da natureza das idealidades matemáticas. Mesmo que o círculo seja a abstracção decorrente da observação de muitos objectos arredondados, como a lua, o sol, uma meloa ou a íris do olho, as propriedades do círculo que o tornam legitimamente matemático não são visíveis na observação empírica e não parecem descolar-se espontaneamente da realidade figural daqueles objectos. Na razão entre o perímetro da circunferência do círculo e o seu diâmetro está guardada uma constante universal, representada por π . Do mesmo modo, podemos abstrair da observação de uma colecção de objectos um número, 1, 2, 3, 4, ..., que em si apenas classifica ordens de grandeza ou quantidade, mas outra coisa será constatar, como nos diz o teorema fundamental da aritmética, que qualquer número natural diferente de 1 pode ser escrito como o produto de factores primos. Aqui, as idealidades abstraídas revelam características internas próprias, relações que se prendem com a sua própria natureza e que remetem para uma lógica interna própria, rigorosa e fértil. Deverá ter sido a constatação da existência de tais propriedades intrínsecas a estas idealidades que as

tornou alvo de interesse e que descolou a geometria da mera grafia ou desenho de figuras e a aritmética do mero acto de contar. Nesse sentido, a origem das idealidades matemáticas será inseparável da descoberta da sua natureza própria, pejada de constantes e regularidades.

Desvela-se um problema difícil: por um lado, parecemos ter sido nós Homens a criar estas idealidades (difícilmente se encontrará na natureza um círculo perfeito, no sentido em que todos os pontos da circunferência estejam exactamente à mesma distância de um ponto central); por outro, essas idealidades parecem prenhes de características que não são obra da criatividade humana. Não é raro que os matemáticos digam que a matemática se *descobre*, não se *inventa*, numa dicotomia onde se considera *inventar* o acto de criação de algo inédito, e *descobrir* o acto de encontrar algo que já existia, mas que nunca antes foi percebido. Então, parece que ou as entidades matemáticas são a criação de algo inédito, ou a descoberta de algo que sempre existiu mesmo antes de ter sido percebido. Uma posição sobre o assunto depende, por princípio, da ontologia que se prescreve às entidades matemáticas: ou elas têm realidade própria e portanto existem autonomamente; ou são criações humanas e só têm existência na comunidade expressiva humana. Na questão da origem, que deve estar entretecida com a questão da natureza das idealidades matemáticas, não se podem eliminar, desprezar ou caluniar os problemas metafísicos. E eles começam aí: o que alimenta este campo de propriedades, regularidades e relações íntimas às idealidades matemáticas? Mais ainda, se as idealidades matemáticas se têm revelado capazes de descrever a realidade em que vivemos, acabamos numa questão ontológica: o isomorfismo entre a realidade e a sua descrição matemática não significará no limite que a própria realidade seja, em última análise, matemática? E teremos mesmo de adoptar a dicotomia existência autónoma/invenção humana?

§6. Trata-se de uma questão demasiado vasta, e porventura aporética. No quadro do alcance do nosso actual conhecimento, pode dizer-se que uma posição acerca de praticamente todos estes grandes problemas metafísicos é deixada ao critério individual, dependente das convicções que se engendram ao apreciar os detalhes mais finos da geração das idealidades, da argumentação e dos quadros teóricos que se constroem para advogar as diferentes perspectivas sobre o assunto e das problemáticas que os campos de questões abertos sugerem. Uma certa neutralidade permite mais facilmente coordenar

os dados chegados de várias áreas do conhecimento, deixando que sejam esses mesmos dados a encaminhar para possíveis quadros teóricos e furtando-se a tomadas de posição que, sem excepção, culminam em controvérsias sobre a ontologia das entidades matemáticas². Uma posição mais ou menos neutra, que coordene os muitos aspectos diferentes da experiência empírica e psíquica, dá fôlego ao argumento de que a odisseia da cognição matemática tem muito terreno a lavrar antes de poder elevar-se a uma teoria unívoca, a um conhecimento claro e inequívoco capaz de unificar aquilo que *pensamos* matematicamente sobre a realidade e aquilo que a realidade *será* matematicamente. Pois se conhecemos bastante sobre biologia, genética, epigénese e endogénese para compreender a geração de um embrião, talvez não conheçamos ainda o suficiente sobre a estrutura e funcionamento do cérebro ou da realidade última do universo para compreender a origem e a natureza de uma idealidade matemática. E daí advêm consequências: processos epistemológicos difíceis de compreender ficam trucidados, os seus bocados perdidos por uma terra-de-ninguém, e disciplinas como a filosofia, a psicologia, a neurologia ou a biologia não sabem que pedaços reclamar.

Mas o objectivo da filosofia não é procurar soluções de compromisso: é às problemáticas e controvérsias que deve abrir-se. Na sua forma mais clássica de indagação, ela nunca cessou de interessar-se pelas questões complexas do pensamento matemático, das suas idealidades e das relações múltiplas que estabelecem com o Homem e com o Mundo. Uma enumeração fastidiosa daria o elenco de filósofos e correntes filosóficas que encadeiam esse questionamento desde a Antiguidade até hoje. Nesta dissertação, ocupar-me-ei com alguns dos representantes desse questionamento e amparar-me-ei de duas disciplinas relativamente recentes que têm contribuído para o ataque ao problema: a Filosofia da Matemática e a Ciência Cognitiva.

§7. Evitando definições que pecariam sempre por incompletude, interessa-me, na Filosofia da Matemática, o tratamento dos problemas ontológicos e epistemológicos da matemática a partir de dentro, i.e., a partir da sua prática e do estudo dos processos formativos que lhe são intrínsecos. Nela evita-se enveredar pelo estudo de fenómenos e processos normalmente considerados “psíquicos”. Na Ciência Cognitiva, há o esforço de sair da autonomia da matemática e estudar, de modo abrangente, os diversos agentes e processos da sua constituição (com ênfase no Homem) e pôr em diálogo as diversas

² Controvérsias das quais correntes de pensamento como o platonismo, o intuicionismo, o empirismo, o nominalismo, etc., foram e são emblemáticas.

áreas envolvidas na produção de conhecimento. É justamente a Ciência Cognitiva quem procura ocupar-se dos ditos processos psíquicos, designação geral e um tanto obscura para o conjunto de fenómenos que se dão ao nível do indivíduo e suas estruturas cognitivas, os quais se crê potenciarem, entre outros, o pensamento matemático.

Nesta dissertação intersecto Filosofia pura com Filosofia da Matemática e Ciência Cognitiva, a fim de estudar o pensamento sobre a percepção e a cognição humanas no que ao caso da geometria (mais especificamente, da *proto-geometria*) respeita. Tal será feito em dois grandes momentos. O primeiro, a que corresponde a primeira parte desta dissertação, a partir da tentativa de formulação do que possa ser o transcendental geométrico, que pedras-de-toque assistem o seu desenho e a sua consistência, e que questões a partir dele se devem colocar. Para isso, escolhi seguir os pensamentos do filósofo francês, ainda vivo, Michel Serres e o do filósofo alemão Edmund Husserl. Ambos se destacam por terem tido formação matemática. No ambicioso e problemático ecletismo de Serres, encontrei um esforço original e ainda pouco comentado para ultrapassar as contingências históricas da geometria e os programas particulares de alguns dos filósofos que se dedicaram ao seu estudo, a fim de procurar definir o quadro geral de um pensamento que liga a matematicidade do universo ao logos humano. Nas investigações de Husserl, cujo fio apanho no seu famoso anexo *Der Ursprung der Geometrie*, encontrei algumas das questões objectivas a partir das quais se deve iniciar uma interrogação do que seja um transcendental geométrico. O segundo momento, a que correspondem as segunda e terceira parte desta dissertação, desloca-se do âmbito geral do transcendental geométrico para o âmbito particular da presença da geometria nos actos percepto-cognitivos humanos. Mais especificamente, a partir da difícil teoria kantiana do esquematismo e da sua hipótese para a constituição de conceitos a partir de matrizes geométricas. Para preparar esse programa, remontei à sua concepção original, feita por Platão e analisei as suas principais propostas, em particular no *Timeu*. Segue-se uma investida, em Immanuel Kant, onde analiso o seu pensamento sobre geometria a fim de autorizar uma leitura, tanto quanto sei inédita, da matriz geométrica do esquematismo de vários tipos de conceitos. O projecto original desta dissertação era o de erguer, a partir das raízes kantianas, uma teoria da geometrização da percepto-cognição, com ênfase na constituição dos conceitos empíricos. Mas constatei que, ainda que sem recorrerem àquela matriz kantiana, dois autores contemporâneos tinham já tomado em mãos esse projecto, com uma autoridade e conhecimento que eu não poderia ainda igualar. Por isso, dediquei a terceira parte deste estudo à análise dos projectos

desses autores, Irving Biederman e Peter Gärdenfors, esmiuçando as suas teorias e confrontando-as com o projecto kantiano que li no esquematismo, quer a partir das suas aberturas, quer a partir das debilidades as quais, segundo a minha interpretação, levaram Kant a abandoná-lo. Biederman e Gärdenfors nem são filósofos nem reconhecem nas suas teorias grandes pretensões filosóficas. Mas através do estudo de Kant e das afinidades entre os seus projectos descobri uma intimidade que abre caminho a mais profundas problematizações dos projectos de geometrização da percepto-cognição humana, e por isso vejo a sua presença autorizada e por demais legitimada neste estudo. Em todas estas intersecções segui um repto de Jean Petitot, o de que não podemos perder «*a tradição da solidariedade entre problemas metafísicos, lógicos, matemáticos, físicos, psicológicos e fisiológicos que dominava a filosofia, de Descartes a Husserl, passando por Locke, Hume, Leibniz, Helmholtz ou Brentano*» [Petitot, 2009, 17].

Não chegarei ao final deste trabalho com uma concepção unificada ou mesmo acabada dos dois momentos que o compõem. O transcendental geométrico e a percepto-cognição não compõem ainda um quadro suficientemente bem articulado aos meus olhos. Grande parte das suas dificuldades prendem-se com algumas das obscuridades metafísicas que já mencionei. Outra parte prende-se com o carácter preparatório deste estudo, a sua incursão ainda tateante e, sobretudo, com a minha tentativa de pôr em diálogo projectos umas vezes tão distintos quanto antagónicos, outros tão semelhantes porém diferentes quer nas suas pressuposições quer nas suas ambições.

§8. Subjacendo este trabalho, está a tentativa de compreender se e como pode uma “proto-geometria” modelar e estruturar a percepção e a cognição humanas, com particular ênfase na percepção e cognição espaciais. Haveria muitos conceitos a definir e a analisar neste trabalho (*espaço, geometria, abstracção*, entre eles), mas há três que devo definir sucintamente: *percepção*, *cognição* e *proto-geométrico*. Dos dois primeiros dou uma definição quase standard. Por *percepção* entendo todos os actos de síntese da informação que chega através dos órgãos dos sentidos (particularmente da visão). Por *cognição* entendo toda a actividade interpretativa e categorizadora envolvida na transformação da informação – quer tomada da percepção, quer de actividades autónomas, como a da imaginação – e no esforço de a alavancar a conhecimento.

O terceiro conceito é menos intuitivo. Ora, por *proto-geométrica* entendo uma certa forma de proceder que já parte de elementos geométricos (figurais e regularizadores, p.

ex.) mas que ainda não conhece, ou pelo menos não está consciente, dos formalismos e das constantes que tornam a geometria *em ciência*. Quando uma criança fala, ela conhece intuitivamente pronomes, substantivos, verbos e é capaz de produzir um discurso estruturado; todavia, não tem consciência de que existem regras gramaticais, nem sabe analisar o seu discurso, dividindo, p. ex., uma frase nos seus elementos e complementos. De modo análogo, quando pedimos a uma criança que faça um desenho, p. ex., da sua família, reparamos que ela usa elementos grosseiramente geométricos: círculos, quadrados, segmentos de recta, trapézios. Porém, não conhece ainda a ciência geométrica. É no sentido da disposição para o uso de elementos geométricos ainda só conhecidos e manuseados de modo intuitivo, que aplico o termo *proto-geometria*. Defino-o, não porque ele vá ser abundantemente referido ou trabalhado nas próximas páginas, mas porque está implícito em grande parte das minhas análises e concepções.

Ora, como conceber uma mediação perceptiva e cognitiva da realidade modelada matematicamente, mais em particular, geometricamente?

Logo à cabeça, impõe-se uma distinção: que a realidade é susceptível de ser modelizada matematicamente é uma tão antiga que os nossos antepassados – arquitectos, engenheiros, comerciantes ou navegantes – reconheceram essas possíveis modelizações e utilizaram-nas com sucesso. Mas uma coisa será reconhecer a afinidade entre um determinado fenómeno e sua possível descrição matemática. Trata-se aí de alcançar intelectualmente a expressão teórica de uma regularidade generalizável que se converte num facto ou na aproximação verdadeira a um estado de coisas graças a um conjunto de isomorfismos. Coisa distinta será sugerir que antes do domínio teórico e técnico de uma linguagem matemática formal e formalizada, os nossos sistemas percepto-cognitivos assentam desde logo, suponhamos por *design* intrínseco, numa modelização deste género e que intuitivamente se comportam matematicamente. Será esta uma das hipóteses que me interessam e com a qual me ocuparei, razão pela qual chamo à discussão ideias da Epistemologia Evolucionária. Não procurarei portanto apresentar ou estudar as muitas modelizações matemáticas de experiências perceptivas e cognitivas. Procurarei sim encontrar pedras-de-toque para sustentar que o fundo percepto-cognitivo é, desde logo, matemática em operação, matemática intrínseca, espontânea e endógena ao indivíduo, mas numa forma puramente intuitiva. Daí a noção de *proto-geométrico*.

Assim apresentado o tema, colocar-se-á a objecção de uma circularidade. Para verificar a acção espontânea de uma proto-matemática não temos que reconduzir o campo de

experiências percepto-cognitivas a modelizações matemáticas que as descrevam e só então formular a hipótese de que deve haver uma matematização intuitiva que primeiramente tornou essas modelizações possíveis? I.e., nós admitimos que deverá haver um fundo matemático subjacente às leis do universo porque, p. ex., a trajectória dos planetas obedece à Lei da Gravitação de Newton. Não deverá então ser o sucessivo sucesso das modelizações matemáticas dos sistemas percepto-cognitivos a fundamentar a hipótese de que tais sistemas matematizam espontaneamente? Consequentemente, não será por existir uma tal matematização espontânea que é depois possível encaminhar os sistemas percepto-cognitivos a uma rigorosa formalização matemática?

Isto equivaleria a dizer que só falamos porque existe uma ciência que estuda a linguagem e o discurso, o que é absurdo. Mas não é um absurdo evidente, e andei muito tempo enredado na ideia de que só podemos falar de geometria quando falamos da ciência geométrica. Tudo o que não fosse rigorosamente geométrico não era geometria: era desenho, ou figuração, ou representação, ou qualquer coisa do género com uma vertente inexacta. Ora, parte desta dissertação responde justamente à tentativa de compreender o que deve preparar o conhecimento geométrico *científico*³.

§9. Impõem-se também algumas primeiras considerações sobre a noção de *transcendental*. Ela está particularmente exposta a controvérsias interpretativas e a sua análise coloca, na história do pensamento, problemas de estabilização. Importa-me por enquanto tomar a noção em si, i.e., sem a vincular a nenhum programa específico.

Jeff Malpas afirma na introdução a [Malpas et al., 2002] que, mau-grado as controvérsias e obscuridades em torno do assunto, «a ideia do *transcendental* é

³ Neste particular, constatei que em larga medida as minhas pretensões foram antecipadas por Peg Rawes em *Space, geometry and aesthetics. Through Kant and towards Deleuze* [Rawes, 2008], quer no tema, quer na selecção de autores e de obras, ainda que a orientação geral do seu estudo seja bem distinta do meu. Nesse estudo, tão original quanto a espaços perplexificante, Rawes procura fundamentar a tese de que é possível remover a geometria, ou pelo menos o pensamento geométrico, do seu carácter puramente científico-formal para a pensar como um sistema de processos de *embodiment* que se imiscuem na percepção e sobretudo na sensibilidade. Nesse sentido, a passagem da autora por Kant, Platão, Proclo, Espinoza, Leibniz, e Husserl, procura sustentar como em cada um desses pensadores se desenha uma geometria *incarnada*. Ora, ao passo que o objectivo fundamental de Rawes me parece ser determinar a geometria como o fundamento de uma teoria de sensibilidade, o meu objectivo é contribuir para a determinação da geometria como fundamento da percepto-cognição. Considero essa obra muito interessante e rica, mas tenho dificuldade em compreender a noção de geometria quer de que Rawes parte, quer à qual procura chegar. Rawes também não faz essa determinação conceptual de modo a eliminar confusões que as suas diferentes leituras dos pensadores sugerem, ainda que o seu tratamento da noção de geometria esteja assente precisamente no esforço de amplificar esse conceito. Comentar esta obra deverá ser objecto de um outro estudo. Não obstante, considero que se existe um projecto que se aproxima do meu é sem dúvida o de Rawes.

frequentemente tomada como indicativa de um modo de filosofar universalista e anistórico – um modo que se esforça por transcender a particularidade da nossa situação fáctica» [id., 1], e Juliet Floyd toma o ponto-de-vista transcendental como o que: «*procura recuperar uma esfera autónoma para o conhecimento filosófico, um papel especial para a filosofia como disciplina que procura estabelecer condições a priori (ou limites) para o conhecimento e a certeza»* [id., 42].

Universalidade e anistoricidade são duas saliências decisivas quando tomamos o transcendental na máxima generalidade. E ambas se enlaçam: a universalidade diz respeito a uma transversalidade total, para todos os povos, tempos, culturas e lugares, estados de coisas; daí resulta a pretensão da anistoricidade, pois se se pressupõe uma transversalidade total, ela tem de se sobrepôr a aspectos conjunturais e contingentes. Que ela esteja ligada à possibilidade de alcançar um conhecimento certo e verdadeiro é, conforme veremos, o ângulo pelo qual Serres, Husserl e Kant a enfrentam.

Mas tomar a noção de transcendental pelo ângulo da universalidade e da anistoricidade, e tentar pensá-la na máxima generalidade que pode alcançar, comporta grande ambição. No limite, e supondo que há unidade nas estruturas elementares do Universo, parece então que o transcendental só poderá dizer respeito a tais estruturas unificantes. Subscribo a ideia de que a noção remete para uma pretensão de universalidade. Mas debato-me com a ideia de que ela remeta para uma anistoricidade, i.e., que é imutável, eterna e independente de contingências. Que não é susceptível de uma dinâmica. Em lugar de imutabilidade, julgo que é mais fértil pensá-la dotada de uma *estabilidade estrutural*, tomando um conceito de René Thom. Serres aprofundará tal convicção com o pensamento sobre a analogia, *o logos que transita*.

§10. Por outro lado, diz o próprio vocábulo, algo transcendental *transcende*, está para além de. Tal ideia deve ligar-se à que lhe é simétrica, a ideia do que *está imediatamente dado*. Ligando-as, pode pensar-se nominalmente o transcendental como algo que *está para além do imediatamente dado*. Assim, o transcendental dirá respeito ao conjunto de elementos que não estão imediatamente dados. Todavia, tais elementos – e aí se anuncia a sua condição justamente *transcendental* – relevam como condição de possibilidade, ou potência imanente, de qualquer dado. Tal é, p. ex., a perspectiva que Husserl desenvolve a partir da imaginação (ou fantasia) e da intuição categorial, sobre as quais eleva a sua perspectiva sobre o transcendental na produção de conhecimento.

Assim, posso delimitar o programa transcendental como aquele que procura determinar as estruturas que fundamentam os elementos constitutivos de um objecto de estudo e que alimentam o seu campo de potencialidades. São justamente denominadas *condições de possibilidade* e devem ser distinguidas das *condições de actualidade*. Considere-se o átomo como objecto de estudo: as suas condições de possibilidade serão *as dimensões espaço-temporais* e, porventura, algo como a *quantidade* (que, logo à partida, remete para um transcendental matemático); as suas condições de actualidade serão os *protões*, os *neutrões*, os *electrões*, as *forças electromagnéticas*, as *nucleares*, etc. As condições de possibilidade parecem transcender as condições de actualidade porque, mesmo que varie o número de protões ou de electrões e suas cargas eléctricas, elas continuam a ser expressas numa espacialidade, numa temporalidade e a aparecer em quantidades. E isto mesmo que haja uma dependência recíproca entre as condições de possibilidade e as de actualidade, ou seja, mesmo que as condições de possibilidade não existam sem — que sejam até geradas por — as condições de actualidade (e vice-versa). Este exemplo ajuda a compreender como é que a ideia de transcendental deve comportar em si a pressuposição de *condição de possibilidade* (onto-epistemológica).

Mas talvez no limite o transcendental anuncie uma mera pretensão, de utilidade heurística e metodológica. Essa pretensão ideal pode ser tão-só *a procura dos elementos fundamentais comuns que determinam uma unidade transversal*, ou seja, que fundam o anseio humano de desvendar uma comunidade total. Naquela que é talvez a obra mais emblemática do *transcendental* programático, a *Crítica da Razão Pura* de Kant, a pretensão de uma unidade fundamental, embora criticada e embora Kant exortasse à sua moderação, aparece como foco originário para onde idealmente parece convergir toda a diversidade da Natureza, unidade que ratifica a possibilidade humana de conhecê-la. Sobre isso versa o fundamental *Apêndice à Dialéctica Transcendental*. Tal ideia parecerá mais o fruto de um anseio de preenchimento espiritual, do que de uma necessidade cientificamente exigível.

Mas tome-se outra analogia: os sistemas operativos Windows e Mackintosh são programados em linguagens distintas e incompatíveis. Uma instrução dada a um sistema Windows não é compreendida pelo sistema Mackintosh, e vice-versa. Por conseguinte, são sistemas descontínuos e, não havendo uma unidade comum (uma linguagem partilhada), os sistemas auto-delimitam-se e incompatibilizam-se. Um programa criado para o Windows não pode ser executado no sistema Mackintosh, e vice-versa.

Expandindo a analogia, podemos supor que, a haver pontos do Universo que não conhecem qualquer unidade com a região que habitamos, então esses pontos ser-nos-ão provavelmente incognoscíveis (p. ex., o interior de um buraco negro). Porém, no acesso epistemológico, há elementos de unidade: uma mesma pessoa pode operar um sistema Windows e um sistema Mackintosh; não poderemos talvez entrar num buraco negro, mas podemos conhecê-lo racionalmente. A pretensão de uma unidade fundamental aparece assim como garante da comunicabilidade entre sistemas e sua cognoscibilidade. Melhor dito, a ideia de uma unidade fundamental demove os limites à racionalidade humana. No caso dos buracos negros, estas estruturas transcendentais existem, mas são de tal modo reconfiguradas, comprimidas, aceleradas, que deixa de ser possível a transição física de um indivíduo da Terra para o buraco negro. Porém, havendo uma unidade nas estruturas transcendentais, a barreira física inamovível é ultrapassável através da possibilidade de inteligibilização. Talvez nunca nenhum humano possa visitar um buraco negro, mas deve poder todavia conhecê-lo, ter-lhe um acesso racional.

§§11-12: → Apêndice I, p. 452.

§13. Como disse, embora as estruturas transcendentais se anunciem com a pretensão de universalidade, de ser transversais a sistemas distintos, não é forçoso admitir que sejam imutáveis. Devemos antes conceber que elas preservem uma certa estabilidade e recorrência estrutural. Nesse sentido, podem sofrer transformações e reconfigurações tais que não só se torna difícil identificá-las como admitir uma transição contínua entre vários sistemas que, não obstante, as deverão ter na base. Vollmer alega em favor da matemática: ela é a linguagem em que se tenta (e consegue) fazer essa traduzibilidade.

Parece-me útil proceder então a uma delimitação de *escala*. Apesar da estabilidade estrutural a que deve reportar-se, as estruturas transcendentais são passíveis de distintas apresentações. E só atentando no núcleo estruturalmente estável dessas apresentações conseguimos entrever os elementos transcendentais que nele devem estar presentes. Como tal, e por parcimónia, parece-me possível levar a cabo uma investigação sobre o transcendental sobre estruturas a uma determinada escala, as quais poderão depois ser procuradas, por via das suas afinidades, noutras escalas.

Tome-se o exemplo do transcendental kantiano: ele concentrou-se na estrutura cognitiva humana, reconhecendo os limites da razão e, através deles, estabelecendo a legalidade do conhecimento racional. Esta noção de transcendental surgiu porque, no campo da epistemologia, urgia responder ao enigma das condições de possibilidade que fundavam certo tipo de juízos, os juízos sintéticos *a priori*, juízos cujas condições de possibilidade não parecem ser dadas nem poder ser extraídas de nenhuma experiência ou de nenhuma síntese de experiências. A importância de encontrar essas condições de possibilidade foi tanto maior quanto estes juízos específicos pareciam tornar, aos olhos de Kant, a experiência possível. É a deduzir o leque destas condições de possibilidade que o programa transcendental de Kant se propõe, recuando, justamente, àquilo que está para além do dado na experiência. O transcendental de Michel Serres, de forma mais difusa, renuncia em absoluto à ideia de um *sujeito epistemológico* cindido da realidade em que está inscrito, e devota-se a investigar o amplo solo da unidade estrutural saliente e comum aos elementos do sistema solar⁴, à sua ecologia, às entidades matemáticas que este sistema sugere e à organização comunitária (nomeadamente cultural) dos grupos biológicos que nele se desenvolvem. Mais lato que o de Kant, o transcendental de Serres aparece também, não obstante, delimitado. Eis a grande distinção entre estes dois exemplos de transcendental: ao passo que Kant assume que é o sujeito quem contém em si todos os princípios do conhecimento e os prescreve à realidade, sendo portanto a realidade a imagem filtrada segundo estes princípios cognitivos (e ficando em aberto a questão de saber o que será, afinal, a realidade exterior *em si*), Michel Serres parte da suposição de que a realidade é dotada de um transcendental intrínseco, uma inteligência autóctone, a qual molda e configura as capacidades percepto-cognitivas humanas, pois o Homem está desde sempre imerso nessa realidade. Para Serres conhecer matematicamente é conhecer o *em si* do universo.

Aceite-se então por ora a noção de transcendental, em sentido lato, como o conjunto de condições de possibilidade transversais a um determinado estado de coisas, qualquer que seja a multiplicidade de fenómenos ou apresentações que esse estado de coisas exiba. E aceite-se a matemática, pela sua transversal aplicabilidade, como a linguagem que não só melhor apreende, como melhor faz pressentir esse transcendental. A suposta universalidade autóctone do transcendental deve poder ser encontrada num sistema delimitado, mas *deverá ser universal* no sentido em que comporta em si uma

⁴ Digo “solar” e não “terrestre” devido à importância do sol na descoberta do teorema que Serres considera *originário*, o Teorema de Tales. Vê-lo-emos adiante.

pressuposição de transversalidade aos vários sistemas. O transcendental geométrico será *um* desses sistemas delimitados e o seu estudo, na medida em que se ocupa de uma ciência constituída pelos Homens, deve partir da sua escala percepto-cognitiva.

§14. Finalmente, a noção de transcendental parece-me relevante para a inteligibilização dos sistemas porque para compreendê-los servimos-nos de *idealidades*. Como tal, entra na dinâmica epistemológica estabelecida entre as realidades e o modo de apreendê-las e conhecê-las: a cognição humana assenta em idealidades. Não é fortuito que o transcendental fosse revitalizado por Kant numa corrente justamente chamada *idealista*. Um sistema físico é descritível, em boa parte, pelos seus aspectos físicos, químicos e mecânicos. Mas os seus elementos transcendentais serão estruturas que transcendem a paleta física, química e mecânica, e que a certo momento parecem justamente impôr-se como condições de possibilidade daqueles outros aspectos. Já o sistema cognitivo humano, um sistema biológico, não parece inteiramente descritível pelos aspectos bio-físicos, bio-químicos e mecânicos que nele tomam parte. Apesar da representação de uma certa idealidade poder ser reconduzível, porventura, à activação de um determinado padrão neuronal com o respectivo complexo bioquímico associado, a verdade é que essa descrição não fundamenta o evento de se ter produzido uma tal idealidade. As idealidades reconduzem-nos ao campo *meta*-físico, não só porque elas não devem poder ser reconduzíveis a um fisicalismo (invertendo: analisar uma determinada activação neuronal poderá ajudar-me a explicar porque e como é que ela mapeia uma idealidade como $\sqrt{2}$?), nem porque nada há na realidade física que torne necessária essa mesma idealidade. Tanto quanto sabemos, o Homem é a única entidade biológica que constituiu a idealidade $\sqrt{2}$.

Seguramente, tais aspectos deverão entrar na constituição da idealidade: no campo dos aspectos físicos, assinalei os mecânicos, químicos, biológicos e fisiológicos, aspectos que se desenvolvem endogenamente, mas também por resposta à realidade envolvente; depois há um campo de aspectos a que podemos chamar lógicos, que talvez mapeiem regularidades e relações entre elementos da realidade; há também aspectos evolutivos e filogenéticos, pois um organismo é resulta de um processo de desenvolvimento e adaptação. Mas será que assim se suprem as condições necessárias à formação de uma idealidade, nomeadamente matemática? É verdade que a constituição de idealidades parece tanto mais viável quanto mais afinado e desenvolvido é o sistema cognitivo, i.e.,

a capacidade de constituir idealidades parece directamente proporcional à evolução do sistema biológico em causa. E este desenvolvimento, por sua vez, vai intensificar os aspectos bioquímicos que melhor servem a afinação e detecção de certas regularidades. Mas na constituição daquelas idealidades específicas do transcendental, i.e., daquelas idealidades às quais subjaz a pretensão de uma validade universal e das quais as matemáticas constituem o melhor espécime, devem estar envolvidos aspectos do sistema a que o organismo que as constitui pertence e que não são reconduzíveis a uma descrição fisicalista. Numa palavra: emergem. Embora não vá debruçar-me sobre a questão da emergência da idealidade, é minha convicção que é o plano transcendental, alimentando uma potência intuitiva particular, que Husserl descreverá sob a noção de *intuição categorial*, a estar envolvido nelas.

§15. Proponho assim, a título introdutório, um conjunto de sinais que se devem considerar no transcendental e num programa de investigação a ele dedicado:

1. heurísticamente, o transcendental deve auxiliar a configuração dos sustentáculos de um sistema, a uma dada escala, ainda que possa transcendê-lo e ser válido e comum a outros sistemas, noutras escalas;
2. o transcendental comporta em si a pretensão de uma validade universal, i.e., partilhada por todos os elementos que constituem um sistema a uma dada escala e que podem ser detectáveis noutras escalas;
3. o transcendental deve corresponder a dinâmicas que preservam uma estabilidade estrutural; i.e., as suas apresentações metamorfoseiam-se, sem que essas metamorfoses alterem o núcleo fundamental de onde procedem;
4. o transcendental deve ser estrutural, pois se é válido para elementos distintos em sistemas e escalas distintas, ele só deve ocupar-se daquilo que no distinto é congénere. Esse carácter estrutural deve estar na base do universo de possíveis, sem nunca se esgotar em particulares;
5. o transcendental deve ser relacional, no sentido em que só deve estar implicado nas relações entre elementos de um sistema, tomar parte nas modalidades de presentificação desses elementos, e nas suas dinâmicas;
6. o transcendental deve poder ser estabilizável em formas (p. ex., lógicas), o que o torna inteligível, apreensível e comunicável;

7. o transcendental deve legalizar uma comunidade estrutural, ou sistema, pois deve estar na raiz das regras de constituição, realização e desenvolvimento de um sistema;
8. tudo isto quanto ao aspecto epistemológico do transcendental; não obstante, não posso afastar a hipótese de que o transcendental se revele ontologicamente inefável, no sentido em que podemos pressenti-lo, usá-lo, estar mesmo mergulhados nele, e todavia ser incapazes de o apreender dentro da nossa esquadria lógica e racional. Um optimismo científico cego, que afaste tal hipótese ignora, p. ex., as consequências metafísicas dos teoremas da incompletude de Kurt Gödel, i.e., negará que o sistema da racionalidade humana é, fundamentalmente, um sistema de fundo lógico.

Uma distinção final. Apesar desta última hipótese, vou preservar uma distinção entre transcendental e transcendente: não são sinónimos. O transcendental é uma noção do campo onto-epistemológico e designa, idealmente, o conjunto de condições de possibilidade que deverá tornar uma qualquer experiência ou estado de coisas possível. O transcendente é uma noção do campo esotérico, e diz respeito ao que estará para além de qualquer experiência possível ou da possível determinação de um estado de coisas.

§16. Faço agora uma sinopse introdutória da dissertação e sua estrutura.

A dissertação é composta pelos dois grandes momentos que mencionei já na §7 e está dividida em três partes. No primeiro momento, parte I, ocupo-me da noção de transcendental geométrico e sua análise a partir da investigação das possíveis origens da geometria. Para isso, analiso o pensamento de Serres e Husserl, dois dos autores que mais sistemática e coerentemente se dedicaram a estudar, num âmbito metafísico, esse problema. Os capítulos I e II ocupam-se, respectivamente, com os seus pensamentos.

Na análise do pensamento de Serres, a partir da obra *As Origens da Geometria*, encontrei os elementos para pensar o transcendental geométrico a partir de uma perspectiva anti-subjectivista, numa aproximação a que chamei *estruturalismo transcendental*. Segundo a minha interpretação, a principal tese a subjazer a sua concepção das origens da geometria insiste na natureza transcendental da matéria que funda o saber geométrico, i.e., na convicção de que ele se funda num *logos* intrínseco ao universo, e para o qual a inteligência humana constitui um agente filtrante. O empenho deste autor é em reunir pedras-de-toque que permitam afirmar a existência de um tal *logos* universal. A sua originalidade consiste em não o fazer através da aplicabilidade da

matemática às diferentes expressões da realidade, antes em procurar aquilo que quer na matemática quer na realidade aponta para a existência das relações comuns, graças às quais é possível trazer coisas distintas a um mesmo *logos* de inteligibilidade. Nesse sentido, o resultado do estudo do transcendental geométrico anti-subjectivista de Serres, negando que a matemática tenha uma matriz humana e que aquilo a que ela se reporta seja uma criação dos Homens, toma e eleva as noções matemáticas de “modelo” e de “grupo”, em particular esta última, a objectos filosóficos de importância heurística para compreender o plano de unidade estrutural a que todo o universo deve remontar.

No capítulo II escolhi uma análise do transcendental geométrico que é, em quase todos os termos, oposta à de Serres, a que Husserl consolida no texto crepuscular *A Origem da Geometria*. Segundo Husserl, o transcendental geométrico não ultrapassa o âmbito cognitivo humano, e por isso não admite incursões de estilo platonista como a de Serres. Para Husserl, o transcendental geométrico é o plano no qual se analisam as competências cognitivas humanas para a apreensão de estruturas e idealidades maximamente gerais. Nesse sentido, todo o seu empenho é posto no desenvolvimento da subjectividade (na figura da consciência transcendental), como coração do problema da natureza da matemática e suas idealidades. O estudo da subjectividade transcendental traz à baila concepções decisivas e profundas sobre a imaginação, a intuição categorial, a noção de abstracção, e sobretudo sobre a noção de lógica e sua natureza. Segundo a minha interpretação, em Husserl a lógica funda o verdadeiro transcendental, numa versão delimitada da concepção de *mathesis universalis*, mas todo o esforço epistemológico só pode debruçar-se sobre as condições de apuramento desse âmbito transcendental, sem cair em hipóstases insustentáveis sobre a realidade autónoma das idealidades que a consciência forja e apreende. Sobrepostos os dois estudos, constatamos a fertilidade filosófica de conseguir, a partir dos mesmos filões de pensamento⁵, extrair programas metafísicos (quase) opostos e porém tão texturados, os quais devem ser observados em conjunto, quase procurando alimentar a aparente antinomia que desenham e que só pode ser sintomática da dificuldade em delinear e conceber o que seja afinal o transcendental geométrico.

No segundo momento deste estudo, parte II, partindo de uma concepção provisória e profundamente problemática de transcendental geométrico que extraio da síntese de Serres e de Husserl, dedico-me à consideração que uma tal concepção de transcendental

⁵ Tanto Serres como Husserl se reivindicam, nas suas concepções transcendentais, tributários do pensamento leibniziano.

geométrico pode ter sobre os mecanismos percepto-cognitivos humanos, em particular na relação humana com o espaço, as formas e as figuras e seu vínculo com a constituição de conceitos e, enfim, o sistema de conhecimento. Para isso debruço-me sobre as concepções inaugurais e problemáticas de Platão e de Kant. Os capítulos III e IV ocupam-se, respectivamente, com os seus pensamentos em abordagens que, tanto quanto conheço do aparato crítico, insistem em análises e hipóteses originais sobre as concepções forjadas por estes pensadores. Nesta segunda parte toma a dianteira a forma como as concepções do transcendental geométrico – em Platão e Kant mais directas do que em Serres e Husserl – influem nas suas concepções da percepto-cognição da realidade, que dificuldades encerram, que fertilidades abrem e que aspectos ganham resistência e reactualização no pensamento sobre a percepto-cognição contemporânea.

O capítulo III debruça-se sobre Platão e sobre hipóteses desenvolvidas nos diálogos *Ménon*, *República* e *Timeu*. Em particular neste último, Platão desenvolve hipóteses ousadas que consistem na extensão da sua Teoria das Formas à percepto-cognição da realidade física, as quais insistem na ideia de que o transcendental geométrico no qual a racionalidade humana participa é aquela que abre caminho para a possibilidade de constituir a aproximação perceptiva e cognitiva à realidade. Não só Platão convoca noções geométricas e topológicas para apreciar a constituição do espaço físico e dos corpos animados, como mais originalmente desenvolve ideias que colocam esses mesmos elementos na origem de afecções perceptivas e na constituição de conceitos fundamentais como os de *orientação* e de *verdade*. Na minha leitura, este primeiro esforço de “geometrização” da realidade física e dos fundamentos da percepto-cognição humana só esbarra na contingência de que Platão não usufruiu de uma geometria suficientemente sofisticada para converter essas hipóteses em teses mais elaboradas sobre tal relação entre geometria, percepção e cognição. Não obstante, elas inauguram alguns dos mais persistentes caminhos de investigação da relação entre o transcendental geométrico e percepto-cognição a partir da noção de inatismo, do projecto de matematização da experiência e da percepção e, mais abrangentemente, da concepção de uma arquitectónica da natureza que deve poder remontar a matrizes matemáticas, por muito obscuras que elas lhe tenham aparecido a ele, como continuam a aparecer-nos hoje, mau-grado os extraordinários avanços na matematização da natureza e até da percepto-cognição humana (caso, p. ex., dos fenómenos da visão).

No capítulo IV debruço-me sobre o pensamento de Kant. Se a grande marca kantiana no pensamento geométrico é geralmente associada à tese de que a geometria euclidiana enforma a percepção humana do mundo físico, o meu interesse no seu pensamento incide sobretudo na sua concepção da percepto-cognição geométrica da realidade a partir das obscuridades e entrelinhas da teoria do esquematismo. Segundo Kant, a síntese da aplicação dos conceitos aos fenómenos empíricos acontece graças a uma capacidade da imaginação forjar regras de construção das formas dos objectos, regras que, no caso dos esquemas dos conceitos empíricos são amiúde exemplificadas através de marcas da sua estrutura geométrica. Ora, se por um lado Kant não só não desenvolveu suficientemente a hipótese de que haja algum tipo de mediação geométrica entre o sujeito transcendental e conceptualização da realidade empírica, a verdade é que na *Crítica da Faculdade de Julgar* vem mesmo a refutar a viabilidade de tal hipótese pela pobreza da geometria euclidiana face à diversidade e complexidade das formas naturais. Não obstante, pareceu-me legítimo desenvolver e fundamentar a hipótese de que era exactamente isso que Kant tinha em mente quando produziu a primeira versão da teoria do esquematismo. Porém, nem a geometria era, à época de Kant, suficientemente elástica e desenvolvida para descrever os fenómenos perceptivos, nem para dar conta da estrutura física de objectos cuja conceptualização interessava particularmente a Kant – os seres organizados –, nem Kant desenvolveu suficientemente uma teoria da imaginação para dar conta do seu papel sintético na apreensão das formas esquemáticas naturais; finalmente, não usufruiu de uma noção geométrica como a de grupo a qual, segundo creio, ter-lhe-ia dado muito que pensar na afinação da sua teoria da esquematização estrutural dos objectos, com ênfase na sua estabilidade estrutural e paralela flexibilização na transformação das formas. Mau-grado a componente especulativa, estou convencido de que a minha interpretação do esquematismo pelo menos aponta para duas hipóteses acerca da ideia de que a nossa percepção das formas deve assentar nalgum tipo de modelização matemática, e toda a dificuldade está, no tempo de Kant como hoje, em compreender como proceder a tal modelização.

O segundo momento deste estudo prolonga-se na parte III, ocupando-se aí com a compreensão e expansão daquelas duas hipóteses kantianas, a partir de duas teorias contemporâneas – uma para a percepção outra para a cognição –, com a análise quer das suas riquezas, quer das suas debilidades.

O capítulo V debruça-se sobre a teoria desenvolvida por Irving Biederman na segunda metade da década de 1980 denominada *Recognition-by-components* <RBC>, *reconhecimento-por-componentes*, também chamada *teoria dos géons*. Não sendo uma teoria matemática, nem tendo ainda sido objecto de formalização, ela indiscutivelmente entronca no projecto de matematização da percepção. Segundo Biederman, o espantoso fenómeno do reconhecimento de formas e sua integração em conceitos assentaria na constituição de esquemas de formas fundamentais que equivaleriam, aproximadamente, a sólidos euclidianos. A partir da constituição de um léxico de formas fundamentais (esferas, toros, paralelepípedos, cunhas, etc.) e sua conjugação, os sistemas visuais seriam capazes de rapidamente relacionar a estrutura fundamental de um objecto com o conceito correspondente na memória. A hipótese de Biederman a meu ver não só constitui uma versão do que Kant tinha em mente quando pensou a teoria do esquematismo e da exemplificação (embora Biederman nunca estabeleça esse elo ou acuse qualquer influência kantiana), como foi sucessivamente enriquecida e fortificada por estudos experimentais na área da neurociência, da teoria da computação e da ciência-cognitiva. Não obstante, a teoria de Biederman padece de difíceis insuficiências: não só não consegue dar conta da relação entre a emergência dessas formas estruturais geométricas elementares e o papel simbólico que lhe dará aporte cognitivo, como só se revela eficaz para a descrição dos fenómenos de *reconhecimento* (e não de *conhecimento*); por fim, é manifestamente insuficiente para a síntese percepto-cognitiva de formas animadas (p. ex., de seres vivos) e portanto para estruturas morfológicamente dinâmicas ou cuja forma não subsume nos *géons* fundamentais. Mau-grado as suas dificuldades e insuficiências, vejo na teoria elementos de grande riqueza e fertilidade. O facto de não ter ainda merecido grande interesse do ponto-de-vista das suas implicações filosóficas fez-me crer que é justa a sua consideração quer por relação às hipóteses kantianas, quer por relação ao transcendental geométrico.

Finalmente, o capítulo VI detém-se sobre a teoria dos Espaços Conceptuais de Peter Gärdenfors. Sendo uma teoria ainda em desenvolvimento, a meu ver Gärdenfors dá uma contribuição interessante para solidificar um amplo projecto de matematização da cognição, em particular no que respeita a representação de conceitos. A sua modelização geométrica da representação conceptual tem enfoque instrumentalista e, nessa medida, muito está por apurar acerca da sua adequação aos processos percepto-cognitivos humanos. Não obstante, Gärdenfors forja um projecto de representação conceptual a partir de duas noções decisivas: a de *dimensão qualitativa* e a de

similaridade, noções que conhecem paralelos no pensamento kantiano. O espaço conceptual é concebido como a intersecção de um conjunto de dimensões qualitativas, as quais são concebidas como podendo estar directamente ligadas aos receptores sensoriais ou como sendo mais abstractas, p. ex., resultado de estabilizações culturais. O aspecto notável da teoria de Gärdenfors consiste na proposta de atribuição de uma estrutura geométrica definida a cada espaço conceptual e respectivas dimensões qualitativas, tornando possível representar cada conceito como um ponto ou região dentro de cada espaço conceptual fundamental, ou na intersecção de vários espaços conceptuais. Aspectos como a similaridade de conceitos e a dinâmica inter-conceptual tornar-se-iam assim passíveis de uma representação geométrica. A teoria está pejada de dificuldades e de interessantes implicações metafísicas. Além da dúvida adequação da concepção teórica de Gärdenfors ao sistema de conceptualização humano, fica-se ainda com uma imagem insuficiente do quadro geral que resulta da aplicação da sua axiomática aos possíveis elementos fundamentais da representação conceptual humana. Mais ainda, fica por compreender a natureza das funções lógicas intrínsecas à manipulação dos axiomas fundamentais da teoria, partindo do princípio de que o “cérebro é um órgão geométrico”. Se tal for justo, tal modelização geométrica dos processos representativos conceptuais recoloca a hipótese de o cérebro ser um natural e espontâneo geómetra, ideia que reactualiza e recoloca o problema de compreender a natureza da matemática e de como pode ela actuar em processos cognitivos ainda infra-linguísticos. As muitas dificuldades e ricas questões que a teoria de Gärdenfors abre recolocam o tema do transcendental geométrico bem no centro da actividade cognitiva humana, pela necessidade de reconsiderar a relação entre fenómenos e modelos, bem como na sua componente genética e condição de possibilidade.

PARTE I

Constituição de uma problemática do transcendental geométrico a partir da investigação das origens da geometria: o pensamento de Michel Serres e o de Edmund Husserl.

Capítulo I

A concepção do transcendental geométrico a partir das origens da geometria no pensamento de Michel Serres: o logos universal

§17. É possível iniciar a investigação das hipóteses do transcendental geométrico a partir do estudo de dois programas de análise das origens da geometria: o de Michel Serres e o de Edmund Husserl. Começo por Serres, com a obra *As Origens da Geometria* <*Les Origines de la Géométrie*> [Serres, OsG, 1997⁶]. Dedico-lhe esforço exegético particular pois pude verificar o relativo e imerecido desinteresse de que esta obra continua a ser vítima no que aos estudos sobre a filosofia da geometria respeita⁷.

O acesso às origens da geometria é encetado como o esforço de desenterrar os elementos fundamentais e fundadores deste conhecimento: «*Fora de toda a compreensão da história e do tempo, como, portanto, procurar o acesso às origens [da geometria]?*» [OsG, §34, 32]. Na medida em que Serres procura um ponto-de-vista anistórico e atemporal, ele alinha numa investigação consonante com as minhas hipóteses para o transcendental [vide supra, §§9,15].

O pensamento de Serres sobre a geometria constitui o que designo de *estruturalismo transcendental*⁸. Isso porque a geometria, elevando-se sobre a miríade de diferenças que caracteriza as culturas humanas, impõe a presença de algo fundamentalmente estável e universal. Ao raciocinar geometricamente somos «*coagidos a obedecer a outra coisa diferente de nós próprios* [<à outre chose qu'à nous>], *a uma obrigação que as nossas medidas não ditam, não informam nem mostram, a uma métrica demonstrada, a um universo novo totalmente diferente de todas as nossas diferenças*» [OsG, §7, 10].

Para Serres, se alguns desses elementos fundamentais têm raiz num logos especificamente humano, é sua convicção que aquilo que os alimenta pertence a um logos mais abrangente, um logos universal. E isso faz crer que tais elementos têm

⁶ Dividi a obra, seguindo as suas secções, em 285§§. (Na edição portuguesa, o título da §121, p. 116, não está assinalado em itálico como os restantes, o que pode induzir em erro na ordenação.) Referirei sempre o número da secção e a página correspondente na edição portuguesa.

⁷ E não só; o desinteresse expande-se aos estudos sobre o próprio pensamento de Serres: p. ex., em *Mapping Michel Serres* [Abbas et al., 2005], nenhum capítulo é dedicado a esta obra. Eu próprio lamento de antemão alguma obscuridade na minha apresentação, a qual se ficará a dever ao pouco desenvolvimento que lhe posso dar. Uma total clarificação exigiria um trabalho inteiramente dedicado a este texto, o que fica fora do âmbito desta dissertação.

⁸ A importância do estruturalismo no pensamento de Serres e a sua origem na formação matemática deste pensador é desenvolvida pelo próprio, p. ex., em [Serres, Latour, 1995, 35].

autonomia ontológica em relação à razão humana como *mediadora* da geometria *qua* ciência. Não obstante, tais elementos devem ser a matéria de um logos universal no qual a razão humana toma parte e intui (p. ex., [OsG, §129, 125]). Portanto, Serres pressupõe a existência de um transcendental geométrico, ainda que não o nomeie assim.

Só que este pensador não vê cisão entre o logos humano e o logos do universo: eles são um só. E o seu estudo das origens da geometria procura as pedras-de-toque para sustentar essa convicção. A geometria-ciência (forma humana) e a geometria-técnica-natural (forma universal) bebem da mesma fonte e são uma mesma expressão do transcendental geométrico. A unidade do logos humano com o universal vai ser esmiuçada na sua obra através do tríptico *nomos-physis-logos*.

§18. Que tríptico é este? O *nomos* respeita ao campo de elementos constitutivos desvelados nas diversas áreas das praxiz humana, da política à ética, do direito à filosofia, da linguagem à idealidade, do diálogo à dialéctica, do mito à razão. Na obra, é desenvolvido a partir de Anaximandro e da sua noção de *apeiron* <απειρον>, a qual levará Serres a conceber a apreensão do transcendental geométrico dentro do plano de uma filosofia da *mistura* <mélange> e da *compreensão* <compréhension>.

A *physis* é o campo de elementos constitutivos desvelados na observação da natureza e do universo; compreende origens astronómicas, ópticas, algorítmicas, estruturais (ou relacionais), topológicas, mecânicas e antropológicas. É pensada primeiro a partir de Tales e da sua descoberta do logos invariante das relações (o teorema de Tales), relações cuja validade se expande ao conjunto do universo; em segundo, é pensada a partir de Diógenes, na constituição do movimento purificador, de erradicação do ruído, do empírico, daquilo que está entre as manifestações concretas do universal e as suas apreensões abstractas e filtradas. Sem este movimento de limpeza e purificação, o logos universal não alcançaria o entendimento puro, sob a forma de idealidades matemáticas.

Da síntese entre as diversas origens que Serres desvela, tanto no *nomos* como na *physis*, descola-se uma unidade fundamental, nomeável como *logos*, estrutura unificada e unificadora. Trata-se da pura inteligibilidade, comum à natureza e ao Homem, sendo que este último é o agente que faz a síntese da primeira, permitindo a sua constituição como ciência. As matemáticas, e o caso particular da geometria, são o pináculo da apreensão da transversalidade do logos. Entre outros elementos, a síntese do logos

revela uma intersubjectividade que funda o conhecimento objectivo, sediada na universalidade desse logos pela sua inerência tanto à natureza como ao Homem.

§19. Ao identificar a unidade entre logos universal e humano, Serres empenha todos os esforços para prescindir da noção de *sujeito* <*sujet*>. Paradoxalmente, é na especificidade do Homem e da comunidade humana – que se revela no pensamento geométrico, pelo raciocínio puro e pela universalidade e trans-temporalidade que através dele a matemática revela – que Serres vai procurar os elementos que o levarão a renunciar ao, e a criticar o, pensamento da subjectividade.

Em lugar de enveredar por explicações de tipo evolucionista e adaptacionista, (o design biológico ou a filiação comum dos indivíduos numa mesma espécie), Serres opta por tentar definir a invariante de sujeito. Ela manifesta-se na *intersubjectividade*, e para tentar compreendê-la Serres norteia-se pela ciência geométrica, sua historicidade e epistemologia. Mais particularmente, encontram-se no coração da obra as noções geométrica de *modelo* e de *grupo* (p. ex., [OsG, §14, 14]), em particular desta última, uma variação e expansão da que Felix Klein apresentou no seu Programa de Erlangen. A saber, o estudo das simetrias e invariantes que se encontram em todas as geometrias e que, simultaneamente, permitem relacioná-las umas com as outras (infra, §§48-49, dedicam-se à clarificação e importância heurística e filosófica da noção de grupo).

Pensar as origens da geometria constitui-se então como um programa para aniquilar algo que Serres considera fictício e teratológico, que a modernidade inventou e a que chamou *o sujeito*. Pela reactivação das possíveis matrizes originárias da geometria, Serres depara-se com um *logos objectivamente intersubjectivo*, o qual subjaz todas as manifestações da natureza, se exprime através da inteligência humana e se solidifica nos seus produtos culturais e idealidades. O Homem está imerso nesse logos e intui-o graças só e unicamente à sua inteligência. Compreender as raízes desta inteligência fá-lo concluir que as aparelhagens psíquicas e psicológicas são redundantes e sufocantes, e escondem a razão pura humana na simplicidade, pureza e espontaneidade do *logos* que partilha com o universo, convertendo-se em razão pura conforme se torna capaz de sucessivamente intuir, filtrar, inteligibilizar e relacionar as suas manifestações⁹.

⁹ *Logos* é o termo geral de Serres para um vasto campo de manifestações da inteligibilidade. Serres declina-o de formas diversas, que vão do campo do racional ao irracional (onde vale o termo *alogos*, variação do logos). Fazer um elenco das variações desse logos pensado por Serres cristalizaria algo a que quis reservar abertura para preservar a sua dinâmica morfológica. Uma fórmula do logos de Serres cairia em apresentações tão antinómicas que talvez delas só se pudessem guardar certos lampejos poéticos: «o

A análise da geometria e das suas formações originárias enquanto ciência, recuperam o filão da razão pura humana e oferecem condições para pensá-la liberta de faculdades, aparelhos conceptuais e analíticos. Serres considera-os fictícios, falsos, deturpadores. Pela ciência geométrica consegue-se fazer ressurgir o humano na identidade e autonomia da razão pura: *logos* medidor e mediador de uma inteligência espontânea e aderente ao fenómeno, a qual o próprio fenómeno sugere e a vida prática desenvolve.

Este não será todavia o *logos* da ciência formal e dedutiva, descarnado e sem sopro. É o *logos* do humanismo, razão comunitária nascida no contacto experiencial com a vida prática, o qual desenvolve no espírito humano primeiro uma inteligência astuta, que Serres identifica com aquilo de que dá conta o termo grego <μετις> *métis*; depois o raciocínio puro; finalmente, produz uma inteligibilidade purificada e exacta, vertida em *ciência*. As primeiras são condição, a última concretização, da criatividade humana no reconhecimento da inteligibilidade intrínseca ao mundo. E é assim porque *tem de haver* uma inteligência inerente ao universo, independente da inteligência humana.

§20. Para sustentar essa forte tese, Serres escava em redor da sua pedra-de-toque favorita: o teorema de Tales¹⁰. A relação entre a sombra da pirâmide e a sombra da estaca – do gnómon <*gnomon*>¹¹ – à mesma hora do dia, revelam um *logos* comum que permite tirar a medida de uma pela da outra. A relação métrica que aí se guarda é uma proporção universal, e abre para uma realidade ontologicamente independente do humano; está lá, haja ou não Homem para medi-la. Esta inteligência imanente ao universo é a sua matriz e condição de possibilidade. E pela imersão do Homem na Terra (no Universo) é também matriz e condição de possibilidade do saber humano. Saber que é primeiro um saber prático e espontâneo, de usos e de artificios (da astúcia humana) depois depurado e filtrado, convergindo para essa forma particularíssima de saber, o científico (p. ex., [OsG, §26, 25]).

O problema é então restaurar a unificação original do pensamento formal, filtrado, sintético, puríssimo (a ciência geométrico-matemática), dentro do qual o humano *qua*

invariante que transita» ou «a inteligibilização do irracional»...

¹⁰ O capítulo 3 de [Serres et al., 1995, 73-120] é um acesso favorecido – quer pela prosa mais escurrita, quer pela concisão – à teoria da proporção que Serres desenvolve a partir do teorema de Tales.

¹¹ *Gnómon*, ou *quadrante solar*, designa quer um relógio solar (uma base com inscrições e um pilar vertical que projecta uma sombra), quer um qualquer objecto vertical que produza uma sombra, quer um conjunto de tábuas com procedimentos algorítmicos (automatizantes; vide, p. ex., [Milhaud, 1900, 114-118]). Em sentido geral, Serres considera *gnómon* qualquer objecto (p. ex., uma estaca), que produza uma sombra. O *gnómon* é particularmente bem descrito por Serres em [Serres et al., 1995, 78-85].

sensível é quase imperceptível, e o pensamento da sensibilidade, da inteligência e astúcia prática arcaicas, ligadas à terra, seus ritos e ritmos, pré-formalizado e rústico, onde o humano é justamente a sensibilidade que pressente este saber inédito e tácito. Mas como albergar sob um mesmo tecto esta subjectividade humana, destes e daqueles Homens particulares, e as idealidades universais que dizem «*adeus ao sujeito*» <*adieu le sujet*> [OsG, §144, 141]? Serres encontra resposta exactamente no que a matemática procura eliminar das raízes que a fizeram florescer como ciência: a intimidade e a cumplicidade entre o saber intuitivo sensível e as expressões da inteligência imanente ao universo. Saberes que se não estivessem ligados na génese, não teriam vingado em ciência [OsG, §27, 25-26].

Há uma subjectividade humana impura que abre caminho à intersubjectividade universal pura; esta remete para a primeira e precisa socorrer-se dela para progredir. Quando uma toma a dianteira lança a outra em crise, crise que acabará por também a atacar. Serres pensa ambas a partir da metáfora das paralelas. Na relação precisa que invocam e exigem (uma distância rigorosamente preservada), as paralelas convêm para este autor o símbolo do *universal*, de uma ciência que paira sobre o Homem (que para Serres só pode ser *intersubjectividade*), sem nunca se poder desfazer dele porque o reencontra dentro de si própria, não como sujeito, mas como agente da pura inteligibilidade universal [OsG, §144, 141]. De um lado o logos e a racionalidade, do outro a matematicidade transcendental, animam a formação científica. *Universal* e *nós*, *intersubjectividade*, uma só estrutura tornou-se explícita na inteligibilidade geométrica: a comunidade humana racional e a forma expressiva mais abrangente do universo.

No espírito da *crise* que Husserl detectará, e porque para Serres o problema é restabelecer a ligação oculta mas fundadora entre Homem e Universo (que teve de estar presente *na origem* da ciência geométrica) ele escolhe a geometria: é nela que a relação entre saber tácito e saber científico é mais palpável¹². A geometria tornou-se uma

¹² Há apenas duas referências explícitas a Husserl neste texto, ambas sobre o texto da *Ursprung* que trabalharei no capítulo II, indícios do pouco uso que Serres lhe reconheceu: na entrevista a Bruno Latour em [Serres, Latour, 1995, 8], Serres afirma que a fenomenologia de Husserl o marcou pouco, com excepção das primeiras investigações matemáticas e das *Investigações*, sobretudo devido «à *disparidade entre a dificuldade técnica e a escassez de resultados*»⁽ⁱⁱⁱ⁾. A primeira referência [OsG, §23, 21] tributa Husserl na dianteira dos movimentos de inflexão da ciência geométrica, pela sua consciência e análise da *crise dos fundamentos*; a segunda [OsG, §187, 179] assinala o momento em que Husserl enceta o seu projecto histórico-epistemológico da origem da geometria como aquele em que os movimentos originários da geometria entram em crise pelo desaparecimento dos arcaísmos e da destreza pré-matemática que, defende Serres, sempre antecipam as verdadeiras descobertas matemáticas. Mas nesta segunda referência, Serres condena Husserl por não ver em Tales nenhum movimento originário decisivo no lançamento das primeiras pedras da geometria. Nessa “cegueira” de Husserl como investigador histórico, Serres diagnostica um movimento típico da constituição histórica das ciências, a petrificação e

ciência abstracta e formalizada, mas teve a Terra na sua génese, nasceu medindo-a, como alude o radical. A aritmética, que deve ter tido as mesmas alianças entre logos universal e saber intuitivo na origem, não permite auscultar com tanta nitidez a sua génese terrestre.

Serres não é nem um formalista, nem um intuicionista¹³. Mas descobre nas origens da geometria a acção simultânea e contínua destas duas tendências da actividade humana: uma para a constituição e fertilização da pureza; outra para a exploração e dignificação da impureza¹⁴. Tendências coexistentes que devem tomar-se como sinal de um profundo vínculo entre ambas (e não como argumento para um divórcio em favor da pureza, transmissibilidade e propagação, ainda que seja isso que nas matemáticas é venerável). Numa das suas teses fortes, a exactidão é um problema menor na geometria pois todo o corpo das matemáticas é fundamentalmente *anexacto* <*anexacte*>: «*a matemática não tem nada a ver com a exactidão; a física, as ciências aplicadas, são exactas ou inexactas; a matemática é anexacta*»¹⁵ [OsG, §153, 148]. O que o saber intuitivo alcança tem de ser crivado na formalização, o que o saber formalizado consolida é sobre a perda desta riqueza intuitiva. Nos movimentos originários e inventivos da geometria, no passado como hoje, Serres vê a convivência de ambas. No vínculo está a apresentação da comunidade do logos humano com o logos universal. A inteligência humana é expressão da inteligência universal e essa só se tem a si própria como referente.

sedimentação de formas, e uma incapacidade de ver a energia original envolvida nos seus movimentos constitutivos: «*Husserl escreve a Origem da Geometria no próprio momento* [<à l'heure sonnante>] *do seu desaparecimento, como se se encerrasse, finalmente, algum ciclo histórico*. A narrativa citada de Tales ainda descreve uma métrica, mas não relata o nascimento da matemática» [ibid., sm]. Para Serres, a «*história dos estudiosos*» <*appliquées*> torna a compreensão dos movimentos originários opaca quando não vê para além do momento em que esses saberes espontâneos cessam. É tese de Serres que a ciência nasce quando morre o saber arcaico. Husserl não terá compreendido isso e portanto para ele «*um qualquer suposto Tales*» (para Serres, o *astuto* Tales) pouco interessa ao projecto histórico-epistemológico da geometria. No entanto, Serres entrega a Husserl os louros de um novo pensamento na história da ciência, um pensamento que «*liga as ciências umas às outras e a outras formações culturais* [...] *Dê-se a Husserl o seu crédito – a sua Krisis inventa precisamente esta noção de formação* [Bildung] *cultural*», e evoca as metáforas geológicas que emanam do texto da *Crise* e que Derrida tinha assinalado: «*esta palavra formação, tal como ele a usa, significa algo como uma camada da Terra, formada geologicamente, e deformada por e durante a evolução da Terra*»^(III) [Serres, Latour, 1995, 32-33].

¹³ E seguramente não um empirista. Vide, p. ex., [OsG, §145, 141-142].

¹⁴ O que sem dúvida se deve, assinala Steven Brown, «*à total inobservância* [de Serres] *de demarcações epistémicas existentes*. [Serres] *recusa* [...] *demarcações estabelecidas, particularmente a de “cientificidade” e a de “não-ciência”*» pois o seu esforço é justamente o de «*ler a cultura “cientificamente” e o de ler a ciência “culturalmente”*» [S. D. Brown, 2005, 217].

¹⁵ A inteligibilidade da matemática remete para um plano último onde já não tem de ser conforme senão a si própria. Ela é exacta pela coerência interna, anexacta por só se reportar à sua própria legalidade.

§21. Serres sustém duas fortes teses. Primeira: um estudo das origens da ciência geométrica encontra obstáculos cuja superação implica profundas reconsiderações, quer no que respeita a ontologia das suas entidades, quer a sua epistemologia, quer o seu devir histórico. Neste projecto, que em espírito se aproxima do projecto histórico-epistemológico de Husserl, ainda que através de caminhos e resultados bem distintos, Serres desvela na ciência geométrica, enquanto elaboração humana sobre o logos geométrico universal, o modo particularíssimo disso mesmo, o *universal* <universal> ([OsG, §6, 9] – que eu considero reversível com a noção de transcendental geométrico), i.e., uma estrutura *supra-temporal, pacífica, democrática, de complexa historicidade e, sobretudo, sem origem* (auto-originada). Segunda: consequentemente, não existe *uma origem da geometria*, no sentido em que a geometria nunca esteve dada no seu estado “original”: «*a matemática nunca esteve uma só, e isto por todo o sempre, em situação de origem [...] a matemática apenas fornece o caminho duma comunicação fulminante e sem equívoco com a origem, da qual nenhuma outra experiência histórica pode dar ideia*» [OsG, §24, 22]. Mas a geometria, enquanto ciência, surgiu. Do que se deve então falar quando se fala da sua origem?

Não de uma origem como hora natal da *ciência*, pois essa a geometria certamente teve-a, «*num belo dia quase datável*» [OsG, §8, 10]. Para Serres, ela é grega e radica primeiro em práticas agrícolas e métricas antigas, depois na sucessiva constituição de certos elementos inteligíveis (um *espaço puro*, a ideia de *divino*, noções éticas como a de *igualdade*, noções políticas como a de *centro*, etc.) e finalmente é posta em marcha com a descoberta do logos da invariância (Tales). Trata-se sim da origem enquanto momento fundacional sobre o qual todo um sistema *expressivo e signifiante* assenta e a partir do qual se pode desenvolver indefinidamente. Nunca conhecemos este momento «*original*» da geometria, justamente porque ele se alimenta do *logos universal*. Entender a origem da geometria como origem do logos universal seria portanto como que pedir acesso à cosmogonia, à origem das origens. Dificilmente se conseguirá ir atrás do que a matemática exprime em si própria. E, nessa medida, impõe-se pensar se a matemática não será o próprio transcendental.

§22. Ao passo que Husserl considerará que uma origem *factual* da geometria redundaria na excisão, altamente especulativa, das primeiras formações de sentido presentes ao espírito dos primeiros géometras, Serres crê ser aí que uma investigação

deve investir. O seu esforço é o de procurar trazer à luz não só a estrutura fundamental das formações de sentido seminais à ciência geométrica, mas também o de encontrar o tipo de intuições que as poderão ter constituído e, sobretudo, o impacto epistemológico que tais apreensões de sentido produziram nos mais diversos campos da inteligibilização da experiência humana e do mundo¹⁶.

Atente-se na análise epistemológica que Serres faz do *apeiron* de Anaximandro (que, a espaços, parece roçar o virtuosismo e o fantasismo; [OsG, §§68-100, 63-96]). Ela corresponde à tentativa de justificar de onde procedeu e porque se tornou necessária uma noção de *indefinido*. E, ao ter-se presentificado aos espíritos, que caminhos de pensamento abriu. Nesse sentido, as poéticas e livres especulações de Serres procuram abrir para a visibilidade de intuições fundamentais sobre noções de espaço, de tempo, de visão (presentificação), de equidade, de medida, de rácio, entre outras; noções basilares e que deverão ter sido congéneres do pensamento que engendrou a ciência geométrica.

Não obstante, estas primeiras formações humanas de sentido não correspondem aos elementos mais arcaicos da geometria enquanto sistema orgânico e expressivo, *logos* inerente ao universo com ontologia própria. Esta suposta origem, i.e., a formação das intuições de sentido originárias, não corresponde ao nascimento da geometria. Correspondem talvez à sua descoberta, desvelamento, invenção enquanto ciência. Mas não correspondem à origem da geometria, porque a geometria funda-se numa coisa diferente de nós Homens, no que Serres chama «*um solo transcendental que funda o saber*» [id., §126, 121].

A par com a tarefa epistemológica de compreender as primeiras formações de sentido geométrico, como então regredir a esse(s) ponto(s) originário(s)¹⁷, se é que tal

¹⁶ Indirectamente, Serres responde à crítica ao esforço histórico-filosófico de investigação das origens da matemática, justificando-a: quer porque na origem ainda não se consegue antecipar o manancial de conhecimento que daí derivará (questão que Husserl colocará adiante na pergunta pelo *projecto* na origem da geometria), quer porque os matemáticos arcaicos e anónimos não puderam testemunhar o impacto das suas invenções nem decidir da orientação que elas levaram, «*os raros historiadores que procuram os traços mais precoces das matemáticas são em geral considerados pelos seus colegas como espécimes exóticos, contentando-se com os balbuceios pueris desde há muito tempo ultrapassados, esquecidos com justeza pelos matemáticos em exercício e por aqueles que os estudam. Uma posição destas é certamente enganadora: existe qualquer coisa a aprender com o exame atento dos começos; as próprias matemáticas podem ser esclarecidas por este olhar sobre as suas fontes: [...] se uma dinâmica interna ao domínio é responsável [...] pelo desenvolvimento das matemáticas, é muito concretamente que ela opera, suscitando as técnicas retidas novos problemas, bem mais do que o contrário. E se as escolhas feitas pelos matemáticos contribuem [...] para a orientação da sua disciplina, não se trata de modo algum de uma escolha individual, “livre”, mas de problemáticas colectivas historicamente determinadas*» [Serres et al., 1995, 47-48].

¹⁷ E a este respeito, a simples noção de *arcaico* <archaïque> é alvo de controvérsia interna no pensamento de Serres: procurar os elementos arcaicos, enquanto símbolos de uma primitividade original que desse conta das primeiras formações inteligíveis, não é sinónimo de uma espécie de redução do

empreendimento é possível, sem cair nas ficções de uma cosmogonia? Onde procurar e como apreender as primeiras formações humanas de um logos universal que transcende o logos humano mas que só através dele se pode concretizar em ciência? Como abrir caminho a uma matematicidade *que está sempre lá, o tal solo transcendental que funda o saber?*

§23. É um problema de *método*. O acesso à origem da geometria, ao momento mais arcaico de uma formação estratificada, parece possível atentando nos processos

conhecimento a um empobrecedor monismo. O arcaico é sempre e desde logo formação confluyente, intersecção, encruzilhada de elementos (p. ex., [OsG, §§127, 129, 122-125]), e nesse sentido não é nunca uma espécie de ponto uno, átomo. A obra tem como título *as origens da geometria*: a ênfase está na origem plural. Para Serres, o mais próximo que a geometria se pode aproximar de uma forma unitária, coesiva na encapsulação de um diverso, é o *apeiron* pensado por Anaximandro, apresentação de um *indefinido* a partir do qual tudo o que é definido, material e inteligível, pode descender. Aqui detecto a influência de Leibniz, na medida em que tal noção é afim da de mónada. Serres vê este apeiron como encapsulação monadológica onde se concentram todos os possíveis dos quais alguns se actualizam.

O pico da visão pluralista da origem da geometria, ou pelo menos da impossibilidade de a fazer remontar a uma qualquer forma de monismo, aparece quando Serres discute a natureza dúplice da racionalidade própria à ciência geométrica, a saber, acumulação de *razão e irrazão*. Isso foi surpreendido pelos Gregos na crise dos irracionais, a partir da demonstração apagógica (por absurdo) de que a diagonal do quadrado não era comensurável com a aresta, provando logicamente que o número que devia mediar a comensurabilidade era simultaneamente par e ímpar, *ilógico*. Para Serres, racional e irracional convivem na geometria, sendo que nela *a razão demonstra a sua própria irracionalidade*. Esta irracionalidade, que tem a ver com os limites da teoria que se usa *para ver*, para compreender, limites que são desafiados e amplificados pela aparição do irracional, apresenta o movimento sempre friccionado da razão com o limite que lhe é imposto. A ciência geométrica vive e expande-se graças à animação desse conflito e da sua aparição durante o raciocínio rigoroso, bem conduzido, perfeito. Quando tudo é perfeitamente visível, estável e delimitado numa ciência, a ciência ou estagna ou seca. Assim, naquela que é uma das visões profundas de Serres (visão que não é, todavia, original: todo o pensamento de Gaston Bachelard sobre a geometria é redutível a este conflito), a ciência geométrica enquanto movimento vivo, movimento que é sempre original porque está sempre em formação na razão humana, «*emerge de uma história sacrificial, de duas paralelas que estão em ligação, ponto por ponto, como se elas se sobrepusessem*» [OsG, §138, 133, modificado]. A imagem da racionalidade geométrica, enquanto movimento produtor de novo conhecimento científico, portanto *originador*, é a de duas paralelas, razão e irrazão. Ora, estas duas paralelas, que nunca se tocam, podem produzir confluências se se encontrar um terceiro termo que permita alcançar a relação que justifica e traduz em razão nova a anterior irracionalidade. Esse termo é o *logos*. O logos aqui é o índice de uma mimese possível, de uma proporção. Tomados em comparação directa, os elementos do conflito são incomensuráveis. Porém, encontrando um ponto-de-vista exterior que revele um rácio, ou uma inteligibilidade comum, ambos se tornam comensuráveis. Assim, o logos é a mostra de um invariante que sempre tem de se encontrar para que a própria razão não seque ou fique perdida no dédalo da diversidade infinita ou da aporia (p. ex., logo a §7, 10). O *logos* alcança-se chamando as coisas a relações possíveis, comensurabilidades que são índice de uma unidade sem a qual não é possível progredir na tarefa de conhecer e de fazer ciência.

Em Serres, *logos*, como os deuses antigos, tem muitos epítetos: medida, rácio, razão, invariante, proporção, grupo (uma das melhores apresentações do conceito de *logos* é feita por Husserl na §1 da introdução ao seu *Lógica Formal e Transcendental*). A geometria tem para Serres sistematicamente demonstrado a estrutura dos invariantes. É essa estrutura, que em geometria se chama *grupo* – a preservação de simetrias e isomorfismos sob variação –, que tem garantido a unidade deste saber como corpo de conhecimento verdadeiro, ao mesmo tempo que exige a natureza do logos como relação verdadeira e estável. O logos do grupo, do invariante, que abre para toda uma teoria da mimese verdadeira, era já o motivo central na base da primeira versão do texto das *Origens da geometria*, pequeno estudo chamado *A origem da geometria* (vide [Serres, 1982, 125-133]), reproduzido, com variações e modificações em [Serres, OsG, §130-138, 125-134].

que a constituíram como ciência: «*as descobertas do cálculo infinitesimal, da teoria dos grupos, dos conjuntos, das categorias... repercutem-se globalmente no edifício total, propagam-se de maneira fulminante até aos seus envasamentos* [*<soubassements>*] *primitivos, tudo como se o último constituído repusesse em questão o conjunto da constituição*» [OsG, §24, 23]. Cada momento matemático abre uma via de acesso à origem através do seu processo constitutivo próprio, que parece suster-se – entre outros, mas sobretudo –, numa forma particular do logos que é comum ao todo da comunidade humana, o *raciocínio puro*.

Sustentáculo das matemáticas, o raciocínio puro é uma estrutura invariante, fio condutor ou espinha dorsal do esqueleto destas ciências, partilhado por todos os homens, em todos os tempos a partir da origem, e através do qual tanto se pode proceder como regredir dentro do corpo total que é a ciência geométrica. Tal universalidade talvez abra um caminho directo para a compreensão retroactiva dos modos de constituição deste corpo de conhecimento e do processo construtivo que o subjaz.

Aqui, o programa do acesso às origens de Serres toca o de Husserl: o possível acesso à origem da geometria está na associação entre a) o retrocesso pelo corpo de formações lógicas e b) pela reactualização da evidência que em cada uma delas se doou ao espírito. Consequentemente, todas as factuaisidades históricas sofrem de óbvia contingência: há que preservar dos aspectos históricos apenas as sedimentações de sentido e os seus meios de transmissão, assim como as estruturas fundamentais que permitem a estabilidade da evidência, no passado como hoje. Essa estrutura é o *mundo* em Husserl, é o *solo transcendental que funda o saber* ou a *imortalidade <immortalité>* em Serres.

Mas Serres é mais ambicioso que Husserl: em cada presentificação de uma evidência, ele quer descobrir as fundações de um campo novo de inteligibilidade. Regressando às formações originárias de sentido pela universalidade do raciocínio puro, logos que congrega a apreensão humana de uma expressão universal, ele quer aí recuperar o movimento geral de expansão da racionalidade que se constitui em cada acto originário de formação de sentido. As formações de sentido geométrico constituem para Serres momentos de aparição de toda uma inteligibilidade nova, de *teoria* no sentido de *grelha para ver*, cujo espírito é preciso reactivar para compreender os movimentos originadores da ciência geométrica.

Ora, para proceder a tal tarefa, Serres regride até essas primeiras formações não apenas pelo interior do corpus científico da geometria e da sua estabilidade lógica, mas também

pela indagação filosófica contemporânea aos primeiros movimentos de constituição da ciência geométrica. A filosofia grega articulou-se intimamente com o despontar da geometria: «*o milagre grego das matemáticas devia, pois, nascer ao mesmo tempo que uma filosofia do diálogo e por diálogo. A ligação no platonismo, dum método dialéctico [...] e de uma representação [<épure>] progressiva das idealidades abstractas no estilo da geometria não é um acidente da história das ideias nem um episódio nas decisões voluntárias do filósofo*» [OsG, §145, 142]. Serres investe quer na inteligibilidade filosófica que se abriu a propósito da ciência geométrica (p. ex., o *apeiron* de Anaximandro e a geração de um indefinido universal, ou a constituição da ideia de *círculo* e da noção de *ponto-de-vista* a partir de fundações do social, do religioso e do político, *centramento* e *exclusão*, *imersão* e *sobrevoo*), quer nos obstáculos que a ciência geométrica lança à inteligibilidade filosófica (p. ex., a demonstração da incomensurabilidade da diagonal com a aresta do quadrado, a crise da crença na racionalidade e consequente tentativa de amplificação desta racionalidade).

§24. Mas surpreende-o um obstáculo: uma investigação via retrocesso pelo raciocínio puro (pela lógica) que é intrínseco ao proceder linear lógico-dedutivo da geometria está ameaçada pela temporalidade não-linear, caótica mesmo, da geometria enquanto processo histórico¹⁸. Formação científica e formação histórica parecem ser assíncronas e, por vezes, estar mesmo em contradição.

Clarifico: apesar das virtudes do raciocínio puro (que é, defenderei adiante, pela lógica, uma das apresentações desse universal fundamental, o *logos*, emblema da inteligibilidade do *invariante*, o que leva a questionar se afinal não *será a lógica o próprio transcendental*), por meio dele permanece-nos vedado o acesso ao *fundamento último* da geometria, enquanto sistema vivo e expressivo. Tem talvez de ser *imaginado*, pode especular-se a seu respeito, mas no limite invocará sempre uma regressão infinita. Esta impossibilidade de regressar ao fundamento último da geometria é nova pedra-de-toque para a pressuposição da existência de um transcendental geométrico.

É que a) a análise da regressão através do raciocínio puro, dedutivo, dentro do corpo de conhecimentos da ciência geométrica e b) a análise histórica dos processos formativos desse corpo de conhecimentos descobre que 1) o raciocínio puro joga-se num modo de

¹⁸ De resto, as concepções da temporalidade da ciência em Serres são profundamente evocativas do pensamento de John McTaggart sobre o tempo.

temporalidade conexa e directa, própria da dedução e do encadeamento lógico rigoroso; e que porém 2) a temporalidade da geometria enquanto formação científica (e portanto, formação histórica) é estratificada, indirecta, suturada, tão depressa dá saltos em diante, como estabelece ligações com longínquas formações primitivas [OsG, §22, 20].

Ora, se a temporalidade da ciência geométrica fosse essa temporalidade linear e directamente conexa, a regressão dentro dela pelo raciocínio puro levar-nos-ia de volta ao arcaísmo primeiro, ao «*acto de nascimento ou de constituição*» [id., 21]. Como se génese e teleologia estivessem urdidas no fio de uma formação histórica contínua. Mas não é isso que Serres encontra ao estudar a temporalidade geométrica. Essa organiza-se em estratos: aquilo que muitas vezes num raciocínio é implicado numa cadeia contínua, é na sua constituição histórica uma ligação directa e fulminante, ou uma estratificação de resíduos, de avanços e detenções, de caminhos paralelos. Portanto, o raciocínio puro pode encaminhar sempre até às formações mais arcaicas da geometria enquanto logos universal – e é isso mesmo que a invenção geométrica faz quando, no excelente exemplo da descoberta tardia da topologia, encontra geometria ainda mais arcaica e elementar do que aquela geometria métrica que gerou o corpo científico que hoje conhecemos – mas não pode encaminhar às primeiras formações da geometria enquanto corpo científico, pois aí não é uma temporalidade linear e logicamente conexa que opera, mas sim uma temporalidade complexa, não-linear, cheia de descontinuidades. A *história* da geometria está pejada de resíduos, de formações redundantes, de caminhos ínvios; a *ciência* geométrica, todavia, é em cada momento histórico, um corpo de conhecimentos purificados, nada nela está em excesso se se conhecer modo de o filtrar: «*determinado teorema sobre o triângulo aritmético torna inúteis três volumes de cálculo sobre a Harmonia de Mersenne; três teoremas de De Arte Combinatoria suprimem imensas técnicas do tipo de Lulle; determinada estrutura resume uma galeria de modelos*» [OsG, §28, 26].

§25. Então, a própria praxis da ciência geométrica revela que esta ciência terá sido desvendada num ponto em que muita coisa nela (senão tudo) estava já formada e determinada. *Inventou-se* uma ciência, mas a geometria enquanto corpo de conhecimento universal – transcendente¹⁹ e imortal –, foi *encontrada, descoberta*,

¹⁹ Existe um conflito entre Serres e a adopção da terminologia do *transcendente* e do *transcendental*. A meu ver, tal conflito deve-se à distância que Serres quer marcar, com o seu pensamento sobre o *universal transcendental*, em relação ao *transcendental* quer kantiano, quer husserliano. Não obstante, o *universal* de Serres corresponde a um modelo do *transcendental*, no sentido em que apreende a formação de uma

fundada num ponto aleatório da sua estrutura lógico-dedutiva: «*nós continuamos a dizer que os nossos antepassados gregos inventaram a nossa geometria, o nosso cálculo e os nossos rigores, mas jamais que eles inventaram uma imortalidade. Ora eles encontraram-na [a imortalidade], talhada [<façonnée>], modelada, à letra, calcularam-na ou demonstraram-na. Por todo o lado onde foi aberto o caminho da matematicidade [<le chemin de mathématicité>], nunca mais ele faltou. Ele não se encontra ou não se perde. Ele está sempre lá*²⁰» [OsG, §64, 55, modificado]. Eis, de novo, um transcendental geométrico a querer revelar-se. É para este carácter ontologicamente transcendente, o caminho de uma matematicidade sempre presente, um universal imortal, que a análise histórica da formação da ciência geométrica encaminha.

Recapitulando: pode *apontar-se* para uma origem da geometria no sentido dessa hora natal, dos vários momentos que facultaram as primeiras apresentações da ciência

estrutura invariante imanente quer à constituição da natureza, quer à sua apreensão. Mas, conforme mostrarei, Serres não pode solidarizar-se com as noções herdadas dos programas transcendentais porque elas supõem sempre um idealismo de cisão: essas idealidades ou são independentes da realidade sensível (caso platónico), ou são formas apriorísticas constitutivas do sujeito (caso kantiano), ou são modalidades constitutivas imanentes à consciência racional (caso husserliano). Em todos os casos, elas supõem cisões entre homem e universo, ideal e material, forma e matéria, racional e sensível; consequentemente, na medida em que o homem é visto como o proprietário do ideal, do formal, do racional, supõe-se cindido, ou pelo menos separado, da natureza. Serres, mais aristotélico e leibniziano do que platónico, cartesiano, kantiano ou husserliano, não pode alinhar nessa cisão. O seu pensamento sobre o universal ou transcendental é erigido justamente para preservar o sistema de contacto total entre sujeito e natureza que produz a inteligibilidade, habitualmente separada sob as noções de ideal e sensível. O transcendental de Serres será, conforme tentarei demonstrar, o regime de uma natureza concreta que comporta o seu próprio logos, que estimula a formação de idealidades que lhe pertencem, constituindo-a.

²⁰ Esta noção de *imortalidade* tem dois significados. Por um lado, dá conta da existência de um plano imanente à natureza, plano expressivo, que *está sempre lá* justamente como sua possibilidade de expressão e que se torna matéria de um «*saber humano prodigioso*», tipo de saber tácito (passível de ser intuído pela astúcia natural humana, a *métis*), uma espécie de língua pura co-natural ao homem e fundante das técnicas práticas pré-matemáticas que contêm em si já todo o gérmen da matematicidade, «*um saber fora do nosso saber*» <*un savoir hors de notre savoir*> científico, pré-científico não só no sentido em que é anterior à ciência, mas no sentido em que fica sempre fora do seu campo (em que tem de ficar, porque pertence à sua natureza uma rusticidade que se perde na formalização). Serres chama-lhe isso mesmo, matematicidade, forma de um «*saber sem morte*», que veio «*até nós, silencioso, mudo mesmo, pelas práticas agrárias*», obstinadamente preservado por «*quatro vezes quarenta gerações de camponeses tácitos [<tacites>] e analfabetos, explorados até à morte e tidos para nada*» [OsG, §64, 53].

Por outro lado, a noção de imortalidade dá conta do impacto que este tipo de saber pré-científico, convertido em acção humana, produz sobre a natureza, de modo directo e irreversível. Serres determina e analisa as quatro formas que provieram à apresentação, manifestação e concretização desta imortalidade, algo que uma vez encetado nunca mais cessou de desenvolver-se: a pastorícia, a agricultura, o sistema linguístico-simbólico e o raciocínio puro [OsG, §64, 55]. Serres pensa estes elementos como momentos irreversíveis na configuração da natureza. Depois deles história, natureza e humanidade sofrem rupturas atrás das quais não é já possível regressar, já «*não podemos escrever a história sem elas*»: «*o trigo jamais voltará à sua variedade selvagem [...], o cordeiro e o cachorro nunca correrão para os bosques, saídos do ventre da sua mãe, esquecidos das nossas lições*» [ibid.]; quanto à linguagem e ao raciocínio, «*onde este caminho foi aberto, ele nunca faltou. Não se conhece cultura que a tenha primeiro conhecido, depois perdido. Aqueles que não a têm nunca a tiveram*» [id., 54]. São portanto formas de imortalidade porque elas reconfiguram, pela acção do saber humano, e sem retorno possível, a estrutura do mundo. E revelam a força de uma racionalidade pré-científica própria ao homem, a sua *métis*, astúcia elementar que é para Serres a matriz humana do logos, do desvelamento da *razão invariante*.

geométrica. Mas o momento histórico em que a geometria é desvendada pela inteligência humana corresponde a um ponto tardio da forma dedutiva intrínseca a este corpo de conhecimentos; ou seja, é sempre possível remontar a qualquer coisa de mais arcaico em relação àquilo que dela, *enquanto ciência*, primeiramente se desvelou. Para Serres, se a ciência geométrica surgiu com o desvendar de um primeiro conjunto de regras de construção de figuras algues numa antiguidade indeterminada, seria todavia apenas no séc. XVII, com a formulação das primeiras noções topológicas (*analysis situs*), que se encontrariam formas ainda mais arcaicas, mais primitivas da geometria *qua* logos universal, «uma nova pureza que não deve nada à medida, anterior a ela» [OsG, §19, 18]; mais primitivas do que esses elementos – o ponto ou a linha – que permitiram elevá-la como ciência²¹.

Esta possibilidade de não nascer da raiz, mas, usando uma metáfora de Serres, num qualquer ponto do tronco, curto-circuita o paralelismo entre a temporalidade histórica e a temporalidade científica da geometria enquanto corpo lógico-dedutivo e abre, como disse, para o plano em que a geometria, e mais amplamente a matemática, se impõem como transcendental. Eis os seus dois aspectos singulares. O primeiro, que a ideia de um ponto originário da geometria conduz a uma regressão infinita: «*Uma origem qualquer é a própria origem. [<Une origine quelconque est l'origine même.>]*» [OsG, §24, 23; vide citação completa *supra* §4]. É que um ponto «*original*», absolutamente fundador – como o átomo foi um dia para a Física –, não foi ainda descoberto e talvez nunca seja. Então, «*como é que a tradição tem podido criar raízes bem no meio do tronco, num lugar miraculoso porque arbitrário? Por sorte e acaso, os Gregos apanharam o comboio em marcha, num momento onde tudo estava já jogado, onde os conceitos estavam mil vezes sobredeterminados, e, por milagre, designaram como puro*

²¹ Algumas intuições altamente especulativas de Serres são espantosas na profundidade imaginativa e compreensiva que envolvem. É caso disso a sua hipótese – enunciada como uma espécie de divagação – para o nascimento da geometria pela métrica e não, como se suporia hoje mais natural, pela topologia. Para Serres, a geometria métrica nasce no Egipto, quer pelo relato de Heródoto acerca das medições dos harpedonaptas, quer com Tales pela medição da pirâmide através da homotetia da sombra do túmulo com a do gnómon. O Egipto é a terra dos planaltos e do sol abrasador. O que é visível naqueles campos de luminosidade ofuscante são a lisura e as sombras. Para Serres, tais características seriam sempre mais propícias ao desenvolvimento de uma métrica do que uma topologia. A topologia nasceria na Europa central, terra de superfícies acidentadas e sobretudo do nevoeiro e da neblina, que impedem de ver *à distância*. São esses acidentes das superfícies que instigam uma relação menor com a visão e maior com o tacto, que não pode negligenciá-las para perceber e conhecer o espaço. Com isto Serres não está a invocar um regime de causalidade *sol – métrica/ nevoeiro – topologia*; está apenas a sugerir – como o faz noutros momentos – que a expressão do logos universal através da natureza é acolhida pelas formas da sensibilidade humana. Há uma antropologia da geometria (de resto, é esse o título da §261, 260), no sentido em que os acessos ao logos universal são mediados pelas circunstâncias da nossa relação com a natureza. O seu exemplo é rico e bonito ([OsG, §§214-218, 199-202]; para justificar porque os gregos não inventaram a física matemática, [OsG, §§263-265, 261-267]).

um minério complexo e misturado» [OsG, §19, 18, tradução modificada]. É este o problema que abre para a consideração do segundo aspecto singular da geometria.

Um tal pensamento, de que *uma origem qualquer é a própria origem*, só parece sustentável se se aceitar pelo menos uma destas duas hipóteses: a) ela configura um plano ontologicamente autónomo de existentes ao qual acedemos como que por contacto (o que configura uma forma de platonismo), ou b) que cada formação geométrica é como que uma mónada que contém em si e reflecte todas as outras formações geométricas (o que reencaminha para uma posição leibniziana).

Diante deste problema, a saber, do âmbito no qual a geometria existe *pré-cientificamente*, Serres expõe-se a um questionamento aberto, complexo e, por vezes, paradoxal. Ora, eu penso que o estruturalismo transcendental de Serres procura o ideal de uma síntese de ambas.

§26. Concentremos-nos na existência de um logos pré-geométrico como uma espécie de técnica intrínseca à natureza. Para Serres, ele tem três pedras-de-toque: a primeira, a descoberta da multiplicidade das suas aplicações, como se ela fosse uma estrutura subjacente à unidade do diverso cósmico: «*tão dura, pois, que compreende todo o material possível do universo, portanto, todas as aplicações da física, da astronomia, da química, da biologia... tão suave, também, que faz entender toda a lógica [<logiciel>] do universo, línguas, signos, símbolos, notas e músicas*» [OsG, §10, 11]; ligada a esta, uma segunda: a descoberta do princípio de uma comunidade que se deixa intuir como *logos*, sistema de relações de comensurabilidade que mostram o invariante. O que fica estabelecido nessa relação invariante é válido para todos os campos do saber, para todos os esforços cognitivos, mesmo que para se reconhecer a presença do invariante se tenha de proceder a nova transformação: «*o universal, visto de longe, transforma-se numa selva de ciências diferentes, divergentes [...] convergentes contudo [...] o universal espera-nos entre esta selva de diferenças, neste teorema estranho e familiar que demonstra a existência de um modelo de todas as geometrias na de Euclides, onde procuro*» [OsG, §§13,14, 14, tradução modificada]; a terceira, já a referi, que o tempo *histórico* da geometria é estratificado, porém *cientificamente* penetrável em linha recta – uma formação geométrica contemporânea pode estabelecer contacto directo com uma formação arcaica, pré-geométrica até: «*uma demonstração mais contemporânea do mesmo teorema encontrará a existência de uma*

matemática arcaica subjacente [...] Hilbert entra, por exemplo, em comunicação directa com Euclides» [OsG, §§16-17, 16-17]. Ora, as três pedras-de-toque supõem e impõem uma noção subjacente: a de invariância. Penso que o tema da invariância é, em Serres, reversível com a noção geométrica de *grupo*, estrutura de relações invariantes sob transformação. Aquilo que releva da análise histórica da geometria é justamente a pretensão a uma existência *anistórica* daquilo a que as idealidades geométricas se reportam, uma independência ontológica dos elementos face às factuaisidades que provieram ao seu estabelecimento em ciência.

A *anistoricidade da idealidade*, índice de um *universal transcendental*, sugere um quadro de investigações aos elementos que estruturam essa universalidade: *tempo*, *espaço* e, dito de modo imperfeito, *sujeito* geométricos. Investigação que se dirige não tanto para os aspectos históricos ou epistemológicos destes elementos, mas sobretudo para a sua natureza ontológica. A reapreciação ontológica, através do óculo geométrico, da espacialidade, da temporalidade e da subjectividade tem como finalidade detectar aquilo que neles determina as condições de possibilidade de um universal. Assim, o transcendental deve apreender-se no carácter ontologicamente universal das idealidades que constituem a intimidade expressiva da realidade (quer material, quer mental).

Fundamentado nos raciocínios que já mostrei, Serres sustém a convicção de que as idealidades geométricas *existem no mundo*; os homens apenas as *extraem* dele, *abstraindo-as* e purificando-as. Com a origem científica da geometria logrou-se apenas (um apenas que é um muito) «*a constituição de uma vastidão lisa* [*<d'une étendue lisse>*] *que a luz banha, não mais como idealidade, mas como objecto do mundo*» [OsG, §53, 45], uma idealidade objectivada no pensamento, na linguagem e na cultura, cujo principal alcance é o desvelamento de invariantes universais que subjazem todas as manifestações singulares. Serres encaminha-se de novo, a um tempo, para uma forma de platonismo²², para uma forma de aristotelismo e para uma forma de leibnizianismo, sintetizados nesse *estruturalismo transcendental* que não é fácil sintetizar.

²² E isto apesar de cerradas críticas a Platão, acusado de se ter esquecido ou recusado a ver o sensível, devido a uma obcecada obstinação com o inteligível [OsG, §27, 26]. O platonismo de Serres tem sobretudo que ver com a sua posição sobre a existência verdadeira deste plano ontologicamente consistente e autónomo, onde todo o sensível bebe a sua estrutura. Não obstante, Serres considera que em Platão ainda se preservam os traços do não-tecnicismo epistemológico, ou seja, nele o desejo do conhecimento científico e o respeito pelo saber arcaico e ingénuo coexistem ao mesmo nível: «[...] *talvez eu amasse Platão pela sua contínua mistura entre matemática pura e contos populares de pastores. [...] esta mistura é comum aos melhores filósofos*» [Serres, Latour, 1995, 25]]^(iv).

§27. Então, como conceber o complexo transcendental de Serres? Eu proponho a seguinte concepção: o *transcendental* de Serres é a *imanência lógico-formal do invariante*, intrínseco quer ao logos universal quer ao logos humano. A geometria apresenta-o melhor que qualquer outro sistema de inteligibilidade através da noção de *grupo*. Tal estabilidade, grupo, invariante – declinações do *logos* fundamental – constitui a matéria própria da geometria e estabelecem-na como ciência privilegiada para o acesso a este logos, entendido como constituição de um ponto-de-vista que preserva a igualdade sob a diferença, e legitima a diferença pelo reconhecimento de uma igualdade ou proporção comum. Assim, na medida em que o universal é índice da comunicabilidade de formas expressivas verdadeiras para todos, o universal tem de ser símbolo de um transcendental. E o transcendental deverá ser portanto, na fórmula de René Thom, *a estabilidade estrutural*.

A incursão pelas origens da geometria empurrou Serres para as franjas da forçosa imposição deste transcendental e seus movimentos formativos – o acesso exegético que a ele nos é metodologicamente possível – através daquilo que entendeu ter de ser a génese: um saber espontâneo, arcaico, forma astuta de sentir e intuir na natureza os recursos de uma expressividade universal. Sabemos que a inteligibilidade é precedida por movimentos formativos: as formas “*pré-*” que entrevêm na sombra a luz que legitima a sombra e simultaneamente a erradica. Esta metáfora de Serres é rigorosa e é desenvolvida na segunda parte da obra acerca do teorema de Tales, fundamental e originário, aquele que pôs em marcha todo o pensamento geométrico: à mesma hora do dia, a distância entre a altura da estaca e a sua sombra – que se pode medir directamente – guarda uma relação entre a altura da pirâmide e a sua sombra – que se quer medir, mas não se pode medir directamente. Na obscuridade de ambas as sombras está o luminoso logos do rácio, de uma razão comum ou proporção que ilumina o que é obscuro numa (a altura da pirâmide) e que é claro noutra (a altura da estaca). Tomadas em comparação, elas são diferentes, são o irredutível *outro*, mas tomadas autonomamente e aproximadas a um ponto exterior, (a uma razão comum, a um *logos*), elas revelam *um mesmo* [OsG, §§183, 185, 176-178]²³.

²³ O tema da sombra como portadora de inteligibilidade, de luz, tem desenvolvimento como tematização do logos velado da natureza. Nela cabe uma *teoria de análise espectral* [OsG, §§187, 188, 179-180]. A filosofia da luz de Serres não tem como móbil eliminar as sombras; procura, como mostrou Tales, através delas ver a luz do logos que se esconde nas sombras e no que está à sombra (p. ex., dentro dos volumes imperscrutáveis dos sólidos que o pensamento geométrico penetrou e tornou translúcidos).

Toda a tarefa humana, na constituição da geometria enquanto ciência, foi a de erradicar estes movimentos precursores da inteligibilidade clara: referi já que para Serres a ciência começa quando um saber implícito técnico-prático morre. Mas são esses movimentos que revelam a inteligência humana, inteligência que começa por manifestar-se na acção prática e nas estratégias de dominação dos obstáculos que encontra. Serres chama a estes movimentos precursores do científico, do matemático, da geometria, a «matemática-estratagema» <mathématique-stratagème>, emblema da méti humana, da capacidade para encontrar soluções. Movimentos que indiciam e fazem pressentir a existência de uma estrutura transcendental, generalizável, onde esta inteligência bruta vai beber. Como tal, o movimento científico é um movimento de depuração e filtragem conduzido sobre este saber tácito. Tal forma de conhecimento, familiar ao agricultor e ao Homem em contacto com a natureza e seus ritmos, é erradicada (pelo menos entra em crise) a partir da época moderna e respectiva ciência, onde a matematicidade da natureza é filtrada pelo formalismo, eliminando os vestígios dos saberes *méticos*²⁴.

§28. Há então que pensar as condições da constituição da tão peculiar *temporalidade* da geometria, quer como corpo científico lógico-dedutivo, quer como formação histórica. A geometria não é uma coisa ou outra, mas o entrosamento de ambas. Serres depara-se com uma temporalidade que não subsume na compreensão fenoménica do conceito de tempo como contínuo unidireccional: «*a ciência tende a suprimir as características tradicionais do modelo de tempo: o seu carácter direccional, irreversível, a seta e a emplumagem [la flèche e l'empennage] do seu vector, o seu carácter contínuo, os seus esquecimentos e a sua acumulação*

²⁴ Como em quase todos os pontos de análise de Serres, este não é um movimento limpo. Serres encontrou no proceder científico moderno um recurso reiterado a um tipo de pensamento que considera quase pré-matemático, o algorítmico. Ou seja, ao mesmo tempo que a ciência moderna prepara os grandes movimentos de formalização, de erradicação das formas impuras da matematicidade, faz também uso de técnicas que a põem em contacto directo com os procedimentos algorítmicos – os estratagemas de simplificação do complexo – emblemáticas do pensamento pré-científico. Grande parte da matemática mesopotâmica e egípcia consistiu na constituição de tabelas de cálculo, portanto, em técnicas de agilização do pensamento via reconhecimento de automatismos. É este tipo de pensamento ágil e de sabedoria algorítmica que Serres, numa análise da duplicação do quadrado no *Ménon* de Platão, considera que a matemática grega desprezava, ou que pelo menos não reconhecia como matemática: o escravo do Ménon sabia a tabuada, sem dificuldade sabia encontrar o dobro, a metade, etc., mas não sabia onde abrir caminho, de modo não-standard, para encontrar a duplicação do quadrado desenhado. Faltava-lhe, na distinção de Pascal, o *esprit de finesse*. Este desprezo grego pelo pensamento automático, é redimido pela matemática moderna que retoma o pensamento algorítmico, procurando novos estratagemas para agilizar, automatizando, o raciocínio. A descoberta do cálculo infinitesimal não é senão a descoberta de um algoritmo, i.e., o regresso ao tipo de estratégia pré-matemática que prepara o campo à matematicidade pura; digamos que o faz, apenas, em grau superior (vide as importantes [§§222, 223, 207-210]).

mnemónica» [OsG, §31, 28]. Ela revela-se antes estratificada, fibrada, espiralada, transitando entre passado, presente e futuro. Mas este aparente caos, esta dispersão, conhece um modo de síntese que sustém a sua possibilidade como ciência: a *filtragem* <filtrage>. A esta forma peculiar de filtragem, Serres chama *percolação* <percolation>, depuração de escolhos e resistências. Aquilo que no devir histórico da geometria é caótico e não-linear, filtra-se e purifica-se na formação científica, no seu corpo linguístico, onde só se guarda «o ouro da matematicidade» [OsG, §29, 27].

Para pensar este modo de filtragem – filtragem que é uma síntese temporal – Serres toma a imagem da *fonte* <source>. A origem *temporal* da geometria foi produto da convergência de muitos pequenos filamentos de conhecimento, intuições diversas e distintas, num complexo sistema de depurações que se encaminham para uma bacia relectora, atravessando a *estreita* desembocadura da fonte. Tudo o que é excessivo ou impuro fica aí retido. Esta convergência do diverso num ponto unificante constitui a *origem*: «*visitaram, por acaso, uma fonte? [...] A maior parte das vezes, ela consiste numa bacia de recolha, natural como uma molheira ou uma concha* [<creux>] [...]. *A bacia em questão colecta ou recruta os inumeráveis filetes imperceptíveis de água provenientes da montanha, dos prados ou dos glaciares vizinhos, arborescência de tal maneira fina, complexa e emaranhada que ela não daria origem a um escoamento contínuo sem a existência, justamente, desta bacia de recolha*» [OsG, §43, 38; tradução modificada; também §58, 48].

A bacia recolhe e sintetiza²⁵ um conhecimento que pode então fluir e propagar-se. Desta imagem espacial é na temporalidade que Serres põe a ênfase: temporalidade cuja principal detenção e dificuldade está na filtragem. Tal concepção é fundamental para compreender a noção de intersubjectividade humana que Serres propõe. Pois o que fez as primeiras filtrações geométricas, ainda pré-geométricas? A *métis*, forma espontânea da pré-racionalidade, o *logos*, com a qual os Homens estão investidos. Essa astúcia, deste e daquele Homem, recolhem do logos universal os filetes de pura inteligibilidade que todos os Homens podem reconhecer.

²⁵ A noção de *síntese* <synthèse> é importante no pensamento sobre a matemática e sobretudo no seu movimento temporal; trata-se de uma palavra que «*desde que é dita, pára a repetição estúpida e lenta*» a favor da «*divina velocidade da inteligência*» [OsG, §28, 26-27]. Para Serres, a matemática é essencialmente síntese: «*no seu progresso, as matemáticas melhoram o seu rigor e a sua pureza: cada momento é, pois, mais matemático do que o precedente*» [OsG, §25, 24], pois todo o «*sistema funciona como um filtro; o progresso para a pureza ou para o rigor elimina os fósseis*» [OsG, §26, 25; também §§28-29, 26-28]. Mas é este mesmo processo de filtragem que faz com que se perca de vista a origem da geometria, ou melhor, os seus movimentos formativos originais, ainda que uma formação geométrica contemporânea esteja em ligação directa com as formações arcaicas. O que se perde de vista são os movimentos formativos, não são as formações.

§29. E quanto à espacialidade? Se na origem da temporalidade da ciência geométrica Serres encontra processos de filtragem, já na da sua espacialidade encontra «a operação simples, elementar, de expulsão» [OsG, §49, 42]. Trata-se de catalisar a «emergência singular do espaço puro» [OsG, §59, 49] *plano puro*, limpo e sem atritos, a visão daquele nada imaginário do qual a folha de papel, o templo e o campo devastado pela intempérie são espécimes. Forma imaginativamente inaugural da espacialidade, que Serres denomina *clareira* <clarière> ou *caixa branca* <boîte blanche> [OsG, §45-46, 39-40], local absolutamente limpo e virgem, pronto a receber inscrições.

Serres concebe que a constituição da caixa branca tenha tido, nas formações originárias que a impuseram como plano inteligível das possibilidades de inscrição, vários modelos. Um deles é o da agricultura: sem erradicar²⁶ toda a vegetação de um pedaço de terra, quer pelo fogo, pela enchente ou por um qualquer outro método, não é possível obter o quadrado de terreno, a *clareira*, onde se fará nascer o novo, o que foi seleccionado e desejado [OsG, §§44-50, 38-43]. Segue a sugestão de Heródoto: as enchentes do Nilo devastavam os terrenos nas suas margens e a vegetação luxuriante dava lugar a um plano desolado. Sobre ele, a acção dos harpedonaptas, que mediam as perdas dos agricultores, terá aberto caminho para a descoberta dos modos de construção sobre esse espaço novo, para a compreensão das relações métricas, dos cálculos verdadeiros: «violência, medida e trabalho agrário, é donde nasce a geometria» [OsG, §51, 44]; «este espaço virginal, homogéneo e isotrópico já, portanto mensurável, torna-se abstracto, porque tudo foi subtraído ou afastado, tudo daí foi arrancado ou erradicado [...] nenhum obstáculo, tudo lá passa» [OsG, §52, 45]. Aí estão, para Serres, possíveis primeiras apresentações do *espaço* geométrico. É fácil trazer esta

²⁶ A erradicação, a eliminação, a expulsão, o sacrifício, são termos que Serres utiliza para dar conta da constituição desta *tabula rasa*, e prendem-se com uma certa noção de *violência* que Serres, num rico paradoxo, encontra na origem da constituição do universal *pacífico* por excelência, justamente a geometria. Esta compreensão da violência como expulsão ou eliminação é fundamental para compreender algumas das suas concepções sobre aspectos da origem da geometria, p. ex., as origens políticas (no que respeita os chamados *espaços de exclusão*, de poder, p. ex., através da análise da mais grega das figuras geométricas, o círculo) e as origens discursivas (na eliminação do parasitismo próprio à linguagem e formalização da geometria, o *ruído*). Os actos de violência em geometria são essencialmente momentos de purificação, e é nesse sentido que Serres liga a origem da geometria a aspectos do sagrado nas culturas da antiguidade, nomeadamente à noção de *sacrifício*, justamente a destruição para fins de purificação. Sobre este assunto, creio que Georges Bataille disse quase tudo em *A Parte Maldita*, e é surpreendente a aproximação entre os dois autores (embora a concepção de violência de Serres me pareça mais afim da de René Girard e a do seu terceiro excluído, o *bode-espiatório* – Maria Assad concorda, vide [Assad, 1999, 10-12]), especialmente visível naquela que foi a primeira versão de *As origens da geometria*, o breve texto *A origem da geometria*, que Serres conclui do seguinte modo – e que eliminou da versão definitiva: «e a geometria começa na violência e no sagrado» ([Serres, 1982, 133] no texto definitivo encontra-se uma versão polida, pois Serres desenvolve os aspectos do sagrado com maior fôlego [OsG, §51, 44]).

analogia a termos concretos: uma tal pureza é-nos exigida sempre que, na imaginação, iniciamos um raciocínio geométrico, pois antes de nele inscrever qualquer elemento, purgamos a imaginação de resíduos. Só então se inicia a construção. A inteligibilidade de um tal espaço sempre constituiu problema ao pensamento filosófico, mas não tanto ao pensamento geométrico que, tendo-o alcançado, simplesmente construiu sobre ele. Seria preciso que Riemann abrisse a sua dissertação inaugural, em pleno séc. XIX, denunciando isso mesmo, que os geómetras sempre construíram sobre um espaço acerca do qual quase nada sabiam, para compreender que o enigma perseverou e, em larga medida, persevera. Serres, sem nunca fazer qualquer incursão sobre a natureza desse espaço, encaminha-nos a imaginar as suas possíveis primeiras formações. E a constatação é essa: sem eliminação, expulsão, demolição, não se podia ter constituído o espaço puro modelar da geometria, pois todo o espaço está já e sempre tomado.

§30. Estas constituições, mediadas pela inteligência filtrante, são produtos da acção humana, logo *culturais* (e, na medida em que Serres também expande a análise à religião, *cultuais*). O logos humano extraiu delas as primeiras formas de abstracção total. Essa abstracção total consolidou-se no pensamento filosófico, em particular na noção de *inteligível* [OsG, §53, 45]. Embora Serres atribua a Descartes a autoria desse ambicioso e consciente movimento de razia total dentro do pensamento, eliminação até ao ponto em que teve de surgir um plano vazio e limpo perante o *cogito*, um autor mais arcaico merece a Serres as honras da autoria decisiva: Anaximandro.

Tratando-se de um pensador da síntese, pós-einsteiniano, Serres não podia ficar com a consideração de uma espacialidade e uma temporalidade puras sem encontrar o modelo da sua união e, mais que união, coexistência simbiótica a abrir para um campo de potência. Encontrou-o em Anaximandro, na sua concepção de origem. Contra as dos seus predecessores, que a procuraram num elemento ou em vários (água, fogo, terra, ar), Anaximandro, a partir do *apeiron* – o grande infinito, ilimitado, ausente, sem espaço nem tempo, nem material nem inteligível, numa palavra *indefinido* –, pôde conceber um plano a partir da qual tanto o que é material como inteligível têm início. Anaximandro formou com ele o primeiro grande abstracto e logrou tornar inteligível o nascimento da matemática a partir da apreensão desta máxima abstracção²⁷, forma fundacional de

²⁷ Serres enquadra a formação da noção originária de *apeiron* nas origens *éticas* da geometria: para uma genuína fertilidade e liberdade, nenhum elemento particular deve impor-se, todos devem estar em regime de igualdade, equidade, na indefinição originária [OsG, §§73,76, 95;67,69,88].

qualquer pensamento geométrico [OsG, §73, 68]. Plano de tal pureza que esse nome metafísico, *inteligível*, não o capta na totalidade.

Para Serres, a origem da geometria terá sido possível graças à formulação deste inteligível-sensível, abstracto-concreto na noção de *indefinido*, articulando a sua apresentação cósmica (ou natural) e racional (ou humana), justamente porque ele representa a solução da síntese espaço-tempo que teria convindo à geometria na sua formação originária. E a forma original desta síntese produtiva, a um tempo inteligível e sensível, tem o seu emblema na bacia relectora: «*o que é pois a origem? O ajustamento [repérage] e a constituição de uma bacia, mergulhada numa percolação geral, e a passagem sobre o limiar assim marcado [et le passage au-dessus du seuil ainsi marqué]*» [OsG, §58, 48].

§31. Mencionei já que para Serres a universalidade da geometria convoca, a um tempo, conciliação do raciocínio puro com pensamento intuitivo²⁸. É-lhe impossível pensar de forma desligada estas duas expressões da actividade anímica. Importa então compreender melhor porquê.

O raciocínio puro não se exerce sem condições bem definidas; nomeadamente, que os elementos sobre os quais raciocina estejam dados num elevado grau de pureza. Apresentei já as suas convicções acerca do surgimento do espaço puro e da temporalidade suturada ou curto-circuitada. Falta ver como se produz a matéria-prima, os objectos da geometria. Sobretudo, como se produzem nesse quilate maximamente puro. É que antes de qualquer acção lógica determinada e consciente, é preciso uma

²⁸ Uma parte deste pensamento intuitivo entronca, em Serres, no pensamento algorítmico, ou melhor, naquilo que constitui o pensamento pré-algorítmico. O pensamento intuitivo radica na *métis*, e guarda a especificidade de não ser cristalizável no logos próprio das ciências. Diferentemente do raciocínio puro, que encontra a condição do seu exercício na inteligibilidade que fica encapsulada de modo claro dentro da estrutura expressiva de uma ciência (a linguagem e suas idealidades filtradas), bastando para isso segui-la de acordo com certas regras (lógicas, estabilizadas em alguns poucos axiomas), o pensamento intuitivo é sempre uma forma de astúcia que torna possível enveredar por uma hipótese com o sentimento de que ela guarda um núcleo de inteligibilidade intenso, ainda que essa inteligibilidade só seja indiciada. Trata-se de um procedimento particularmente criativo e Serres dá o exemplo do Triângulo de Pascal: «*coloquemos unidades, uma a uma; em seguida, na linha de baixo, os mesmos números desfasados aumentados de uma unidade: é quanto basta e funciona muito bem; no triângulo assim construído lemos uma teoria dos números, a regra dos quebrados, coeficientes do binómio, cálculo diferencial... inesgotável cornucópia de abundância [corne d'abondance inépuisable]*» [OsG, §223, 208]. Ao pensamento intuitivo tanto está ligada a descoberta de automatismos, como a descoberta do inesperado, de forças criativas que impulsionarão o raciocínio puro. É por isso que, embora considere a distinção de Pascal entre espírito geométrico e espírito de finura «*a mais ilustre das distinções*» [id.], a própria distinção de Serres entre raciocínio puro e pensamento algorítmico não cabe dentro dessa distinção. O raciocínio puro curto-circuita a temporalidade da ciência geométrica e surpreende ligações novas, *inventa*; o pensamento algorítmico é automatizante, mas a sua matriz é a astúcia criativa.

acção pré-lógica, pré-científica, espécie de movimento espontâneo de recolha de elementos e sua filtragem.

Retorne-se ao papel do Homem na origem, entendido como fonte, i.e., como recrutador de diversos filamentos dispersos do logos universal, fazendo a sua convergência para uma bacia onde já só se guarda a matéria-prima mais fina e pura. Ora, não é ao Homem de ciência que Serres se dirige. Cronologicamente, a ciência é posterior aos saberes intuitivos, e por isso é preciso considerar o Homem inteligente e criativo que está de modo espontâneo ligado à vida prática e à astúcia que ela lhe exige para encontrar soluções. Antes do saber científico há uma actividade de refinamento intuitivo das diversas expressões da realidade que, neste Homem inteligente, convergem graças à acção das analogias, e ao pressentimento de um logos fundamental comum que viabiliza a sua reunião. É como se o pensamento intuitivo fosse espontaneamente regido pelo sentimento do *grupo*, de *modelos* ou de *invariantes*, da certeza da pertença do diverso na natureza a estruturas comuns e comensuráveis.

Assim, o saber tácito e intuitivo, as filtrações aparentemente ainda sem critério nem programa, todavia motivadas por um logos do *ana-logos* – analogia –, encontram no Homem a bacia relectora para intuições diversas, unidas pela afinidade que a filtragem tornou evidente. A filtragem (termo reversível com abstracção) torna visíveis, em sucessivos níveis, os possíveis graus de pureza a que se pode chegar. E a natureza oferece-se como um imenso rio de matematicidade, de modo quase espontâneo, à inteligência humana: «*a matemática proporciona àqueles que a amam, a praticam, a utilizam, ou, ainda melhor, a quem a inventa, a certeza imediata e experimental, sim, vivida, da presença inevitável de uma cornucópia de abundância* [*<d'une corne d'abondance>*] *de onde se tira sempre tudo de nada*» [OsG, §282, 288]. Ratifica-se a convicção do solo transcendental do conhecimento matemático. Antes da ciência, a astúcia humana desvendou no mundo a possibilidade de um conhecimento estável e verdadeiro, igual para todos.

§32. A astúcia humana desvenda o logos universal, e o sujeito transcendental de Serres, a intersubjectividade transcendental, reconstitui-se portanto através do exercício do *raciocínio puro* e da *abstracção* bebidos na potência transcendental do solo universal do conhecimento.

Se, defende Serres, o contacto com a origem é restabelecido em cada nova invenção científica (i.e., em cada acto criativo da ciência), e sobretudo em cada esforço de compreensão, então as matemáticas propõem um caminho particularíssimo aos sujeitos que a praticam, conduzem-nos a «*descobrir um insólito cujo começo reenvia a nossa cultura à sua pré-história; o que é preciso compreender coloca-nos na mais próxima vizinhança de arcaísmos esquecidos*» [OsG, §33, 30]. Como é que raciocínio puro e abstracção são pedras-de-toque do transcendental geométrico? Se há uma origem da ciência geométrica, mas não há uma origem da geometria *qua* solo transcendental do saber geométrico – de outro modo não teríamos descoberto, atrás da geometria euclidiana, geometrias mais arcaicas –, a verdade é que a prática matemática põe os sujeitos em contacto com o solo transcendental da geometria: o acto constitutivo de cada nova verdade geométrica mexe com toda a estrutura do conhecimento matemático porque só pode inscrever-se nele através de um total acolhimento, em todas as suas partes. E isso não acontece porque a ciência geométrica seja propositadamente talhada para acolher novas formações. Um corpo de conhecimentos geométricos tem a capacidade própria de simultaneamente desvelar e acolher formações novas, sem que a sua estrutura seja adaptada: se se demonstrar certo teorema, nenhum outro teorema que venha a ser demonstrado implicará a refutação ou a “reforma” daquele outro. Uma verdade geométrica, uma vez provada, é sempre verdadeira, e consequentemente, não só participará da formação de outras verdades geométricas, como as acolherá. Nesse sentido distingue-se de uma teoria, p. ex., física. Ao passo que esta modeliza um comportamento e tem de ser adequada ou reescrita consoante melhor se conhece esse comportamento ou se obtêm resultados experimentais, uma verdade matemática não carece de qualquer adequação. Ela é intrinsecamente verdadeira, independentemente de ter ou não aplicação.

Tal efeito – uma vez mais, indício para Serres do carácter transcendental das matemáticas – revela-se através do esforço espiritual envolvido na compreensão matemática, esforço sediado no exercício da forma pura do raciocínio. Essa forma é comum a todos os Homens e é norteadada por uma noção husserliana, a de evidência apodíctica. O filão que liga todos os Homens ao longo do exercício espaço-temporal da geometria é justamente o acordo no exercício do raciocínio puro, que se apresenta na forma de um resultado *evidente e independente*. E a comunidade da evidência, que em cada momento põe uma formação geométrica em contacto com as suas origens, está ligada à *compreensão*. *Compreender* algo em geometria (ou nas matemáticas) é, diz

Serres, fazer a *apreensão comum*, analógica, de elementos distintos num mesmo elemento misturado; a compreensão implica e transporta em si outras compreensões, mais arcaicas. Para Serres, isso é outro índice do transcendental geométrico: só é possível havendo um logos transcendental, que transita, ao mesmo tempo que contém em cada elemento seu o potencial do todo. Serres torna a beber em Leibniz.

Porém, se o raciocínio puro revela esse transcendental ao permitir constituir uma comunidade em que todos são iguais e alcançam a igualdade num mesmo resultado, tal condição é sobretudo intrínseca à razão, a qual sabe filtrar as fontes impuras do transcendental matemático. Não obstante, ela só deve ter sido possível porque foi acompanhada por outras realizações congêneres e que a prepararam.

§33. Regressa-se por isso à constituição do plano puro do pensamento, da caixa branca ou, na sua primeira apresentação inteligível, ao *apeiron* de Anaximandro. Serres encontra neste *apeiron* a fuga à dominação, da qual uma das apresentações é o politeísmo, regime das diferenças absolutas e inconciliáveis, procurando alcançar um universal igualitário. Assim, a geometria institui-se inventando um lugar novo, puro e virgem, pois todo o lugar está já e sempre tomado, parasitado. Aqui Serres vê a força primitiva e fundadora da instituição da geometria: em vez de procurar um lugar já existente, ela inventou um lugar novo na racionalidade humana [OsG, §86, 78].

Logrou assim subtrair-se à ordem e ao poder humanos, que se manifestam p. ex. na religião, na lei, nas instituições sociais, furtou-se ao *politeísmo da diferença*, e estabeleceu uma igualdade para todos (diz Platão, pela voz de Sócrates, num célebre passo do *Górgias* a Cálicles: «[...] apesar de toda a tua ciência [...] esqueces que a igualdade geométrica é toda-poderosa tanto entre os deuses como entre os homens. Defendes que é preciso ultrapassar os outros, e isto porque desprezas a geometria» [Platão, 2004, 508a, 141]). No encaixe do transcendental geométrico, Serres desvela implicações na instituição da geometria que são de feição *religiosa*, no sentido da fundação de uma comunidade de iguais. A valer a sua tese sobre a constituição da caixa branca, o espaço puro igualitário através da qual a geometria pode brotar (uma das várias «*fendas catastróficas*» <*déchirures catastrophiques*> [OsG, §49, 42] a partir da qual ela se propagou), com ela afirmou-se um *religioso mundial*, um *divino imanente ao universal*: «o monoteísmo impessoal, não subjectivo, global e abstracto, adjectivo,

do apeiron integra o divino e o universo: porque ele abandona o politeísmo social e cívico para adoptar um divino imanente ao mundo» [OsG, §87, 81, sm].

Esta realidade experimentada por todos na comunidade do uso da inteligência impõe duas pedras-de-toque. Uma exprime-se negativamente: se não houver um plano transcendental igualitário, em que havemos de fundamentar a existência de uma inteligibilidade racional comum para todos os Homens, ao longo dos tempos e mau-grado as diferenças culturais? A outra exprime-se positivamente, numa experiência mística, num sentimento quase religioso diante da matemática, suas entidades e evidências: *«quem de entre nós não experimentou, algum dia, um respeito quase religioso ou místico pelas idealidades da matemática ou como que um medo emanado das suas altas figuras, experiência íntima cuja memória [...] nos explica como um saber, mesmo o mais abstracto ou independente das coisas do mundo e da sociedade, pode permanecer misturado com uma réstia de terror religioso ou sacrificial, de êxtase» [OsG, §59, 49].* Foi tal vertente mística da verdade e perfeição matemáticas que levou os pitagóricos a colocá-la no centro dos seus cultos religiosos.

O sujeito de Serres, a intersubjectividade humana geral que se concretiza em indivíduos particulares, deve ser uma percolação necessária das diversas confluências do *apeiron* concretizado, dos vários filamentos de conhecimento (e também por isso o humano em Serres é pensado como *fonte*): *«o infinito, o indefinido divino, espaço e tempo, poder, gera e soma todos os seres do mundo e cada um de entre nós, locais, carnaís, singulares, pessoas individuais, todos diferentes: universalidade lisa envolvente e sustentadora» [OsG, §93, 85].* O sujeito, enquanto fonte, filtrador de misturas (aferidor do logos indistinto na natureza bruta e produtor de novas misturas, o logos puro da ciência), recebe todos os filamentos de conhecimento geométrico, filtra-os, purifica-os pela acção fundamental da sua inteligência e com ele reconstitui conhecimento novo, conexo, fértil. Então, para todos os casos, há uma mesma metáfora simples para a constituição do conhecimento científico, do geométrico em particular, pois esse começa na Terra que o Homem habita e com a qual tem intimidade em máximo grau: *«a resposta à questão teórica da origem diz-se numa palavra: por criação da bacia que acabo de descrever, erradicada de qualquer obstáculo, virgem, aberta e nua, que deixa portanto passar os fios que não se escoam, inventa-se ou descobre-se a caixa branca de uma fonte» [OsG, §57, 48].*

§34. «*Eis as condições ou os fundamentos da ciência: existe um nós transcendental que tem por objecto uma terra transcendental, aquela que na verdade medem ou descrevem todas as geometrias e topologias da história, antiga ou futura. Eis os fundamentos do conhecimento científico em geral, abstracto ou concreto*» [OsG, §264, 264-265, tradução modificada]. A geometria, a prática humana do pensamento geométrico, tem portanto de supor uma *intersubjectividade*, um «eu» que é *estruturalmente* um «nós». Pelo raciocínio geométrico não se afirmam a individualidade ou características particulares de um sujeito (ainda que sejam *certos* sujeitos, Tales, Pitágoras, Gauss, Riemann, Grothendieck, Perelman,... que permitam alcançar *certos* raciocínios geométricos), antes a existência de um património intelectual comum, verdadeiro porque objectivamente o mesmo para todos.

Em geometria não faz portanto sentido celebrar a individualidade, a especificidade qualitativa do indivíduo e a sua fragmentação cognitiva: «*porque é que as culturas subsistem a imaginar palavras para dizer ausências ou vazios, de outro modo denominadas eu ou nós? Porque é que a psicologia teve de inventar faculdades, imaginação ou memória, inconscientes ou conscientes, ou, pior ainda, um sujeito, este espectro do patológico, esta ausência de saúde?*» [OsG, §40, 36-37, sm]. Tem de haver uma arquitectura comum, fundadora do comunitário. É ela que deve abrir ao princípio de uma unidade supratemporal e anistórica, ao transcendental, i.e., o universalmente verdadeiro e invariante sob a pletora de apresentações, «*o núcleo [<noyau>] quase invariante que os antropólogos encontram nos colectivos sem qualquer influência exterior*» [OsG, §129, 125]. Imagine-se: supondo que tudo o que é humano desaparecia numa catástrofe apocalíptica e nada restasse para a arqueologia futura senão enunciados geométricos, que reconstituição faria da espécie humana quem se deparasse com tais enunciados (admita-se que também fosse racional para efeito de argumento)?

Esse mesmo exercício é levado a cabo por Serres: «*nós perdemos quase tudo do nosso passado: sabemos, verdadeiramente, se os Gregos acreditavam ou não nos seus deuses, como obedeciam às leis ou governavam os seus navios...? Depois de séculos, os historiadores concordam mal sobre estas questões [...]; ao invés, infalivelmente e por um curto-circuito fulminante, nós sabemos, sem nenhum risco de nos enganarmos, o que eles pensavam quando se entregavam à demonstração apagógica [por absurdo]. Não se conhece o equivalente no saber nem na informação históricas*» [OsG, §22, 20]. A espécie humana reconstitui-se como *logos*, *razão pura*. Tal *logos* funda a comunidade

humana e qualquer comunidade racional, como uma subjectividade intersubjectiva. Através do logos não se comunicam estritamente modos de relação mais ou menos vantajosas com a natureza (digamos, as funções animais comuns a todos os seres vivos, alimentação, reprodução, protecção), comunica-se sim a estrutura de uma relação mediata com a natureza, i.e., o pensamento que ela própria exige e que lhe é adequado.

E a geometria (a matemática em geral) consolidou-se numa estrutura de conhecimentos cuja exigência mais notável é a exigência de acordo total, entre todos os homens, na sua prática e nos seus estabelecimentos. Releva uma evidência simples, a de que existe um só e mesmo modo de pensar geometricamente: *«sejam quais forem as diferenças linguísticas, religiosas, económicas ou militares, que separam os povos, é certo que todos, fortes ou fracos, calcularam, argumentaram e demonstraram de modo igual, quando se tratou de medir a diagonal do quadrado. [...] Nenhuma crítica, nenhum culturalismo conseguiram relativizar a evidência e a necessidade da geometria»*²⁹ [OsG, §6, 9] (também [Serres et al., 1995, 76]).

Este património, o logos, racionalidade imanente à própria estrutura do universo, *«simultaneamente abstracta e concreta»* para o qual os homens estão afinados, teve origem na *métis*, *«inteligência vital de base [...] astúcia que permite livrar-se de sarilhos [e que também] permite, por vezes, passar a perna ao forte, impôr-se – por exemplo, à natureza»* [OsG, §275, 282, tradução modificada]. Esta astúcia fundamental pré-científica, dá conta de um saber intuitivo que tanto permite que os primeiros pastores domesticuem os animais, como instiga um suposto Tales a desvendar a relação métrica entre a sombra da pirâmide e a sua própria sombra, ao ponto de ser capaz de tirar a medida da primeira a partir da segunda, desvendando o rácio ou a analogia entre ambas; súmula integral, para Serres, de todo o direccionamento humano para a racionalidade. Uma só faculdade, a inteligência, forma desenvolvida da *métis*, a astúcia que nos define como espécie, que nos estabeleceu como *homo faber*: *«antes de sermos racionais, éramos inteligentes»* [OsG, §276, 283].

§35. Daqui chega-se à posição anti-sujeito de Serres, desenhando-a no quadro de um pensamento sobre a *mistura*. *As origens da geometria* deve ser lido como um tratado sobre a premente recuperação de uma “filosofia da mistura” que quer reverter numa

²⁹ Convincentes exemplos desta tese são dados por James Ritter na análise de problemas matemáticos descobertos em tabuinhas babilónicas em [Serres et al., 1995, 40-45].

«sinopse universal» [OsG, §95, 88], um «logos do mundo» [OsG, §88, 82], que renuncie à distinção entre Homem e Mundo e extinga o departamentismo na tarefa de conhecer, na qual o Homem, que habita um mundo *misturado*, naturalmente se empenha. Mostrei já que Serres encontra para ela várias declinações: o *apeiron* de Anaximandro; o *logos*, intensificação máxima da unidade racional de todas as coisas pertencentes a um mesmo sistema; a análise da noção de tempo (noção compósita que Serres crê ter primeiramente condensado para os Gregos duas formas antagônicas, *τέμνω*, noção do campo do discreto que significa cortar em facetas e *τείνω*, noção do campo do contínuo que significa estirar, puxar continuamente; [OsG, §§35,39, 32,36]), e pela análise das *ligas* na produção de moeda (ligas que funcionam como caixas-fortes, misturando metais valiosos com menos valiosos, o que requer todo um complexo de técnicas de fundição e filtragem para tornar a separar o valioso do ordinário; [OsG, §§81, 82, 75-77]). Esta mistura tem de ser preservada no pensamento filosófico, alega Serres: «*que filosofia digna desse nome foi verdadeiramente capaz de evitar o elo entre poema e teorema?*»^(v) [Serres, Latour, 1995, 34].

Ora, o pensamento sobre a mistura fica na alçada do verbo principal da racionalidade, *compreender*, i.e., apreender em simultâneo um diverso e procurando nele os elos de sentido. Assim, qualquer pensamento que corte com a unidade fundamental da *compreensão*, estilhaçando-a numa organização compartimentada, romperá a integridade fundamental e unitária do logos: «*um só e mesmo gesto conduz-nos, numa mesma dinâmica, a raciocinar rigorosamente, a transformar com exactidão, justeza e fidelidade as coisas ditas físicas, decidir com medida e justiça, [...] aceitar o sobrevir do divino. O racional integra este gesto e cai no criminal ou no corporatismo irrisório quando falta um só elemento à sua soma. Porquê declarar miraculoso que o mundo seja compreensível? Inevitável e oblíquo, o único milagre de incompreensão provém de romper, especificar, analisar uma espessura cuja mistura pede, para ser compreendida, a síntese que nós entendemos pelo verbo compreender. [...] A soma imediata destes actos, chama-se razão*» [OsG, §163, 156]. Atente-se nas ocorrências do verbo *compreender* e no seu apelo à “*apreensão comum*”: não há nenhum milagre em que as coisas sejam apreendidas comunitariamente, pois é essa a modalidade própria da sua existência, uma existência comum, digamos *co-natural*.

§36. A favor do pensamento arcaico e contra a versão moderna, Serres não duvida de que a invenção da subjectividade, leia-se do *sujeito moderno*, foi resultado de uma estratégia de análise que acabou, penosamente, por se reificar. À complexidade da mistura fundamental sobre a qual – tese geral de Serres –, o mundo e o todo da natureza se encontram submetidos, sobreveio a necessidade de *dividire ut imperare* para melhor conhecer. O pensamento Grego insistiu em pensar a complexidade paradoxal intrínseca às manifestações da natureza³⁰, e apesar dos esforços de determinação analítica em que se demorou, p. ex., a partir de Parménides (*se o Uno é, então... ; se o Uno não é, então...*), e nos quais quase sempre concluiu em aporia (sinal de uma complexidade indesligável, arrisco eu), nunca houve constituição de uma subjectividade, porque o sujeito era uma só coisa, a inteligência que se detém sobre a unidade própria do diverso misturado: o logos. «*Quem sabe, quem conhece? Nunca a Antiguidade se interrogou sobre isso*» [OsG, §220, 204, tradução modificada], (cf. [Serres et al., 1995, 79]). Conhece a razão e a razão exprime-se no Homem, ou melhor, em todos os Homens: eu, o outro, *nós* na compreensão das estruturas invariantes da realidade.

É o pensamento moderno quem inicia a compartimentação das várias manifestações da natureza, compartimentação tanto mais necessária quanto as manifestações parecem implicar carácter antagónico ou incomensurável. Por analogia com as técnicas de purificação dos metais, que na natureza se apresentam misturados, inicia-se um movimento que Serres denomina «*as ciências humanas*», movimento que converte o Homem numa espécie de agregação de distintos e discretos departamentos de análise. Aí, o *logos unitário* cinde-se e delega a sua regência a toda uma corte de faculdades especializadas. De uma analogia sã, estabeleceu-se a visão do Homem como um sistema complexo de departamentos de análise estanques. Por arrasto, a inteligibilidade una do conhecimento é apanhada e trucidada. Produz-se uma selva de ciências, cujos nexos são muitas vezes obscuros ou indivináveis. Por isso esta obra de Serres se empenha na restituição da relação entre a matemática e as ciências humanas: elas devem ter géneses afins, um mesmo e só movimento de inteligibilidade animou o seu nascimento. Consequentemente, não se deve pensar a origem do espaço matemático sem enveredar por um tipo de pensamento ético, não se deve conhecer a importância da figura do círculo sem compreender a estrutura política da sociedade grega, não se deve pensar o Homem sem conhecer a relação intuitiva com as fontes e os sistemas naturais de

³⁰ Demonstração da qual Giorgio Colli deu excelentes espécimes, com as suas análises do carácter dual de Apolo e Dioniso, ambos a um tempo formas do benévolo e do terrível; [Colli, 1974, caps. 2 e 9] e [Colli, 2001, caps. 2-4].

filtragem e confluência, não se deve estudar a universalidade da evidência matemática sem entrever a génese das religiões monoteístas. Todas as ciências, na sua variedade, estão ligadas a, e descendem de, um saber intuitivo e prático, a inteligência métrica que, espontaneamente, reconhece uma realidade misturada mas intrinsecamente inteligível.

§37. É nesse sentido que Serres advoga o pensamento da *preservação* da mistura³¹. O movimento oposto teve, para Serres, a psicologia como disciplina de proa e «*o pouco perspicaz Kant*» [OsG, §284, 290] como principal arquitecto filosófico. A mistura, crê Serres, tem de ser pensada e preservada como um todo, não pode ser compartimentada porque a análise desvirtua as formações do complexo latente e esconde a sua unidade originária, anaximândrica. A análise só pode ter lugar se a ela se seguir uma síntese. Da análise sem síntese resulta a versão moderna do sujeito, «*ausência de saúde*», que remete para uma espécie de esquizofrenia, de divisão da integridade quer do ânimo, quer do logos universal, em pedaços soltos e mal rematados: «*o idealismo que garante que o mundo equivale às nossas representações* [leia-se, de Kant] *convém a certas doenças mentais bastante graves e a todas as sociedades sem excepções cujas relações se projectam sobre o meio*» [OsG, §263, 262].

Para Serres, a imediatez e unidade do logos bastam para dar conta do verdadeiro pensamento, o pensamento da mistura: «*a contradição entre o ser e o não-ser, irresolúvel pela consciência, uma vez que ela não é senão o que ela não é e não é o que é, encontra a sua solução [...] nas misturas e nos turbilhões, nas trocas de fase e de tempo. Isto faz a massa ou a matéria destas faculdades imaginárias*», conclusão para uma das secções sobre a versão restituída do sujeito de Serres [OsG, §40, 36]. O pensamento grego não abdicou desta mistura fundamental e protegeu-se, recusando ver no logos um antropomorfismo, que se inicia às claras com o pensamento cristão, o Homem como espécie reinante e moralmente superior logo no Jardim do Éden³², justamente porque a filosofia grega produziu a unidade fundamental do logos no *apeiron*. Não duvido que Serres sobredimensione o impacto desta noção filosófica entre o pensamento grego, mas o que lhe interessa é reiterar o nascimento de uma tal noção, entre os gregos, como sinal de integração do Homem no movimento de um sistema total indefinido [OsG, §93, 85]. A compreensão fundadora deste indefinido como sintoma de

³¹ O qual, em boa medida, é o que Serres quer preservar no próprio estilo desta sua obra e o que a torna particularmente difícil de expôr de uma forma sintética.

³² Embora, Serres não o refira, tal estivesse já inscrito no pensamento grego, que considerava as outras culturas, talvez com excepção da egípcia, *bárbaras*.

um universo que está sempre cá, que nos precedeu e procederá, que é para mim e para os outros, local e global, remete cada homem para a compreensão da sua pertença a um sistema maior. Para Serres, este é o sinal de uma razão sã, a razão humana vocacionada para a constatação de uma estrutura cosmocêntrica, ao invés da razão antropocêntrica, sinal de uma megalomania e egoísmo patológicos, que culmina, através das tentativas de dominação e objectualização da natureza e da Terra, na «*separação dos sujeitos-homens cujo narcisismo os fez acreditar-se uma espécie diferente, estranha, divina, descontente, excepcional, tola e má*» [OsG, §98, 91].

§38. → Apêndice II, p. 456.

§39. Ainda assim, se o projecto de dominação da Terra redundou no falhanço em objectualizá-la, granjeou o desenvolvimento de um saber técnico que se exerce e aprofunda no esforço de trabalhar a Terra – mais do que para dominá-la, para melhor viver nela. Este jogo exercitou a méti humana até às franjas da matematicidade e coloca ao filósofo o problema de reconhecer o estatuto dos saberes implícitos nas técnicas. Técnicas de trabalho, ferramentas e instrumentos para o efeito construídos, locais de culto, necessidades bélicas, cultivo dos prazeres, manifestam aos poucos saberes implícitos, velados, que uma prática reiterada, no uso e no fabrico, torna explícitos. A praxis – elemento muito importante para Serres e para a sua teoria da méti (importância de que Wittgenstein comungou e à qual atribuiu a origem da lógica) – traz à luz o que estava na sombra, tal como o Teorema de Tales mostra a inteligibilidade oculta nas sombras, tal como a estereometria permite desvelar as «*entranhas negras dos volumes*» <*les entrailles noires des volumes*> [OsG, §§188-189, 179-181]. Deste cruzamento entre o saber intuitivo e implícito e a prática reiterada, fortificou-se o logos humano. Entre a astúcia humana e o logos universal fermenta uma inteligibilidade que anuncia e evidencia o elo comum. O trânsito do *homo faber* para o *homo sapiens* concretiza-se quando o saber tácito, filtrado inconscientemente pela prática de gerações, desvela invariantes estruturais, convertíveis em saber claro e infalível.

E neste jogo nascem alguns dos grandes momentos pré-geométricos se se procurar fazer a genealogia da conquista humana da ciência geométrica. Disse-o já: o acordo entre a astúcia méti e a matematicidade, que está sempre lá em estado latente, produz os primeiros elementos do saber matemático, saber que se revela primeiramente nas

práticas logísticas e algorítmicas e que cai sob a designação geral da *matemática-estratagema*, do conjunto de esforços para encontrar relações e regularidades, padrões lógicos que têm de existir como condição para pôr termo ao caos aparente. Temos de acreditar que há um mundo exterior e que esse mundo está previamente nutrido de lógica, de ordem, de regularidades, até que, no limite, seja impossível nomeá-las ou elencá-las: «*os sábios acreditam na existência do mundo exterior, tal como o religioso acredita em Deus: nenhum deles pode demonstrá-lo, mas não pode exercer [nem] a sua fé nem a sua ciência sem esse fundamento*» [OsG, §263, 263]. Longe da ficção egotista e racionalizante onde o sujeito encontra no vazio do pensamento, só e apenas *dentro de si*, a condição de inteligibilidade de tudo (como em Descartes e Kant), para Serres a racionalidade é um sistema de contacto: o Homem é racional quando descobre no mundo o logos da racionalidade imanente a esse mundo e a si próprio, a reconhece e aceita. A simples possibilidade de o fazer indicia a participação humana no logos universal, que não cai lá vindo de fora nem o recebe de antemão, como se um *génie bénin* ou os deuses olímpicos lho oferecessem. Em lugar de constituir uma ficção heróica do Homem como racionalidade privilegiada, para Serres convirá, quanto muito, falar do privilégio de ser decifrador, sibila e intérprete desta racionalidade que o universo mantém velada mas palpitante. Se o aforismo de Heraclito nos dizia que «*a natureza gosta de esconder-se*» [DK 123], para Serres *o Homem quer revelá-la*.

Daí o antagonismo de Serres contra Kant. Kant aparece como símbolo do idealismo de cisão, autor de uma violenta ruptura entre Homem e mundo, tão irremediável que é preciso inventar toda uma metafísica e um sistema de conhecimento que a preserve. No texto d' *As origens* não há nenhum elemento do património filosófico kantiano posto a salvo³³. Para Serres, em Kant venceu um espírito analítico enfermo, que reduz tudo ao

³³ Nem mesmo o que escreve na §282, 289, «*a matemática é [...] tão concreta que, por vezes, se acreditou que o seu espaço era a forma do sentido externo*», esclarecido na §284, onde, a propósito do movimento de racionalização iniciado pelos gregos que levou a confundir as virtudes inerentes à natureza com o produto da inteligência racional, «*tão intensamente a aculturação grega nos informou e naturalizou, assim, o mundo, que o pouco perspicaz Kant tomou o espaço assim purificado pela forma do nosso sentido externo!*». [OsG, §284, 290]. Para Serres, Kant, enredado na voracidade das Luzes, na tentativa de reduzir toda a inteligibilidade do mundo aos milagres da razão humana, tomou o que é inerente à própria natureza como bênçãos da espécie humana. Existe uma razão natural, universal. Pensar que o homem é detentor de toda a razão do universo é, no mínimo patético, no máximo é ter perdido toda a perspicácia natural para as mais singelas intuições que a natureza constantemente oferece.

Por outro lado, as duas passagens de Serres dão bem conta de confusões bastante elementares acerca do pensamento kantiano. É certo que Kant tomou o espaço euclidiano pela forma do sentido externo; mas a matemática não é a forma do sentido externo para este pensador, conforme faz crer a primeira citação. Quando muito, a matemática, se entendida como aritmética, é construtível sobre o sentido interno, o tempo, a saber, a síntese da sucessão; se entendida como geometria é construtível sobre o sentido externo, o espaço. Todavia, na construção matemática, ambos os formatos da intuição pura são necessários à matemática, não podem ser concebidos independentemente.

movimento dissecador de uma razão tirana que não é a razão do logos verdadeiro, pois encontrando morada no espírito humano julga-se um soberano universal, rejeitando ao universo qualquer inteligibilidade intrínseca senão não a que ela lhe atribui. Como se todo um universo aguardasse a misericordiosa chegada do Homem que, qual Messias, lhe oferece uma inteligibilidade de cuja inexistência natural padece.

§40. A tese fundamental de *As Origens da Geometria* cabe numa frase: há uma inteligência inerente ao universo, um logos universal, que precede e prepara a inteligência humana. Logos que não se esgota na inteligência de um sujeito, nem sequer da espécie. É um plano de inteligibilidade comum a todos os seres capazes de alçar-se à racionalidade pura, pela filtragem dos elementos de um logos que existe misturado na natureza. Estabelece-se, nas suas apresentações espontâneas, sobre uma sabedoria intuitiva, afinada pela prática. Encontra-se no manancial de saber pré-geométrico que permite aos pássaros elaborarem complexos entrançados nos seus ninhos com materiais bem seleccionados; na inscrição da célebre ampulheta vermelha no abdómen da viúva-negra <*Latrodectus mactans*> que as outras espécies reconhecem como sinal de perigo; na escolha da forma hexagonal pela abelha que resolve a equação entre a quantidade de cera usada na construção da colmeia, a área ocupada e a quantidade de mel armazenado em cada um dos compartimentos. Numa das secções decisivas da obra, a §64, [53-55]³⁴ que trata do saber inerente à natureza e que liga o Homem a ela e às outras espécies, sem cisões, Serres não esquece a natureza animal do Homem, o «*animal profundo*» na fórmula de Colli [Colli, 1974, 49], onde a sua inteligência começou por despontar. Atitude que quer redimir o desenvolvimento da razão humana que, após os modernos, ganha ambições quase patológicas, até ao ponto em que parece que o Homem já não pertence ao sistema da natureza. Para Serres, toda a enfermidade da razão humana começa na renúncia a *misturar-se* no mundo. Quando tal obstáculo é erguido, a própria natureza parece fechar-se ao humano como se de um estranho se tratasse, como se não houvesse intimidade ou se a intimidade se perdesse: «*os animais dos zoológicos reproduzem-*

Mais importantemente, Serres esqueceu ou desconhecia um dos temas centrais do pensamento kantiano, acerca da *dialéctica*, que Kant considera a doença da razão. Trata-se de um movimento tão tirano e obsessivo da razão em tudo conhecer e dominar que entra em modo autofágico: esperam-na as antinomias mais bloqueadoras e o cepticismo. É para vencer as antinomias da dialéctica que Kant enceta a sua *crítica*. O limite da razão foi um tema kantiano muito profundo, sinal de uma absoluta consciência sobre os perigos do optimismo teórico do seu tempo. Serres ignorou de todo em todo estes elementos.

³⁴ O título da secção é <*sous forme d'un songe*> e não <*d'un singe*>; deve ter sido uma confusão deste género que levou a que na edição portuguesa tenha sido erradamente traduzido por «*sob a forma de um macaco*», o que, dado o conteúdo da secção, não deixa de ser um erro curioso e sugestivo.

se mal e raramente. Como se a aproximação dos novos homens extinguisse neles o calor genésico. [...] Ora os nossos antepassados de quarenta séculos domesticaram a espécie [o cão] para sempre. Existirá um saber prodigioso, do qual nós perdemos os vestígios?» [OsG, §64, 53, tradução modificada].

§41. Então: como proceder à recuperação do transcendental geométrico? Recuperando as *noções comuns*, tal como o título dos *Elementos* de Euclides apelava aos *στοιχεῖα* que são património de todos. Porém, para Serres tais noções comuns não existem num vazio de antepredicação, não correspondem a um *a priori* virtual, nem a nenhuma forma de condicionamento prévio do Homem. Manifestam-se com o aparecimento dos objectos, ou melhor, com a relação do Homem ao mundo, porque são justamente essas noções comuns que estruturam o mundo do Homem e dos objectos: *«as Noções Comuns descrevem as condições no pensamento do estabelecimento de uma comunidade, aquele todo de que cada um, mais pequeno que ela, apenas constitui uma parte. Estas condições apenas surgem depois da emergência do objecto; feito o balanço, na ausência de qualquer sujeito no sentido moderno, aí temos o colectivo, condicionado, pelo contrário, pelo objecto»* [OsG, §261, 260].

O *objecto* é aqui sinónimo de mundo: dos elementos físicos da natureza e da lógica em que desde sempre se relacionam. É a natureza que propõe as noções comuns e o Homem, pela inteligência que o caracteriza desde que é designado *homo faber*, filtra essas noções, converte operações automáticas da natureza em saber claro, rigoroso, objectivo. Assim, onde está o transcendental de Serres? No universo e materializa-se em noções comuns: *«o transcendental existe nos princípios de Euclides que remetem para os princípios da geometria ou que os exprimem ou retomam; tal como existe o condicional, o fundamental, o originário, o rigorosamente elementar. Mas não se situam no subjectivo, nem no a priori, nem no formal ou no puro, nos sentidos que lhes dão Descartes e Kant»* [OsG, §262, 260]. As noções comuns estão na natureza, no universo *misturado*. Qualquer movimento para aceder a esse transcendental comunitário, fundamento da intersubjectividade, se for armado de análise, tem que ir também armado de síntese. Um conhecimento verdadeiro nunca é estanque, propaga-se, e nunca se reduz à posse de um só homem, é para todos. Daí que, pensar o *a priori* como uma estrutura antepredicativa, como imposição ao mundo que o homem soberanamente transporta em si seja uma aberração. Há um universo que é, esse sim,

sempre e desde sempre a raiz dos elementos do transcendental. Nas palavras de Fernando Gil, «*não é na distância do sujeito ao objecto que se há-de encontrar a objectividade, mas na cumplicidade da cognição com o mundo*» [F. Gil, 1984, 505].

§42. Posso assim iniciar a conclusão – numa análise insuficiente, mas que terá de bastar – da exposição do transcendental geométrico de Michel Serres. Existe um *logos transcendental da relação, o mesmo no outro* que leva a «*situar ousadamente o centro activo do saber fora de nós*» [OsG, §220, 205], [Serres et al., 1995, 79].

Mostrei que, a par com a constituição de uma noção de indefinido primordial, o *apeiron*, no qual se surpreende uma «*cornucópia de abundância*»³⁵, Serres encontrou o grande salto em frente nas origens da geometria no *teorema de Tales*. Na relação entre a sombra da pirâmide e a sombra do gnómon, Tales desvelou o *invariante*, elemento cuja estabilidade permite transporte: «*Tales mede a relação entre comprimentos de sombras e inventa, assim, a homotetia, isto é, a escala [<l'échelle>]*» [OsG, §271, 278]. Sendo *outros*, pirâmide e gnómon exprimem um *mesmo*: o rácio, a proporção, a *relação a*. Neste caso, tal invariante permitiu que se medisse indirectamente a pirâmide a partir da sombra do gnómon, directamente mensurável. Mais ainda: Tales descobre que é indiferente medir a sombra da pirâmide pela sombra do gnómon, pela de outro edifício ou mesmo a partir da sua própria sombra. O invariante que estabelece uma relação estável é igual para qualquer objecto, conquanto as condições de estabilização do invariante sejam idênticas: o sol iluminando à mesma hora. Assim, o *logos* torna-se trânsito, torna-se aquilo que pode transportar-se de um caso para outro. Está aí a origem da analogia: «*a grande invenção grega: a ana-logia, o logos que transita*» [OsG, §278, 285]. O que pode variar e transitar no espaço e no tempo mantendo integral validade é algo que nos transcende, que não conhece a natureza contingente dos objectos e seres. O *logos*, a relação invariante, estrutura o mundo mas está *fora do mundo*.

Do sensível extrai-se o inteligível, mas «*o lugar noético ou inteligível está separado, como que a machado [<à la hache>], do espaço ou do mundo sensível e, não obstante, este participa no primeiro, como se não pudesse existir sem ele*» [OsG, §211, 197].

³⁵ Expressão que é quase um *leit-motiv* nesta obra, e que dá conta da sempre espantosa abundância que se tira de tão poucos elementos em matemática, p. ex., do Triângulo de Pascal ou do teorema de Tales: «*ao relacionar a sombra do túmulo com a de um prumo de referência [<poteau de référence>] ou com a sua própria sombra, Tales enuncia a invariância de uma mesma forma por variação de dimensões [<de taille>] [...]. Verdadeiramente um milagre: de meios quase nulos nasce o mais extenso dos impérios possível o da Matemática [...], essa cornucópia de abundância que fornece infinitamente a partir de quase nada*» [OsG, §209, 195-196].

Mais do que o enredamento, mistura que se deslaça pela *abstracção* na *idealidade*, Serres entende que tal ideia dá inequivocamente conta da existência de uma inteligência fora do mundo, «*uma lei fora da lei*» embora, paradoxalmente, só seja revelada precisamente pelos objectos desta Terra e deste universo. Toda a tarefa racional consiste, no mais alto grau, em alcançar estas abstracções que revelam a existência de tal inteligência universal. O Homem filtra os elementos da Terra sensível para entidades inteligíveis, porque «*nada do que está nos sentidos passa para o entendimento*» [ibid.], não é o sensível que se converte em inteligível, antes a apreensão, no invariante que subjaz a variação, de um logos que é matéria de uma inteligência *universal*, a qual está todavia fora do mundo, do universo, do que entendemos por *real*. Retoma-se a complexa posição de Serres, entre platonismo e estruturalismo (que talvez só a afinidade com Leibniz e Aristóteles ilumine), afirmando a existência das abstracções, em particular matemáticas, como entidades ontologicamente autónomas, desligadas das suas apresentações sensíveis, do mundo, de um sujeito inteligente, todavia habitando o mundo e os sujeitos: «*o mundo mostra o conhecimento*» [OsG, §221, 206].

§43. Quando se torna possível medir a pirâmide pelo gnómon, surpreende-se uma inteligência inerente ao universo que ridiculariza qualquer tentativa de o humano se assenhorar da razão que atribui lógica, melhor, um logos ao mundo: o gnómon «*funciona sozinho, sem qualquer intervenção humana, como um autómato, sem sujeito motor*» [OsG, §221, 206]. Fundamenta-se a tese central do transcendental de Serres: o conhecimento científico, universalmente válido para todos os Homens, em todos os tempos, i.e., maximamente objectivo, não tem sujeito porque não é exclusivamente humano. O Homem descobre-o, filtra-o arduamente, mas não é um conhecimento humano, não lhe pertence, o Homem só tem nele o mérito de um operário que esforçadamente trabalha para o extrair das misturas em que se encontra: a inteligência inerente ao universo é logos sem subjectividade. Só assim pode ser logos para todos: «*a medida exacta ou aproximada, por vezes rigorosa, a redução abstracta, a sábia passagem do volume ao plano meridiano e deste à linha e desta ao ponto, o modelo geométrico do mundo desenham-se sem que aqui intervenham órgãos, funções ou faculdades. O mundo revela-se ao mundo que o vê* [*le monde se donne à voir au monde qui le voit*]: é este o sentido da palavra teoria. [...] *Em sentido literal*, o

gnómon é inteligente [...], *inteligência artificial*» [OsG, §226, 212, sm]. A teoria, a grelha para ver, está inscrita no próprio universo.

Esta pedra-de-toque encaminha para o carácter particularíssimo da matemática *qua* saber e *qua* ciência: «*alguma vez observámos realmente até que ponto esta ciência [a matemática], tão comumente partilhada por todas as outras, continua a ser única, rara e paradoxal, situando-se nos últimos limites? Fora do mundo e dentro do mundo, imanente e transcendente, sem presença humana e não obstante universal no que se refere às relações colectivas*» [OsG, §282, 288]. Não admira que as suas idealidades e a lógica própria que exibem produzam nos homens o terror, o espanto e o maravilhamento próprios do divino: há uma inteligência fora da nossa. Serres, na tradição platónica, vê na matemática a abertura para o transcendente, no sentido do divino, associação feita pelo seu índice de transversalidade universal, de existência total e absoluta.

§44. Se é nos objectos do mundo que se revela o logos, há que inviabilizar toda a versão transcendental das subjectividades auto-elegidas para fins cognitivos: «*temos de esquecer os preconceitos filosóficos do entreacto moderno: o homem no centro do mundo, no lugar do gnómon e assumindo o nome dele, o sujeito no meio do conhecimento, o seu receptor e motor universais, além da reconstrução imaginária, na sua negra intimidade, onde nunca ninguém entrou, excepto alguns filósofos transcendentais, sem dúvida armados com o ramo de ouro [...]. Nada é mais fácil que abandonar essa faculdade complicada para ler, simplesmente, o que o Sol escreve no solo*» [OsG, §226, 212-213]. O logos está dentro do mundo, como sua condição constitutiva e fora do mundo como sua condição transcendental. É graças a este logos que o mundo pode constituir-se e interpretar-se. Nessas constituição e interpretação o próprio logos está impresso, mas o constituído nunca contém o logos na sua forma filtrada, completamente inteligível: abre para ele. O logos filtrado só deverá existir como pressuposição do transcendental, a partir da sua apreensão no espírito e na racionalidade mediadora de alguém. Porém, como nos teoremas de Gödel, impõe-se a sua verdade, sem que a possamos provar.

O logos que possuímos, primeiro num saber tácito, depois na forma de uma ciência, é sempre filtrado e é uma abertura para o logos transcendental. Em jeito de tese, no universo o logos é fundição, é complexo, é imanente: razão e irrazão, logos e alogos,

coexistem intrincados numa monadologia da totalidade³⁶. E o seu emblema purificado, filtrado, é a *idealidade*, ou melhor, a *abstracção*, força constitutiva do logos que reúne numa preservação filtrada da mistura original o *entre* que apresenta, reunindo e deslindando, a inteligibilidade da mistura.

O grau máximo da visibilidade do invariante, que corresponde à própria noção de transcendental, repito, é a noção de grupo. Ver o invariante, que corresponde à constituição da teoria, a esquadria para ver, implicou dar um salto para fora do mundo: vê-lo de fora para poder perscrutar o seu interior. Alçar-se ao ponto-de-vista exterior é a espantosa invenção que Serres atribui aos Gregos: «*a produção dos gregos é a projecção [...] a optimização dum sítio projectante: o sobrevoio no alto ou de fora do mundo*» [OsG, §116, 112]. Foi com esta compreensão, o logos da analogia que transita porque está de fora, que Serres começou o plano de estudo das origens da geometria, conforme mostra o artigo em *Hermés*: «*Quando o logos se transforma numa proporção, anula, pelo efeito da sua relação [...] as bocas que o referem e as ordens que o impõem, de maneira que apenas se mantêm as relações do mundo com o mundo e as das coisas consigo próprias. [...] A partir desta transcendência, o logos racional, que repete duas vezes, [...] a proporção ou a relação [<le rapport>], fala sem boca humana como uma lei fora da lei*» [OsG, §265, 266-267, sa].

Este ponto-de-vista exterior, logrado pela teoria, é «*a cena da visão*» <*la scène théorique de la vision*>, a «*grelha para ver*» <*grille pour voir*> [OsG, §114-115, 111]. O logos grego corresponde à invenção da cena teórica da visão, a invenção de um

³⁶ A favor da instituição do pensamento da mistura, Serres coloca-se do lado do movimento monoteísta, cujo sentido é, para si, não o da tirania de um deus único, mas o do esforço de fazer remontar toda a diversidade do universo a uma unidade fundamental (que não é sinónimo, reitero, de monismo!): «*o monoteísmo impessoal, não subjectivo, global e abstracto, adjectivo do apeiron integra o divino e o universo: porque ele abandona o politeísmo social e cívico para adoptar um divino imanente ao mundo*» [OsG, §87, 81]; o caso era diferente, p. ex., para os Gregos onde, mais uma vez e paradoxalmente, embora se pensasse uma unidade fundamental do logos (recorde-se Heraclito: «*Existe uma só sabedoria. Ela quer e não quer ser chamada Zeus*», [DK, 22]), a religião era um proliferar de compartimentações que deviam dar conta, separadamente, dos diversos princípios: «*cada divindade tem um departamento; um certo politeísmo fisicalista traduziu, em símbolos [<en figures>], a guerra a que os elementos [...] se entregaram*» [OsG, §87, 80]. Este aspecto é importante. Serres não está em busca de um revivalismo romântico de ideais antigos. Em certo sentido, todo o projecto de Serres enquanto pensamento do logos misturado, teve já lampejos em vários momentos históricos, mas persiste com um projecto ideal que está por fazer, e é mesmo discutível se o modelo da *mathesis universalis* de Wilkins e Leibniz seria o que mais aproximativamente o descreve. Em cada aspecto da análise, Serres escolhe os elementos que se sintonizam com o seu pensamento e cuja espinha-dorsal é a geometria. Não há tendenciosismo nos seus estudos, por adesão a correntes, embora, em certa medida, o espírito dos projectos de Santo Agostinho [OsG, §84, 78] e de Espinosa [OsG, §87, 81] mereçam particular simpatia a Serres, porque põem-se justamente no encaixe desta filosofia da mistura; Serres vê-os quase como seus argonautas. Interessa ainda remeter para a auto-definição de Serres, notável declaração de pertença múltipla e deslimitada, verdadeiro manifesto a favor da mistura e da miscigenação (vide, [OsG, §99, 93]).

ponto-de-vista de vista exterior que permite *ver do alto*. Como é que a geometria capitaliza tal qualidade visionária? Mostrando as leis da relação, as equivalências miméticas entre dois elementos que, tomados autonomamente são diferentes, apreciados perante um terceiro elemento são iguais. A geometria mostra a «*equidade*» velada [OsG, §95, 88], põe termo à proliferação irrazoável da diferença, apresenta o princípio de uma mimese, de uma possibilidade de comunidade. E inaugura também a invenção do ponto-de-vista do espírito, que tem, para Serres, o seu esplendor na geometria: «*a geometria faz tudo ver desse ponto cego sobre o qual nós meditamos*». E isso embora se possam fazer *diferentes* geometrias, em *estilos* diversos: os *raciocínios* geométricos e as *verdades* que resultam desses raciocínios são iguais para todos, e as diferentes geometrias são como ramos distintos porém unidos e alimentados por um só tronco. Foi a matemática-estratagema, p. ex. a de Tales, que deu intuição do invariante. Desvendando a relação, no sentido de rácio, logos comum, desvela-se o coração da matemática, a ideia de *referência a*: o racional é o referido a um ponto comum a partir do qual diversas coisas podem ser apreciadas num regime de mimese possível. A §112 [109] ensina que é o logos, enquanto constituição de um ponto de referência – o qual, como bem lembra Serres, remete para o sentido profundo do termo epistemologia, aquele que se coloca no ponto fixo, no lugar de referência – que dá este ponto-de-vista exterior invariante.

§45. A ontologia do logos não é a do ser, «*mas sim a relação. A abstracção [...] nasce ao longo de transposições [<de transports>], seguindo as relações que estabelecem a ponte entre [<qui pontent>] e compensam as suas variações*» [OsG, §273, 208-281]. O humano é o filtro da abstracção do grupo de invariantes fundamentais do universo. O seu grande feito é a descoberta das idealidades, dos objectos matemáticos, esses «*quase-objectos limites e excelentes*» [OsG, §282, 288, modificado], que extraem do sensível uma inteligibilidade sem peias capaz de realizar «*o acordo completo da comunidade, seja ela qual for*» [OsG, §281, 287].

O objecto matemático, a idealidade que revela o plano de uma ontologia autónoma, alcança-se por abstracção. Para Serres, abstracção é contacto, intersecção; melhor, é choque. Ela nasce do movimento em que dois elementos se intersectam e colidem, como em Física a colisão de partículas a determinada velocidade produz outras novas partículas. Tais idealidades nascem desse movimento violento que é o movimento

abstractivo, tal como nasceram do choque entre a «*imagem, intuição, realismo*» do sistema gráfico-intelectual egípcio [OsG, §154, 149] com o «*discurso, convenção, formalismo*» dos gregos [OsG, §155, 149]: do choque emergem formas invariantes e porém maleáveis que permitem abranger e traduzir o que numa e noutra é verdadeiro e estável. Abstracção é síntese e síntese é *compreensão*: soma filtrada de tudo o que de puro é apreensível sob um logos comum. As idealidades surgem para Serres como faróis do verdadeiro, elas anunciam-se quando uma forma válida para toda uma colectividade emerge, quando se vence a flutuação empírica, quando se sai para fora da contingência do universo e se encontra o que nele é necessário. Serres é inequívoco quanto a este mundo *intersectado* onde existem as idealidades: ele é «*o verdadeiro mundo, paradisíaco, real, rico e completo, a densa realidade cujas duas componentes, natural e cultural, não passam de duas subtracções utópicas, magras e pobres*» [OsG, §282, 288]. Nelas se faz a «*sinopse e a síntese dessa realidade comum e cheia*» [OsG, §283, 289, modificado]. É a modalidade de ser necessária própria à idealidade abstraída que a transforma em património colectivo, em «*necessidade objectiva*» [OsG, §281, 288]. E aquilo que constitui a necessidade colectiva só pode ser um esqueleto, estrutura a um tempo tangível e inefável. É esta natureza que torna para Serres, desde sempre, tão difícil a sua caracterização, tão difícil apreendê-la de forma límpida e lógica pelos nossos modos de expressão (excepto pelo seu próprio corpo expressivo, a matemática-ela-própria, onde essa expressão se faz excelentemente: *fazendo-se*). Cai-se sempre no que parece ser uma paradoxal verborreia. «*Talvez nem sequer saibamos defini-la, isto porque a referimos por vezes a um céu ideal nos limites do real ou a um conhecimento transcendental, íntimo do íntimo*» [OsG, §281, 287].

§46. A idealidade matemática produz-se quando é eliminado todo o acessório, o excessivo. É congénere da noção de filtragem, mas uma forma de filtragem que se joga na imediatez própria do raciocínio, i.e., não tem que ser estabilizada e convencionada: emerge intuitiva e espontaneamente da intersecção. Quando o geómetra raciocina, é indiferente que seja sobre o esquema desenhado ou sobre a fórmula algébrica, pois «*nenhuma figura mostrada sobre [um suporte] saberia corresponder àquela que na verdade, ela [a idealidade geométrica] mede e demonstra*» [OsG, §10, 11].

Ora, o principal motivo deste segundo veio, em Serres, é longamente tematizado sob *a eliminação do parasitismo*, do que está *entre*³⁷. O parasitismo tem vários denominadores; os mais importantes são o *ruído* e o *empírico*. A eliminação do empírico, é expansível, em Serres à eliminação de toda a afecção particular, todo o atrito, todo o impedimento. A geometria logrou construir a comunicação quase perfeita pois o seu movimento (de resto, o movimento de toda a matematicidade) é o da eliminação dos parasitas que empatam a comunicação e retêm o exercício do raciocínio puro. Nas matemáticas já não se trata do que eu ou tu pensamos, cada um em particular, do que me dói ou te alegra, do que não aconteceu hoje ou do que acontecerá amanhã. Todos estes elementos constituem contingências e a matemática afinou-se na eliminação do contingente. Tal como o traçado na areia, mais ou menos imperfeito, em nada afecta a perfeição do raciocínio geométrico que sobre ele se conduz – Serres deduz daqui a *anexactidão* da matemática – porque o ser abstracto da matemática está *entre* os grafismos, também todo o empírico, na medida em que é a apresentação particular de casos universais, não pode interessar à matemática e tem de ser eliminado. O sujeito particular entra maximamente nesta equação. O sujeito é um dos parasitas a eliminar para que se possa ver o puro logos da inteligibilidade universal.

§47. O estruturalismo transcendental geométrico de Serres sustém essa convicção fundamental a de que há uma inteligência intrínseca ao universo, ontologicamente autónoma. Para pensar o transcendental geométrico há que atentar na

³⁷ Há pelo menos duas noções de *entre* <entre> em Serres. Uma é a que diz respeito à *abstracção* própria da matemática, as idealidades que ela extrai do entre do sensível. É a versão *benigna* do *entre* em Serres. A outra é o *entre* que se situa entre o espírito e os objectos, ou seja, todo o conjunto de mediações entre um núcleo de sentido e o acesso a ele possível. A versão *maligna* do *entre*. Entre as ciências, a matemática renuncia maximamente a estes *entres*, às mediações: o *ruído do empírico* é a sua forma mais visível. Serres faz uma engenhosa análise deste *entre* através da noção de *interessante*, cuja versão latina remete para o «*inter esse*», o que está *entre*, através da figura do filósofo grego Diógenes. Para Serres, Diógenes está revestido de um carácter monástico, no sentido em que renunciou a tudo o que se pode considerar acessório à existência; renunciou a todos os luxos, todos os vínculos, enfim a todas as mediações, todos os *entres*, entre si e a vida. O objectivo teria sido alçar-se à contemplação mais imediata: Diógenes é para Serres a figura do *desinteresse*. É nesse quadro que interpreta a sua célebre resposta a Alexandre o Grande, quando este, passando junto do andrajoso Diógenes lhe pergunta o que deseja e Diógenes lhe responde, «por agora, tira-te do meu sol», ou seja, sai desse lugar *entre* mim e o sol, estás a estorvar o que é importante para mim. O tema da sombra de Alexandre alia-se ao tema da mediação numa improvável profundidade. Tal como a sombra de Alexandre se mete entre o Sol e Diógenes, mediando uma relação que se quer directa, também a geometria eliminou entres, mediações, ruídos, abrindo sempre para o logos da visibilidade. Um dos momentos de máxima felicidade nesse movimento é, para Serres, a *epifania da diafaneidade* <‘*épiphanie de la diaphanéité*’>, ou seja, a visão dos sólidos translúcidos. A pirâmide-túmulo de entranhas negras onde jaz o cadáver do faraó é substituída, no pensamento geométrico, pela pirâmide translúcida. Os objectos opacos perdem, com a geometria, essa sombra de opacidade e tornam-se diáfanos, não há *entre* neles.

autonomia, independência e verdade dos conhecimentos matemáticos e no modo como chegámos a esses conhecimentos. A matemática (e a geometria como seu caso particular) impõe-se como transcendental porque nos coloca diante de variantes invariáveis, de relações preservadas a que todas as coisas podem ser chamadas e, idealmente, através das quais todas poderão ser expressas, as quais não devem nada ao humano, e às quais, porém, o universo, na inteligibilidade e razão que revela, tudo deve.

Mas também me parece possível inverter a análise que Serres faz do tríptico *nomos-physis-logos* e respectivas pedras-de-toque. Se o fizer, posso dizer que para Serres temos de admitir que existe um transcendental geométrico imanente ao mundo. Se o negarmos, não conseguimos inteligibilizar: 1. a existência de inteligência; 2. a descoberta de regularidades e padrões na natureza; 3. a existência da matemática e a sua autonomia própria; 4. que, apesar da autonomia da matemática, ela seja aplicável ao mundo; i.e., a sua *participação* no mundo; 5. a existência de raciocínio puro; 6. a constituição de abstrações/idealidades; 7. a possibilidade de encontrar um património igual para todos os homens, em todos os tempos; 8. a possibilidade de constituir todo um corpo de conhecimentos matemáticos num ponto aleatório ou contingente (como aconteceu com a geometria euclidiana, descoberta antes de geometrias mais arcaicas como a topologia); 9. a possibilidade de que atrás desse conhecimento matemático haja ainda matemática mais arcaica; 10. a ambição de vir a encontrar uma unidade subjacente a todos os ramos da matemática (tal como a Teoria dos Grupos em Geometria ou a mais geral Teoria das Categorias para toda a matemática).

Sob aparente ecletismo, que bebe de todas as correntes filosóficas sem subscrever autonomamente nenhuma³⁸, nem avançar conteúdos de tese suficientemente fortes para inaugurar uma nova³⁹, creio que o pensamento de Serres tem uma profundidade invulgar e uma virtude refrescante (já para não referir o estilo). Além da espantosa erudição, que nada tem de polimatia (pois, como mostrei, se bem que insuficientemente, a variedade de abordagens converge para a unidade de um pensamento), está-se diante de uma obra que tomou cerca de trinta e quatro anos de reflexões. Essa virtude refrescante e útil a

³⁸ O que nas palavras do próprio Serres se deve a um imperativo de liberdade, e ao seu quase «*horror pelo desejo libidinoso de pertença*» a grupos, na medida em que isso «*sempre pareceu requerer excluir e aniquilar aqueles que não pertencem à seita*» [Serres, Latour, 1995, 20-21].

³⁹ Aspecto que faz do pensamento de Serres um dos mais peculiares e, decididamente, mais inactuais de entre os pensadores vivos. William Paulson, numa observação tão irónica quanto certa, notou que «*no presente estado das disciplinas, Serres é extracurricular: temos de o ler no nosso tempo livre*» [apud S. D. Brown, 2005, 216, sa]. Steven Brown sintetiza as principais razões disso: nem se consegue encontrar um “modelo” no seu pensamento, nem há nada nele que se conforme com as noções canónicas de “método”: «*é difícil saber o que fazer com Serres quando a capa recobre o livro*» [ibid.].

este estudo é a de procurar coordenar várias intuições do pensamento filosófico (platonismo, cartesianismo, espinosismo, leibnizianismo, filosofia transcendental, estruturalismo, entre os mais salientes) para estabelecer um quadro que apenas sugere a *necessidade* de pensar um transcendental geométrico como um empreendimento filosófico que se mantém legítimo, apesar das muitas dificuldades que encerra. Isso sem querer, contudo, definir, etiquetar, axiomatizar ou converter em sistema esse transcendental geométrico. Aliás, e sublinho-o, julgo mesmo que Serres consideraria que a aplicação da ideia de transcendental ao fulcro do seu estudo pecaria por redutora. Mas sem dúvida que procura, a partir da investigação das possíveis origens da geometria, colectar elementos que nos levem a tomar a sério a possibilidade da existência de um transcendental geométrico, não como um divertimento sofisticado, mas como um campo de inteligibilidade ao qual os nossos saberes e, mais em particular a ciência, deverão ter ido buscar os seus fundamentos.

Então 1) a geometria (mais em geral, a matemática) remete-nos necessariamente para a ideia de uma inteligência inerente ao mundo; 2) o Homem, que participa dessa inteligência, contribui para o estudo de um tal plano como agente perceptivo, filtrante, cognitivo e inteligibilizador. Estudar a necessidade humana de encontrar o logos da natureza abre para os possíveis acessos ao logos do mundo, à inteligência fora de nós; 3) a filosofia é o plano que sistematicamente encaminha para o logos do mundo, como disciplina onde se colectam os filões de inteligibilidade que são filtrados e trazidos a um sistema de inteligibilidade geral; 4) no transcendental geométrico está um espécime do logos do mundo, o qual, em formulação platónica, está fora do mundo; 5) consequentemente, o transcendental geométrico é uma possibilidade metafísica a colocar e encerra um campo de investigação legítimo.

§48. Tributário do pensamento leibniziano⁴⁰, penso que o plano genético para que o transcendental de Serres abre sugere a recuperação e reactualização do pensamento sobre a *mathesis universalis*. Esta ideia aponta para uma dimensão decisiva da noção de transcendental, i.e., a ideia de uma disciplina transversal que contém os princípios de toda a ciência – ideia que, veremos adiante, é retomada por Husserl a propósito do seu pensamento sobre a lógica. Embora se associe a *mathesis universalis*

⁴⁰ Ainda que, como bem me fez notar a Prof.^a Olga Pombo, as diferenças entre os projectos sejam abissais. Ao passo que Serres, num espírito pós-modernista, recusa vincular-se ou forjar um sistema filosófico, Leibniz viu-se obrigado a construir uma metafísica da entre-expressão extremamente complexa para sustentar a sua tese da co-naturalidade.

sobretudo a Leibniz, a verdade é que se tratou de uma ideia muito difundida nos sécs. XVI-XVII (p. ex., [Sasaki, 2003, cap. 4, §3 e toda a parte II da obra]).

Uma das suas mais famosas referências ocorre na *IV Regra para a Direcção do Espírito* de René Descartes. Aí, Descartes diz-nos que ao ocupar-se com problemas específicos de geometria e álgebra encontrou uma outra disciplina mais geral e profunda da qual essas «*matemáticas vulgares*» a que geometria e álgebra correspondem são mais «*roupagem do que partes*» [Descartes, 1989, 26]. Disciplina que provavelmente os antigos geómetras conheceram e usaram na solução dos seus problemas, embora a não tivessem transmitido à posteridade [id., 25, 27], a qual «*deve conter os primeiros rudimentos da razão humana e estender-se para fazer brotar verdades a respeito de qualquer assunto*» [id., 26]. Ora, tendo-se debruçado sobre a ideia de matemática como aquela ciência geral à qual geometria, álgebra, aritmética, astronomia, música, óptica e mecânica pertencem como ramos [id., 28], e procurando a unidade por detrás da sua variedade de manifestações e objectos, «*pareceu-[lhe] por fim óbvio relacionar com a Matemática tudo aquilo em que apenas se examina a ordem (<ordo>) e a medida (<mensura>), sem ter em conta se é em números, figuras, astros, sons, ou em qualquer outro objecto que semelhante medida se deve procurar; e, por conseguinte, deve haver uma ciência geral que explique tudo o que se pode investigar acerca da ordem e da medida, sem as aplicar a uma matéria especial: esta ciência designa-se, não pelo vocábulo suposto, mas pelo vocábulo já antigo e aceite pelo uso de Matemática Universal [<mathesis universalis>], porque esta contém tudo o que contribui para que as outras ciências se chamem partes da Matemática (<mathematica>). Quanto a Matemática universal sobrepuja em utilidade e facilidade as outras ciências que lhe estão subordinadas, vê-se perfeitamente no facto de abarcar os mesmos objectos que estas últimas e, além disso, muitos outros; no facto ainda de que as suas dificuldades, se é que contém algumas, existem também nestas últimas ciências, com outras ainda provenientes dos seus objectos particulares e que ela não tem. E agora, visto que todos sabem o seu nome e aquilo de que trata, embora não lhe prestem atenção, como explicar que a maior parte investigue laboriosamente as outras disciplinas, que dela dependem, e que ninguém se preocupe por aprender esta?» [id., 29, sm]*

A ideia de uma ciência das ciências, que transcende a diversidade de ramos matemáticos e que lhe dá a unidade fundamental da qual os seus princípios lógicos emanam, aparece assim como disciplina fundamental a perseguir e a recuperar. E essa disciplina ocupa-se

com a estrutura das relações e proporções entre objectos, independentemente das suas ocorrências particulares. Na 2ª parte do *Discurso do Método*, Descartes escreve que, após tentar ocupar-se de todas as ciências particulares a que se chamam matemáticas, e «observando que ainda que todos os seus objectos sejam diferentes, ela não deixa de encontrar um acordo entre todos», tal deve-se ao curioso facto de nela não se observarem senão «as diversas relações (<rapports>) ou proporções que aí se encontram» [Descartes, 1902, 19-20]. A *mathesis universalis* desabrocha assim como meta-ciência das relações estruturais transversais a toda a matemática. Melhor, ela ocupa-se do *logos* matemático na sua máxima generalidade, extensão e universalidade.

Foi Leibniz quem, debruçando-se sobre a ideia de *mathesis universalis*⁴¹, tentou dar-lhe a máxima extensão possível, já não apenas como um projecto ideal de unificação dos ramos matemáticos, mas como unificação de toda a possível combinatória entre quaisquer noções elementares, colocando-a na base da possibilidade de constituir uma língua artificial universal, uma língua universal do pensamento, colmatadora das deficiências das línguas naturais, portanto correlato do conhecimento verdadeiro e objectivo da realidade e, consequentemente, capaz de frutificar uma infinidade de conhecimentos verdadeiros. Trata-se do projecto da *characteristica universalis*. A combinação de noções primitivas encaminharia para a composição de todas as ideias complexas, de tal modo que se poderia almejar um alfabeto do pensamento humano. Segundo a síntese de Paolo Rossi, a *characteristica universalis* leibniziana assenta em três princípios: «1) é possível analisar as ideias e é possível fazer remontar o alfabeto dos pensamentos constituídos a um elenco de noções simples ou primitivas; 2) as ideias podem ser representadas simbolicamente; 3) é possível fazer uma representação simbólica das relações entre ideias e, mediante regras adequadas, é possível proceder à sua combinação»^(VI) [Rossi, 1960, 238]. Ora, se como Donald Rutherford nota, grande parte do fascínio pela *characteristica universalis* leibniziana nasce da sua visão antecipatória das linguagens formais do séc. XX e da sua capacidade de representar e verificar inferências válidas [Jolley et al., 1998, 226], Olga Pombo enfatiza a sua verdadeira ambição metafísica, ao mesmo tempo que aponta para as marcas transcendentais que a alimentam, a saber, a «função principal [...] representativa e cognitiva; na medida em que a língua universal permite a correcta representação da realidade, ou melhor, do conhecimento da realidade – i. e., na medida em que é

⁴¹ E quer Pombo, quer Rossi, quer Sasaki oferecem excelentes reconstituições do pensamento sobre a *mathesis universalis* e seu impacto no pensamento leibniziano em [Pombo, 1987, cap. 5], [Rossi, 1960, em particular cap. VIII] e [Sasaki, 2003, parte II].

construída sobre um sistema de signos que permite a exacta e clara expressão de todo o conhecimento humano – a sua capacidade de tornar-se um meio universal de comunicação, um árbitro nas controvérsias e um auxiliar à invenção encontra um solo firme»^(VII) [Pombo, 1987, 85, sa]. Ora, o problema de estabelecer uma tal linguagem assenta precisamente na dificuldade de encontrar as noções primitivas, aquelas que transversalmente estruturam todo o conhecimento verdadeiro da realidade⁴².

Interessa iluminar dois aspectos centrais da utopia linguística leibniziana. Primeiro, ela assenta na convicção fundamental de que todo o pensamento ascende a uma matriz transcendental, ou melhor, a uma forma *a priori* que as línguas naturais não captam inteiramente, mas que uma correcta análise do conhecimento permite alcançar. Mais ainda, o formalismo que teria de estar na base da *characteristica* pressuporia um isomorfismo, uma conaturalidade, entre a coisa e a sua apreensão e expressão num enunciado. Segundo, ela labora sobre a certeza de que todo o pensamento humano e todo o conhecimento verdadeiro, independentemente da diversidade de disciplinas e objectos que o fragmentam – da mesma forma que a «*escandalosa diversidade das línguas*»^(VIII) [Pombo, 1987, 18], pela sua entre-traduzibilidade, prometem uma língua adâmica una – descende de umas poucas noções primitivas e relações entre elas, espécie de âmbito formal que garante ao todo unidade sistemática.

Esta convicção da unidade fundamental, monadológica, vertida e operacionalizada em projectos para a sua apreensão é congénere da decisiva noção de grupo. Em certo sentido, e para o caso da geometria mais especificamente (sendo o seu correlato mais amplo na matemática a noção de categoria), a noção de grupo recupera o espírito fundamental do projecto da *mathesis* e concretiza-a.

§49. Salvo flutuações na notação, em geral a noção de grupo é introduzida nos manuais matemáticos a partir da seguinte definição formal e respectivos axiomas:

«Um grupo é um conjunto G com uma operação \circ que satisfaz as seguintes condições:
(G1) para cada par x, y de elementos de G , $x \circ y$ é um elemento de G (axioma de fechamento);

⁴² Não cabe aqui dedicar-me ao particular das propostas e hesitações leibnizianas, que foram muitas (p. ex., a sua famosa defesa de que a *characteristica* poderia ter uma matriz binária nos conceitos de *ser* e *privação* – *Deus* e *Nada*, ou *identidade* e *contradição* –, de que o método da *characteristica* teria modelo matemático, mais especificamente algébrico, ou a recorrente hesitação, quase sempre temperada por um forte optimismo, de que tal projecto não seria exequível.

(G2) para todos os elementos x, y, z de G , $(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z)$ (axioma da associatividade);

(G3) existe um elemento e em G , tal que para todo o g em G : $e \circ g = g = g \circ e$ (axioma da identidade);

(G3) dado um elemento g em G , existe um elemento g^* em G tal que: $g \circ g^* = e = g^* \circ g$ (axioma da inversão)» [Humphreys, 1996, 1].

A esta definição e respectivos axiomas fundamentais, vão-se sucessivamente acrescentando outras definições, como as de *infinitude*, *comutatividade*, *mapeamento*, *composição*, *homomorfismo*, *isomorfismo*, e por aí fora, acompanhada da dedução de teoremas e respectivas demonstrações.

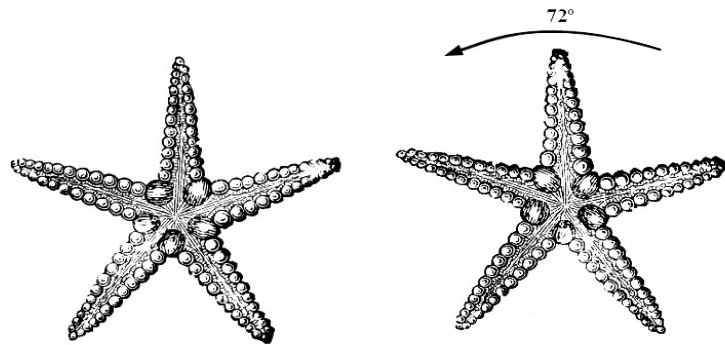
Tal como para alguém não familiarizado com as definições e os axiomas da geometria euclidiana o seu formalismo parece opaco e intimidante, também o formalismo da teoria dos grupos (que, diferentemente da geometria euclidiana, não pertence ao ensino elementar de matemática, e portanto a familiaridade com ele é ainda menor) parece abstracto e opaco a quem não tiver formação matemática. Sem querer aqui fazer uma exposição ou sequer uma introdução à teoria matemática dos grupos, gostava todavia de apresentar, da maneira mais simples, intuitiva e informal possível a sua ideia fundamental para que se compreendam as suas implicações metafísicas estruturais e a referência que ela constitui para o “estruturalismo transcendental” de Serres.

Traduzindo o formalismo para termos mais concretos, o que a definição e os axiomas acima referidos nos dizem é que um grupo consiste num conjunto de quaisquer elementos e num conjunto de quaisquer operações (acções, transformações, produtos) que se podem realizar entre esses elementos – e note-se que as operações pertencem ao conjunto –, desde que esses elementos e operações satisfaçam os seguintes requisitos: i) que exista uma lista definida de operações fundamentais que nunca se altera (ou seja, são sempre as mesmas operações e só essas); ii) qualquer operação realizada é reversível, i.e., pode ser desfeita; iii) cada operação é determinista, i.e., não depende da sorte ou do acaso; iv) as operações podem ser combinadas em qualquer sequência, e qualquer sequência de operações consecutivas é também uma operação, i.e., podem ser feitas combinações entre as operações fundamentais, formando outras novas operações.

A enunciação formal destas regras, embora tenha surgido no estudo da álgebra, revelou-se particularmente fértil no estudo das simetrias, razão pela qual se considera vulgarmente a teoria como o estudo das simetrias. Informalmente, é simétrico o que se

mantém igual quando observado de um diferente ponto-de-vista, i.e., quando sofre um conjunto de transformações (rotações, translações, etc.). P. ex., pelo corte sagital, verifico que o lado esquerdo do meu corpo é aproximadamente igual ao seu lado direito. De forma análoga, se pegar numa estrela-do-mar e a posicionar de frente para mim tendo dois dos seus braços como base, e se fizer uma operação de rotação de 72° , ela mantém a mesma aparência que tinha anteriormente, ocupando aproximadamente o mesmo espaço⁴³.

Tendo isso em vista, os matemáticos descobriram que é possível estudar as simetrias identificando todas as partes que num objecto são semelhantes e atribuindo a cada uma delas,



p. ex., um número diferente; de seguida, são identificadas

Fig. 1: rotação de 72° sobre uma estrela do mar. Os seus braços ficam a ocupar aproximadamente o mesmo espaço.

todas as operações que se podem realizar sobre esse objecto, levando ao rearranjo das partes numeradas, mas deixando o objecto a ocupar o mesmo espaço que ocupava originalmente. No caso da estrela-do-mar, esse conjunto de operações consiste numa operação de rotação de 72° ⁴⁴.

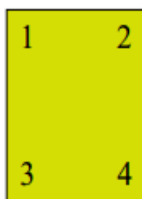


Fig. 2a: um rectângulo com os seus quatro "cantos" simétricos numerados [Carter, 2009, 14].

Para ilustrar a ideia de um modo simples e intuitivo tomo os exemplos dados por Nathan Carter em [Carter, 2009]. Se quisermos estudar o grupo de simetrias de um rectângulo, podemos atribuir um número às suas partes simétricas e podemos identificar as operações que com ele podem ser realizadas de maneira a preservar a sua simetria. Verifica-se que ele tem quatro "cantos" simétricos, aos quais se atribuem os números 1, 2, 3, 4, e que se podem realizar duas operações

que preservam a sua simetria, a saber, virá-lo horizontalmente e virá-lo verticalmente. Conhecendo então os seus elementos simétricos e as operações que podem realizar-se preservando essa simetria, é então possível mapear todas as operações:

⁴³ Para uma análise da noção de simetria e da sua evolução e fertilidade dentro do pensamento matemático, o *Symmetry* de Hermann Weyl parece-me uma referência incontornável. Vide [Weyl, 1952].

⁴⁴Correspondendo ao grupo cíclico C_5 (ou Z_5).

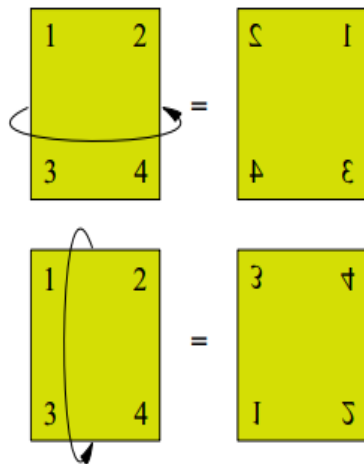


Fig. 2b: os dois movimentos que se podem realizar com o rectângulo preservando a sua simetria [Carter, 2009, 14].

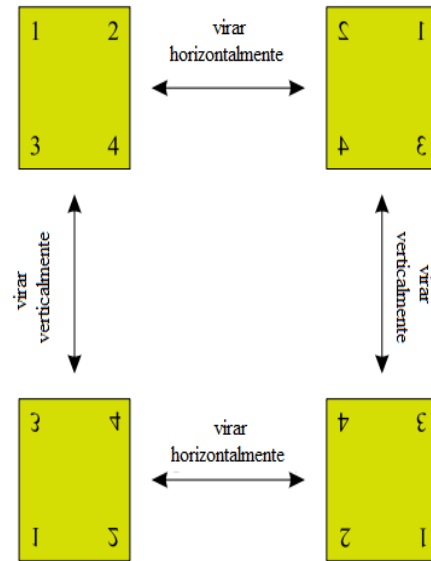


Fig. 2c: conjunto de todas as acções que se podem realizar com o rectângulo preservando as suas simetrias [Carter, 2009, 18].

Conhecendo o mapa de todas as possíveis operações, não só se fica em posição de saber que operações é necessário realizar para chegar a uma dada configuração (i.e., que passos têm de ser dados, p. ex., quantas vezes temos de virar e em que direcção para atingir uma dada configuração), bem como, tendo diante de nós uma determinada configuração, que operações é preciso realizar para chegar à configuração original, quando ainda nenhuma operação tinha sido realizada. A partir do mapeamento podemos calcular as operações a realizar para alcançar uma determinada configuração.

Ora, este esquema de operações visuais é passível de tradução algébrica. Se à primeira configuração do rectângulo a que ainda não fiz nenhuma operação atribuir a letra *N* (de *nodo*), se representar a operação de virar horizontalmente através de uma linha vermelha e lhe atribuir a letra *R* (de *red*), se representar a operação de virar verticalmente através de uma linha azul e lhe atribuir a letra *B* (de *blue*), e se representar a operação de virar verticalmente seguida da operação de virar horizontalmente pelas letras *RB* (que equivale à operação de virar horizontalmente seguida da operação de virar verticalmente), obtenho o esquema da figura 3, mais abstracto:

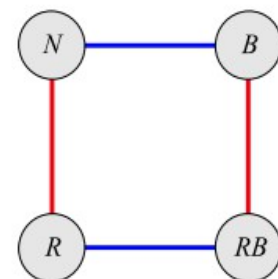


Fig. 3: representação das acções da fig. 2c num esquema de nodos [Carter, 2009, 43].

e posso a partir dele extrair o conjunto de todas as operações realizadas dentro deste grupo e suas igualdades:

$N \circ N = N$	$R \circ N = R$	$B \circ N = B$	$RB \circ N = RB$
$N \circ R = R$	$R \circ R = N$	$B \circ R = RB$	$RB \circ R = B$
$N \circ B = B$	$R \circ B = RB$	$B \circ B = N$	$RB \circ B = R$
$N \circ RB = RB$	$R \circ RB = B$	$B \circ RB = R$	$BR \circ RB = N$

Analizando a tabela é possível deduzir uma série de consequências que permitem tornar cada vez mais preciso, simples e abstracto o conjunto de operações deste grupo e as consequências de operações sobre operações.

Ora, o que esta formalização mostra, e o que enfim a teoria dos grupos desvela, é que através do estudo dos grupos de operações de certos objectos e situações completamente distintas é possível encontrar igualdades estruturais. Se agora pensar, p. ex., num duplo interruptor e pensar nas operações que é possível realizar com ele, substituindo agora as operações de “virar horizontalmente” e “virar verticalmente” pelas operações de “acender o interruptor 1” e “acender o interruptor 2” tenho a seguinte representação:

e se à primeira configuração dos interruptores a que ainda não fiz nenhuma operação atribuir a mesma letra N , se representar a operação de acender o interruptor 1 através de uma linha vermelha e lhe atribuir a mesma letra R , se representar a operação de acender o interruptor 2 através de uma linha azul e lhe atribuir a letra B , e se representar a operação de

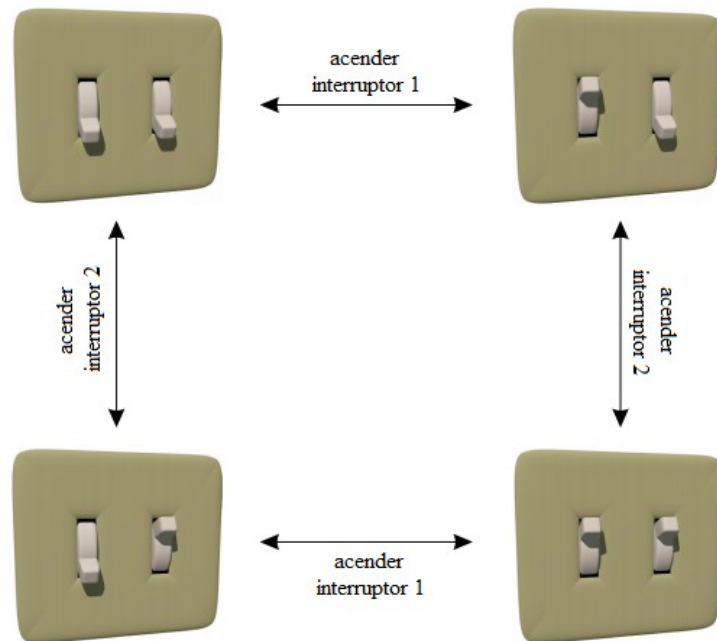


Fig. 4: conjunto de acções que é possível realizar com uma consola de 2 interruptores [Carter, 2009, 20].

acender o interruptor 1 seguida da operação de acender o interruptor 2 pelas letras RB , obtenho exactamente o mesmo esquema que obtive na simetria do rectângulo.

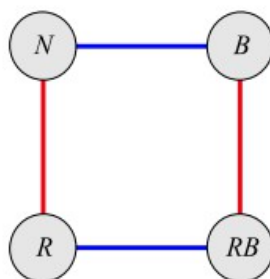


Fig. 5: representação das acções realizável com os interruptores da fig. 4 num esquema abstracto de nodos [Carter, 2009, 43].

E se mapear o grupo de todas operações que é possível realizar com estes elementos, obtenho exactamente a mesma tabela que obtive para o mapeamento do grupo de operações que fiz com o rectângulo.

$N \circ N = N$	$R \circ N = R$	$B \circ N = B$	$RB \circ N = RB$
$N \circ R = R$	$R \circ R = N$	$B \circ R = RB$	$RB \circ R = B$
$N \circ B = B$	$R \circ B = RB$	$B \circ B = N$	$RB \circ B = R$
$N \circ RB = RB$	$R \circ RB = B$	$B \circ RB = R$	$RB \circ RB = N$

Esta constatação permite descobrir que, apesar das evidentes diferenças entre os dois objectos que tenho sob consideração, existe um domínio estrutural onde eles aparecem como sendo exactamente iguais: são formalmente *o mesmo* objecto. Melhor ainda, há uma só estrutura que descreve as possíveis operações sobre estes dois objectos.

Do mesmo modo que a sombra da pirâmide e a sombra do gnómon revelavam uma igualdade, mau-grado a irreduzível diferença entre os dois objectos considerados, vemos neste exemplo simples como aquele logos puro das relações que transita e em que Serres pôs tanta ênfase se pode fertilmente manifestar. Os matemáticos desenvolveram esta simples ideia até um ponto que a leva a pervadir hoje praticamente todos os ramos matemáticos, como instrumento para encontrar equivalências estruturais entre objectos e estruturas matemáticas. O exemplo simples e intuitivo de uma igualdade estrutural é em

espírito aquilo de que a teoria dos grupos se ocupa e o que aproxima da *mathesis*: através de uma axiomática bem definida e das consequências dela extraídas, conseguir estudar e alcançar o conjunto de igualdades estruturais que aproxima objectos tão distintos como rectângulos, interruptores, moléculas, cristais, hélices, frisos arquitectónicos, passos de dança, polinómios e respectivas raízes e por aí fora, em crescendo de complexidade e diversidade, segundo o geral princípio da consideração das suas simetrias. A teoria dos grupos não só revelou utilidade formal em áreas como a teoria quântica, a cristalografia, a geometria e a topologia, a análise, a álgebra, a biologia, a teoria musical⁴⁵, como mostrou que entre todas elas se manifesta o plano de um logos comum. Na sua abrangência, quase podemos falar na promessa de um *logos universal*. Do mesmo modo que de uns poucos axiomas e teoremas deles deduzidos em geometria euclidiana conseguíamos extrair uma «cornucópia de abundância» de figuras e construções geométricas, com a teoria dos grupos alcança-se um modelo que permite agora transcender as aproximações estruturais entre objectos puramente geométricos, segundo o logos bem definido de uma equivalência. Tal como escreve Pierre de la Harpe, «*nós gostamos de reconhecer simetrias [e estudando-as] elas permitem-nos apreender mais do que aquilo que podemos alcançar com a visão*» [Harpe, 2000, 3].

Mapeando e desvelando o universo de possíveis grupos (um dos grandes sucessos matemáticos do séc. XX foi o mapeamento e caracterização de todos os grupos finitos, embora a tipologia de grupos seja muito vasta – abelianos, finitos, infinitos, livres, topológicos,...), é possível compreender todas as transformações que é possível realizar sobre um determinado grupo de objectos. Graças a esse estudo foi possível descobrir, p. ex., que por muitos e muito diferentes frisos geométricos bidimensionais que desenhamos, se cada um deles seguir um padrão regular então o grupo das suas simetrias será necessariamente descritível por um de apenas sete grupos infinitos.

O valor desta aproximação matemática é inestimável, pois, à superfície, o mundo da nossa experiência perceptiva é um mundo de diferenças. Fernando Gil defendeu essa tese em *Mimesis e Negação*: a diferença (a negação) deve ser primeva (pelo menos

⁴⁵ Devo ao Luís Peres ter chamado a minha atenção, neste assunto, para a última página do manuscrito pessoal de *As Variações de Goldberg* (BWV 1087). Aí, numa nota sem aparente importância, J. S. Bach toma as primeiras oito notas do baixo do tema da ária e aplica-lhes duas operações (retrógrado e inversão). A partir do tema e do uso das duas operações (quase sempre combinadas), Bach produz catorze novos cânones. Apesar de uma estrutura teórica análoga ter sido demonstrada por Bach na composição da fuga em *Arte da Fuga*, o facto daquela genial construção – e que constitui por pleno direito uma teoria da arte do cânone – não ter merecido a Bach mais do que um apontamento críptico na sua cópia particular das *Variações* encerra algo de chocante, que só pode ser explicado pela imensidão do seu génio. Através de a dizer que Bach não terá visto nesta operação criativa mais do que uma brincadeira engenhosa.

perceptivamente, pois senão como orientar-nos?) [Gil, 1984, 506-507]. Só a partir da constatação das diferenças há a necessidade de descobrir a igualdade, de pôr ordem no caos da proliferação da diferença. É nesse sentido que Serres nos diz que entre a selva de diferenças, a geometria deu a ver a igualdade⁴⁶, a igualdade racional, aquela que, por esforço intelectual, aproxima o diverso e promete uma ascendência às matrizes comuns. Mario Livio vai mais longe, vendo na teoria dos grupos e na sua ênfase na simetria, uma autêntica revolução na abordagem da compreensão da realidade, onde a descrição matemática passa a tomar a dianteira sobre a observação e a experimentação: *«uma “linguagem” matemática chamada teoria dos grupos, desenvolvida pelo jovem prodígio Évariste Galois (1811-32) apenas para determinar a resolubilidade de equações algébricas, tornou-se hoje a linguagem usada por físicos, engenheiros, linguistas, e até por antropólogos, para descrever todas as simetrias do mundo. Mais ainda, em certo sentido o conceito de padrões simétricos matemáticos virou todo o processo científico do avesso. Durante séculos, a via para compreender as engrenagens do cosmos era através de um conjunto de factos observacionais e experimentais, a partir dos quais, por tentativa e erro, os cientistas tentavam formular leis gerais da natureza. O plano era começar com observações locais e construir o puzzle peça por peça. Com a descoberta, no século XX, de que padrões matemáticos bem-definidos subjazem a estrutura do mundo subatômico, os físicos contemporâneos começaram a fazer exactamente o contrário. Eles colocaram os princípios de simetria matemática à partida, convictos de que as leis da natureza, e na verdade as pedras-angulares da matéria, devem seguir certos padrões, e deduziram as leis gerais destas exigências.»* [Livio, 2009, 24].

Com esta mudança de perspectiva, a aplicação dos grupos permite que *«uma vez que se conheça o grupo de simetrias de uma substância como o sal, torna-se possível prever todas as possíveis formas do cristal de sal, mesmo as formas que ocorrem “naturalmente” e que não são poliedros regulares»* [Shapiro et al., 2005, 636].

Se Livio vê na teoria dos grupos um exemplo do enigma da adequação da matemática à realidade, é porque a meu ver ela resulta como pedra-de-toque do transcendental: testemunha que o transcendental não é apenas um plano poético de reunião e descendência do diverso a uma almejada unidade fundamental; ela demonstra que essa unidade é possível e pode ser perseguida através de sólidos pilares racionais.

⁴⁶ Isto porque, embora a teoria dos grupos nasça com Galois em álgebra, é em geometria e topologia que ela recebe o seu maior desenvolvimento, em particular com o Programa de Erlangen de Felix Klein.

Capítulo II

*A concepção do transcendental geométrico a partir da origem da geometria
no pensamento de Edmund Husserl: a consciência pura.*

§50. Prossigo o levantamento dos problemas a considerar num pensamento do transcendental geométrico a partir do tema da origem da geometria, com Edmund Husserl. Este pensador pôs todavia a ênfase noutros aspectos, e enquadrou as suas investigações numa corrente de pensamento definida que inaugurou, a fenomenologia. Logo, o desenho do transcendental geométrico a partir das suas contribuições resulta numa problemática muito distinta da de Serres, quase antagónica, sobretudo nas suas implicações metafísicas.

Tal levantamento pode ser conduzido a partir do texto *A Origem da Geometria* (<Der Ursprung der Geometrie als intentional-historisches Problem>), anexo à derradeira obra de Husserl, *A Crise das Ciências e a Fenomenologia Transcendental*. E digo “a partir de” porque, como os mais relevantes comentadores desse texto reiteraram, *A Origem da Geometria*: 1) avança problemas que, tomados num todo, configuram uma reorientação do derradeiro pensamento de Husserl, a ser encetada a partir da noção de linguagem <Sprache> e de registo (ou documentação, <Documentierung>), e de um amplo e dinâmico conceito de história <Geschichte> que o texto engendra, a saber, «que a história não é senão o movimento vital da coexistência e entrelaçamento de formações originais e sedimentações de sentido»^(IX) [OG⁴⁷, ¶41, 371) e no qual além de «reconhecer o carácter essencialmente temporal da consciência e da subjectividade, e enquanto sublinha o seu papel transcendental como produtoras de “ser e sentido”, também reitera a sua necessária corporeidade, historicidade e finitude» [Moran, 2007, 10]; 2) propõe uma reorientação que não foi levada a cabo pelo próprio Husserl e fica, em certo sentido, apenas enunciada (cf. [OG, ¶57, 378]); 3) finalmente, mais do que uma indagação histórico-filológica da origem da geometria – do estilo da procura dos primeiros géometras ou dos primeiros teoremas⁴⁸ – é a análise do caso particular e exemplar da geometria enquanto ciência eidética (fundada em ideias, ou essências) para

⁴⁷ Sigo as traduções de David Carr (inglês) e a de Jacques Derrida (francês) e quebro o texto nos seus parágrafos gramaticais, 60¶¶ no total. Confrontei-as com o texto alemão da edição da Husserliana VI.

⁴⁸ Como se penetrando na subjectividade dos primeiros inventores fosse possível chegar ao desvendamento da origem da geometria: «que estranha obstinação é esta, que procura levar a questão da origem da geometria de volta a um insondável Tales da geometria, alguém que não é sequer conhecido da lenda?»^(X) [OG, ¶38, 369; Husserl, 1976, 378].

a partir daí expor e compreender o problema da crise da ciência europeia que Husserl diagnosticou e investigou na obra a que o texto é anexo. Crise que consiste, *grosso modo*, na estrita propagação lógica das ciências, desvinculada da compreensão, presentificação e reactualização das evidências originárias que têm de ter estado na fundamentação dessas ciências e que lhes terão fornecido o seu sentido originário.

Clarificar e reconstituir esse pensamento (e a reorientação que teria implicado) mereceu esforços minuciosos e iluminadores de, entre outros, Jacques Derrida e Maurice Merleau-Ponty ([Derrida, 1962], [Merleau-Ponty, 1998]). Não retomo aqui essas tarefas: não me parece importante analisar aqui a problemática da crise das ciências, nem cabe neste trabalho uma exposição suficientemente detalhada do pensamento husserliano para chegar à integral exposição e compreensão de todas as teses e hipóteses avançadas no texto da *Origem*⁴⁹. E isto porque, além das aberturas filosóficas que o texto anuncia, trata-se de um escrito onde toda a metafísica husserliana é invocada e se sintetiza. Sob as teses aí avançadas e propostas, de modo condensado e quase sempre elíptico, subjazem referências a praticamente todo o corpus husserliano, em particular às *Meditações Cartesianas*, às *Ideias*, às *Investigações Lógicas*, a *Experiência e Juízo*, à *Lógica Formal e Transcendental* e, evidentemente, à *Crise*⁵⁰.

Mas há duas teses fundamentais aí expostas a tomar em conta. Primeira: qualquer ciência eidética, com conteúdo de verdade, tem de estar fundamentada na presentificação à consciência humana de uma *evidência originária* <ursprüngliche Evidenz> onde está encapsulado um conteúdo de sentido fundamental que se presentifica com a promessa de poder ser tornado uma *evidência apodíctica* <apodiktische Evidenz>, i.e., uma evidência que se apresenta como mostração de uma verdade necessária. A segunda, esse conteúdo de sentido só pode vingar e ser convertido em conhecimento estruturado, verdadeiro e objectivo – científico – se puder ser transmitido, sedimentado, enquadrado numa tradição que o guarda e frutifica, se

⁴⁹ O aparato crítico e o comentário são suficientemente ricos a esse respeito, pelo que quando necessário remeterei quer para a letra husserliana, quer para os seus comentadores.

⁵⁰ Parecerá estranho, no âmbito desta dissertação, que eu suprima as referências a *Coisa e Espaço* <Ding und Raum>. Ora, neste trabalho decidi tomar o pensamento de Husserl para estudar o problema da origem da geometria e sua abertura para o pensamento do transcendental geométrico. *Coisa e Espaço* é decisivo para a percepção espacial e para a constituição da espacialidade por relação aos fenómenos e objectos. Porém, ele não só exige uma análise que quase me forçaria a circunscrever este trabalho ao pensamento husserliano, como tal análise comprometeria esta dissertação com a fenomenologia, corrente filosófica que tomo como *uma* abordagem aos problemas que me proponho analisar, mas não como sua orientação geral. Deixo-o portanto de fora, reconhecendo que nesse gesto abduco de parte importante da filosofia husserliana sobre a percepção e sobre a geometria.

obedecer a regras lógicas, e se puder ser reactivado com o mesmo índice de inteligibilidade que esteve presente em cada uma das suas doações originárias.

Esmiuçar estas duas teses encaminha para a composição de um quadro de condições espirituais e históricas necessárias, as quais configuram a versão husserliana do transcendental geométrico – ao mesmo tempo que preenche as condições do que propus serem as características gerais do transcendental – que o filósofo circunscreve aí à noção de *a priori histórico*⁵¹ <*historischen Apriori*>, delimitação da sua noção de *a priori* <*Apriori*>, e da qual darei uma visão panóptica.

§51. À partida, que afinidades existem entre as abordagens de Serres e de Husserl? Tal como para o primeiro, também para Husserl a possibilidade da origem da geometria se configura no quadro de uma história de formações inteligíveis inaugurais e das condições de possibilidade que as viabilizaram. Portanto, também para Husserl o problema da origem da geometria abre o imperativo de pensar a historicidade da ciência, não como mera acumulação de factos e de encadeamentos lógicos-dedutivos, mas como surgimento de inteligibilidades inéditas que vão tornar possível a actividade cognitiva da consciência pura. O que veiculou a constituição dessa inteligibilidade, a sua fixação, propagação e objectivação é *metodologicamente* análogo na abordagem de ambos os pensadores, embora tematicamente distinto. E tal como para Serres, também para Husserl a origem da geometria deve remontar à capacidade inaugural de apreender e estabilizar padrões e regularidades estruturais, capacidade que veiculou a constituição

⁵¹ Em Husserl, a noção de *transcendental* diz respeito ao campo de actividade auto-delimitado da consciência pura e das essências por ela apreendidas. Porém, uma vez que compreender a consciência pura e a possibilidade da sua actividade epistémica implica compreender a própria possibilidade da sua actividade, *transcendental* é também uma noção metodológica, inseparável da compreensão do projecto fenomenológico. No final da sua vida, Husserl reconhece que o campo transcendental da consciência pura que vai preparar o conhecimento científico é acompanhado por um campo de formações históricas enquanto formações de sentido (caso da geometria), que não procedem do domínio estritamente egológico, mas bebem do domínio da vida prática e da intersubjectividade, e isso a um nível ainda *ingénuo*, pré-científico, sucessivamente afinado ao longo das gerações. E é nesse sentido que a noção de *História* e de *a priori histórico* entram, de modo decisivo, na expansão da ideia husserliana de transcendental. Dermot Moran, num artigo iluminador sobre o transcendental husserliano, apresenta uma formulação do projecto transcendental e da forma como a análise eidética foi, na verdade, apenas o primeiro passo para o desenho desse complexo quadro: «*Husserl concorda com Kant que uma investigação “transcendental” é uma que procura “condições de possibilidade”. No caso de Husserl, tal deve ser compreendido como as condições de possibilidade de todas as formações de sentido (Sinn), de significado (Bedeutung, Meinung) e de como o mundo enquanto tal vem a ser dado como algo de significativo.*» [Malpas, 2003, 50]. O que Husserl desenvolve no texto da *Origem* é o papel das formações históricas (na cultura humana, particularmente na linguagem e sua relação com os processos lógico-judicativos) e seu carácter decisivo na actividade da consciência pura para os actos cognitivos próprios das ciências eidéticas. Sobre o carácter do transcendental procurado pela fenomenologia e a sua promessa de unificação histórica, as §§14-15 da *Crise* são iluminadoras (também [id., §§26-27, 97-100]).

das *idealidades* <Idealitäten>, ou *objectualidades* <Gegenständlichkeiten> <idealen Gegenständlichkeiten>, bem como os juízos com eles conduzidos. Por isso, tal como para Serres, o problema fundamental da geometria subsume na descoberta do invariante estrutural (dos *conceitos-forma*, ou categorias <Formbegriffe> [FA, 89], indispensáveis à concepção de *intuição categorial* <kategoriale Anschauung> desenvolvida na 6ª *Investigação Lógica*, cap. 6), delimitada no âmbito da ontologia formal (puras formas nomológicas) e sua operatividade técnica a partir do *a priori* formal (da lógica formal).

Porém, eis a diferença decisiva: para Husserl, tal como para Aristóteles, as idealidades são objectos nativos do pensamento humano – não existem fora dele, nem antes dele⁵².

Consequentemente, estabelecendo uma diferença metafísica fundamental com Serres, Husserl não vai procurar pedras-de-toque para sustentar a convicção de que tais idealidades procedam da existência de uma inteligência inerente e própria à natureza, *fora de nós*. Para Husserl, o *locus* da idealidade nem é a realidade empírica natural [IL II, §7], nem um céu das ideias platónico [IL I, §31], nem um espírito divino cartesiano: isso, Derrida bem viu, revestiria para Husserl uma «hipóstase metafísica absurda» ([Derrida, 1962, 33, nota I]; também [2ª IL, §7])⁵³. O *locus* da idealidade é a consciência humana, assim como as formações espirituais (que caem sob a designação geral de “cultura”) onde a idealidade se regista e sedimenta, e a partir da qual pode ser transmitida e enriquecida: Husserl chama-lhe o mundo do espírito e da actividade espiritual ([Malpas, 2003, 50], [OG, ¶3-4, 355]). Portanto o Homem é o sujeito a que remonta a génese constitutiva das idealidades e a cultura humana o plano onde ela é preservada e transmitida. As idealidades geométricas (matemáticas, em geral) são uma produção humana: da sua *consciência transcendental* <transzendentes Bewusstsein>, da sua *intencionalidade* <Intentionalität>, do *preenchimento* <Erfüllung> de um *horizonte potencial infinito* <unendliche Potenzial Horizont>, de uma actividade específica da *fantasia* <Phantasie> (ou imaginação) no desvelar de *ideias* <Ideen>.

⁵² Contra, defendendo uma interpretação platónica do pensamento matemático de Husserl, vide Haddock in [Hill, Haddock, 2000, 233-234].

⁵³ Ainda que haja uma forma de platonismo associada ao pensamento husserliano, em particular nas *Investigações Lógicas* (que o comentário crítico muito tem discutido), no esboço à introdução a essa obra o próprio Husserl especifica que o que o interessa são os modos de doação epistemológica e a sua relação com a constituição do conhecimento objectivo. A colagem do pensamento husserliano ao platonismo é, diz o próprio Husserl, resultado de um preconceito segundo o qual aquele que investiga objectos ideais necessariamente faz a hipóstase desses objectos. Ora Husserl especifica o que o separa desse pensamento: «o meu pretendo “Platonismo” não consiste num tipo de sub-estruturas metafísicas ou epistemológicas, hipóstases ou teorias; antes na simples referência a um tipo de “doações” originárias, as quais normalmente são, contudo, falsamente explicadas»^(XI) [Husserl, 1975, 25].

<Eidos>, ou *essências* <Wesen>, <Essenzen>, a partir do contacto com o mundo <Welt>, e da abstracção a partir dele em sucessivos graus.

Portanto, se em Serres se procurava o solo transcendental do conhecimento no universo e no seu logos autónomo, o que tornava redundante e até nefasta qualquer subjectividade, com Husserl procura-se sim um transcendental – quer na figura da consciência, quer nas já referidas pré-condições, formações e veículos que no seu conjunto constituem o tal *a priori* –, mas exclusivamente dentro da esfera humana, sem nenhuma pretensão de reificá-lo numa realidade ontológica intrínseca à natureza. O transcendental husserliano devolve o sujeito, nas figuras da sua consciência e cultura, ao centro da problemática epistemológica e ontológica da geometria. Todavia, com Husserl não nos vemos diante de uma teoria subjectivista ou psicologista das formações ideais da matemática. Nesse caso, nunca poderíamos falar de um transcendental nos termos já definidos. A partir dos actos subjectivos da consciência alcançam-se objectualidades *intersubjectivas*, consequentemente *objectivas* e universais.

§52. O transcendental husserliano surge no projecto fenomenológico enquanto projecto de *clarificação* do conhecimento: da sua obtenção, suas fontes e seus graus de evidência. A noção de transcendental resulta justamente desse processo de clarificação. O esforço filosófico husserliano compromete-se com a tarefa de encontrar os mais seguros fundamentos do conhecimento, do científico em particular, e com o desvendar dos conteúdos de sentido que têm de subjazer cada uma das suas formações, fixações e formalizações. Adoptando terminologia cartesiana, Husserl concebeu o seu projecto filosófico como tarefa de devolução de *claridade e distinção* <Klarheit und Deutlichkeit> às intuições que fundamentam as nossas cognições e os diversos regimes de evidência em que são doadas. A noção de *evidência* é central no seu pensamento, e respeita aos níveis de crença na existência dos objectos ou estados. Simplificando, a evidência é uma presentificação *em si própria* («em pessoa», <es selbst>), i.e., na sua *auto-doação* <Gegebenheit> original, correlato de uma intencionalidade da consciência, e produto da reflexão sobre o modo de doação da intuição (p. ex., [LFT, §46]). Há diversos modos de evidência na intuição, que se distinguem sobretudo pelos níveis de claridade e adequação na sua doação. O conhecimento científico destaca-se, nesse quadro, como aquele que coloca no horizonte da sua actividade clarificadora o ideal de

obtenção de uma evidência *apodíctica*, i.e., uma evidência que presentifica a absoluta necessidade e a certeza do objecto ou estado intencionalmente intuído.

Para Husserl, o conhecimento começa no *mundo*, horizonte aberto e todavia uno dos objectos percebidos por mim e pelos outros, o qual é dotado de um carácter *actual* (aquilo que me é presentificado nos modos *aqui* e *agora*) e de um carácter *potencial*, o qual respeita ao horizonte de possibilidades que transcendem o carácter actual do mundo conforme me é doado. Sei que este mundo teve um passado, que terá um futuro, que hoje está sol mas podia estar a chover, que há uma extensão espacial infinita que ultrapassa os limites da minha percepção local. Este conhecimento ingénuo do mundo, ainda que dado como uma evidência na percepção (é evidente para mim que hoje está sol), dificilmente goza de uma evidência apodíctica, ou seja, dificilmente posso confirmar que o conhecimento que tenho do mundo corresponde a uma necessidade (está sol, mas podia estar a chover) e que não está eivado de erros, p. ex., resultantes de perturbações perceptivas (posso descobrir que o dia ensolarado é na verdade uma tela com essa imagem fixada à janela). Portanto, se é verdade que não posso ter uma evidência apodíctica da experiência do mundo, tenho, não obstante evidências da sua existência e dos seus objectos, em graus aproximativos que são refinados conforme a minha relação reflexiva com o mundo é afinada. Ou seja, evidência e experiência são correlatos. Esta posição em relação ao mundo e ao conhecimento corresponde, em termos largos, ao que Husserl chama a «*atitude natural*» <*natürlicher Einstellung*> (p. ex., [Ideias I, §27]; [AIF, 1ª Lição]).

§53. O caso é diferente quando nos voltamos para a consciência. Suspendendo a relação com o mundo e a crença nele, se ela for «*posta entre parênteses*» <*einklammern*>, Husserl constata que os objectos da experiência e do mundo aparecem representados na consciência como fenómenos, tomados individualmente, e como doações absolutas. Mais importante: suspensa a relação com o mundo, a consciência vê-se diante de si própria e da sua actividade cognitiva, constatação que vem revestida quer de uma evidência apodíctica – é evidente que estou a pensar, ou a recordar, ou a julgar –, quer da impossibilidade de remontar atrás da consciência e da vida consciente. A evidência da consciência como derradeiro solo da actividade intuitiva e cognitiva, dada através da suspensão metodológica da crença e relação com o mundo é um dos elementos definidores e fundadores do solo transcendental husserliano.

Mas chegando ao «*eu puro*» e focando-se na sua actividade reflexiva, Husserl compreende que não só essa actividade é *intencional*, i.e., que se dirige a qualquer coisa (um correlato do acto cognitivo), como descobre que tal intencionalidade tem de ter como contrapartida um conteúdo de sentido, ou pelo menos a pretensão de um conteúdo de sentido, bem como a possibilidade do seu preenchimento⁵⁴. Estas são, para Husserl, evidências fundamentais, e determinam o grau zero a partir do qual se deve iniciar qualquer análise e crítica epistemológica.

Aparece assim a *intencionalidade* como marca fundamental da consciência (sempre que realize um acto cognitivo ele é sobre qualquer coisa), e o *sentido* <*Sinn*> como resultado do esforço de apreensão evidente de cada objecto doado à consciência. O sentido é então índice da capacidade de fazer remontar cada objecto dado à consciência ao substrato que o origina ou constitui, e é nessa medida que a noção de sentido é fundamental aos actos epistemológicos: um objecto tem sentido quando conseguimos tornar explícita a sua constituição e a raiz da sua evidência. E isso ainda que o sentido possa também surgir em diferentes graus de claridade, justamente na relação com os graus de evidência que temos do objecto. Mas no essencial, o sentido é uma função da evidência. Tem sentido o que é evidente.

§54. Após estas considerações gerais, se me circunscrever agora ao texto da *Origem*, o pensamento genético sobre a) de um lado a consciência e b) do outro, o *a priori histórico*, enquanto condições fundamentais do surgimento da geometria e seu transcendental, desenvolve-se em torno das principais ideias: 1) a de uma *intuição originária* (na §3 das *Ideias I* Husserl chama-lhe «*intuição essencial originariamente dada*» <*originärgebende Wesenserschauung*>). A geometria que conhecemos e praticamos hoje é uma geometria que recebemos *já pronta* <*fertige*> e que se transmite dentro de uma *tradição* <*Tradition*>: foi-nos ensinada, por sua vez foi ensinada aos nossos professores e assim retroactivamente. Porém, assim recuando, devemos chegar ao momento em que a geometria nem estava pronta, nem podia ser ensinada, e todavia, surgiu. Houve então um momento histórico em que os nossos antepassados, sem nenhum conhecimento de geometria, tiveram todavia a intuição de um conteúdo de *sentido*, uma «*primeira aquisição*» (<*einem ersten Erwerben*>) que terá fundamentado e

⁵⁴ Se penso num dia de sol, é porque é possível haver um dia de sol; se penso num dia de sol azul, embora não seja possível haver fisicamente um dia com um sol azul, é possível que pelo menos eu imagine um sol azul. Ou seja, este pensamento pode ter um preenchimento mental, *irreal*, como Husserl lhe chamará.

originado o campo de inteligibilidade próprio desta ciência. Uma intuição «*auto-evidente*» (<*selbstevident*>) e «*primeiramente estabelecadora*» (<*urstiftende*>) [OG, ¶¶3-4, 354]. Consequentemente, a origem da geometria deve fundar-se na doação ao espírito de um conteúdo de sentido extraído do contacto experiencial e prático, pré-científico, com a realidade empírica e que porém o transcende e se expande *qua* aquisição espiritual, ganhando existência na consciência (sob a forma de *idealidade* ou *objectualidade*) e na cultura humanas (sob a forma de *registo*). É problema definir o que seja este conteúdo de sentido, e veremos na secção final deste capítulo como Husserl o anuncia a partir da sua ideia de *ontologia formal* <*formale Ontologie*>; 2) a possibilidade do estabelecimento de um *projecto* <*Vorhabe*>. A geometria é um projecto vivo, i.e., a partir daquela primeira evidência fundamentadora, ela tem sido enriquecida e desenvolvida e continuará a sê-lo. Mas nem este projecto vivo, nem o seu horizonte de desenvolvimento contínuo a partir das contribuições de muitos Homens (geómetras e matemáticos, de gerações e geografias distintas) pôde estar presente, enquanto projecto, na intuição originária que a fundou. Aí não pode ter havido a percepção de um corpo científico total, passível de desenvolvimento (tal como não consigo antecipar na visão de um óvulo fecundado o Homem adulto se não tiver anteriormente visto um Homem adulto e assistido ao seu desenvolvimento). Assim, «*o significado total da geometria (como uma ciência desenvolvida, tal como no caso de todas as ciências) não pôde ter estado presente como projecto, e depois como um desenvolvimento móvel, no seu início*»^(XII) [OG, ¶¶4-5, 355-356, sa]. Isto deverá querer dizer que ao conteúdo de sentido evidente de cada evidência originária subjaz uma *lógica intrínseca* e um *horizonte constitutivo*. Só graças a eles será possível que um conteúdo de sentido se desdobre e multiplique noutros, em regime de evidência; 3) a *objectividade* <*Objectivität*> e *universalidade* <*Allgemeinheit*>. Embora a geometria se engendre a partir de intuições subjectivas, no espaço mental deste e daquele matemático, ela não tem existência subjectiva mental, puramente psicológica⁵⁵. Aquilo que Pitágoras pensou no seu teorema não ficou circunscrito ao seu pensamento e não morreu com ele: é transmissível e objectivamente verdadeiro para todos os Homens. Ou seja, a geometria tem uma existência «*que está objectivamente lá para “todos”*», «*uma existência peculiarmente supratemporal, [...] acessível a todos os homens, [...] de todos os povos, de todas as eras*». Mais ainda: «*todas as formas recém-produzidas por*

⁵⁵ Acerca do termo “psicológico” em geral, é bem conhecida a batalha husserliana contra o psicologismo e a concepção da fenomenologia como psicologia. Husserl explicitou-a, p. ex., na introdução às *Investigações Lógicas* (p. ex., [Husserl, 1975. §11, 51 e ss.]).

*alguém a partir de formas já dadas participam imediatamente d[essa] mesma objectividade»^(XIII) [OG, ¶6, 356-358]. A ideia da objectividade e da universalidade da geometria é, creio eu, a menos espinhosa do texto, quer porque é a que melhor nele fica desenvolvida, quer porque corresponde a temas longamente meditados por Husserl no seu corpus filosófico. Para abordá-la, Husserl divide-a em três sub-problemas: o da *constituição* <Konstitution> das idealidades ou objectualidades; a *fixação* (o termo mais usado é *sedimentação* <Sedimentierung>) e *transmissão* <Tradierung> das idealidades em e através de planos *comunitários* <Vergemeinschaftung> (tradição e linguagem); a *lógica intrínseca* à idealidade, aquilo que lhe garante a sua auto-evidência, possibilidade de reactivação <Reaktivierung> e propagação <Fortpflanzung>.*

§55. A constituição das idealidades geométricas emerge, para Husserl, do contacto entre dois principais elementos: de um lado, o *mundo*, horizonte persistente de formas e figuras, estruturalmente estável e o mesmo para todos ao longo dos tempos, horizonte existencial dos homens, realidade que habitam e onde se desenvolvem. Na medida em que é quer uma constante transgeracional («o mundo que envolve os homens é o mesmo hoje e sempre»^(XIV) [OG, ¶60, 378]), quer o catalisador do conhecimento e da experiência humana, é sobreponível à noção de *Terra*⁵⁶. De outro lado está a consciência humana, particularmente através da *fantasia* (ou *imaginação*) e da *intuição categorial*. O Homem, habitante do *mundo*, desde sempre imerso nele, é capaz de desvelar estruturas invariantes na multiplicidade das apresentações formais e figurais do mundo: «[temos] a capacidade de uma completa liberdade para transformar, no pensamento e na fantasia, a nossa existência histórica humana e o que nela é exposto como o seu mundo da vida. E precisamente nesta actividade de livre variação, e ao percorrer as concebíveis possibilidades do mundo da vida, aí surge, com apodíctica auto-evidência, um conjunto de elementos essencialmente gerais persistentes sob todas as variações; [...] esta liberdade, e o direccionamento do nosso olhar para o que é apodicticamente invariante, resulta neste último, uma e outra vez – com a auto-evidência de ser capaz de repetir a estrutura invariante à vontade –, como o que é idêntico, o que pode ser tornado auto-evidente originalmente em qualquer momento, que pode ser fixado numa

⁵⁶ Husserl desenvolve esta noção de Terra <die Erde> no texto *A Terra não se move* [Farber et al., 1940], peça-chave para uma teoria da “relatividade fenomenológica”, i.e., para a análise dos elementos envolvidos na experiência humana do espaço terrestre e do espaço cósmico, bem como do seu impacto na formação das ciências naturais. A Terra é o solo da experiência humana e da sua «atitude natural», implicando-se primeiro na representação *ingénua* do mundo, depois na sua representação *científica*.

linguagem unívoca como a essência constantemente implicada no horizonte vital e fluente»^(xv) [OG, ¶47, 374-5, sa]. *Livre variação na fantasia → auto-evidência → estrutura invariante*. Neste breve trecho está implícita a teoria husserliana da variação eidética <eidetische Variation>, realizada pela imaginação e engendradora de regularidades que culminam na detecção de estruturas invariantes. Vejamos.

Para Husserl as idealidades da geometria terão emergido do contacto empírico e prático dos Homens com o mundo e com a sucessiva verificação de que a variedade figural e formal do mundo é simplificável e condutível a constantes ou regularidades. Ela nasce na intuição sensível do mundo, aquela à qual pode corresponder um objecto ou estado.

Ora, na relação ingénua com o mundo⁵⁷ e nos desafios práticos que essa relação lançou aos nossos antepassados que ainda não conheciam geometria, estas constantes fundamentais «*devem ter servido de material para as suas idealizações*»^(xvi) [OG, ¶48, 375]. Na região⁵⁸ com que a geometria se ocupa, a que respeita ao carácter espacial dos fenómenos, foi possível perceber que o mundo é um mundo de coisas, que estas coisas têm carácter corpóreo, que assumem formas espaço-temporais e qualidades materiais e, sobretudo, que para aspectos e necessidades práticas estas formas e qualidades podem ser reduzidas a particularizações e a características salientes [OG, ¶49, 375]. Dos objectos e suas figuras podem isolar-se as suas superfícies, arestas ou linhas, ângulos e pontos. Entre as linhas podem seleccionar-se as rectas, e entre as superfícies as regulares, pois essas ter-se-ão revelado mais simples para, p. ex., actos de mensuração. E por aí fora [OG, ¶50, 376]. Ou seja, o mundo dá-se em *species* múltiplas e variadas, mas elas encaminham para *genus*, saliências maximamente gerais. É a detecção destas últimas que vai produzir na consciência a presentificação de um conteúdo de sentido estável e evidente, o qual constitui a matéria da idealidade.

Mas, na medida em que, p. ex., a linha recta não terá nunca existido na realidade empírica, torna-se necessário compreender como é que ela pôde surgir enquanto puro produto espiritual, idealidade. Consequentemente, como pôde ganhar autonomia em relação à realidade empírica que a sugeriu ao espírito.

⁵⁷ A relação ingénua assenta na intuição *ingénua* e distingue-se da *científica*, mas prepara-a (p. ex., [Husserl, 1989c, 11-12]).

⁵⁸ E sobre as fixações conceptuais e unívocas elementares da geometria na relação com a sua *região* <Region> (ou *província* <Gebiet>), as §§72 e 74 das *Ideias I* são decisivas.

§56. Recuando a *Filosofia da Aritmética*, a questão é tematizada através da relação entre *abstracção* e *idealidade* a partir do conceito de *número*: o número, ou na forma mais geral, o conceito de multiplicidade, é a união sintética de um diverso cujas particularidades são irrelevantes para o aspecto que se quer seleccionar e para a *abstracção* que dele se produz na consciência. I.e., o número é a apreensão nominal de *um qualquer diverso* que produz a idealidade em causa, formação que depende da representação *autêntica* de um aspecto *essencial* que viabiliza uma reunião da multiplicidade em questão [FA, 16]. Esse aspecto é a *essência* do número, a sua *species* universal: a *co-presença* simultânea desses objectos na consciência, quaisquer que eles sejam, que não é um acto fortuito ou aleatório, mas «*um acto especial da consciência*» <*ein besonderer Bewusstseinsakt*> (veremos, uma *intuição categorial*), que reúne o semelhante numa unidade segundo um interesse cognitivo [FA, 23, 24]: o de encontrar uma regra que lhe permita constituir um conjunto de objectos, segundo a quantidade, quaisquer que sejam os objectos considerados. «*Qualquer objecto imaginável, quer físico quer psíquico, abstracto ou concreto, quer dado pela sensibilidade ou pela fantasia, pode ser reunido com quaisquer outros, arbitrariamente, para formar uma totalidade, e conformemente, ser também contado. [...] A natureza dos conteúdos particulares não faz portanto qualquer diferença. [...] Portanto o número é um “universal”*» [<universalissimum>]⁵⁹ (XVII) ([FA, 17-18], também [id., 315]).

Logo aqui releva uma função *variativa* da consciência, fundamental para as suas sínteses constitutivas, na medida em que através dela se desvelam possibilidades de aproximação de aspectos distintos da realidade segundo a sua subsumpção numa mesma presentificação (o número). E o universal (Dallas Willard traduz <*universalissimum*> por <*transcendental*>) surge-lhe associado como domínio inerente à função abstractiva, mais especificamente à idealidade como sinónimo da apreensão do plano *essencial* em que essa ideia pode ser estabelecida como regra e princípio unificador, legitimando apreensões *nominais* da consciência, i.e., independentemente da realidade ou natureza dos objectos que são considerados e reunidos.

§57. Antes de clarificar e de precisar isto, noto que estamos diante do tema husserliano da *presentificação* <*Darstellung*>. Presentificar, *tornar presente*, concerne

⁵⁹ Adiante se compreenderá que, ainda que tratando-se de um texto da juventude, esta concepção de número é em geral válida porque ela pertence à esfera da actividade cognitiva pura da consciência, é um conceito-forma da ontologia formal, i.e., não tem qualquer correlato objectual directo no mundo físico.

os regimes de *visibilidade*, do qual a *visão* ou o *ver* são metáforas de *exibição*, do *ter diante de si* (p. ex., [MC, §10] e a [§44 das IL II]). «Intuição» <*Anschauung*> é um dos termos que em Husserl procura apreender o campo das metáforas da visibilidade, configuradas no largo espectro de modalidades de apreensão de ideias, sendo a «evidência apodíctica» o emblema máximo da intuição presentificadora, aquela que se dá com a certeza absoluta da existência do objecto (p. ex., [MC, §6]).

Nas *Ideias*, Husserl pensa a origem da idealidade na relação com um modo particular de presentificação dos objectos, a partir da distinção entre dois tipos de *experiências presentificadoras*: 1) a intuição das *matérias de facto* <*Tatsachen*>, à qual corresponde o tipo de intuição imediata, *sensível*, dos fenómenos físicos no mundo (aquilo a que Husserl chama *experiência* <*Erlebnis*>, que se desenrola na espácio-temporalidade) e 2) a intuição das *essências*, forma de intuição *categorial* que presentifica *species*, aquelas regularidades estruturais subjacentes às matérias de facto, ou nas quais diferentes matérias de facto podem subsumir. Tal intuição oferece a visão de aspectos que não são instanciados em nenhuma matéria de facto particular; ou melhor, as matérias-de-facto só podem *exemplificar* esses aspectos. E isso situa esses aspectos presentificados num regime de irrealidade ou *abstracção*, fora do espaço e do tempo⁶⁰.

«Realidade» e «irrealidade» são termos que em nada prejudicam a dignidade ontológica dos aspectos em causa, só especificam o modo da sua doação: tanto as *matérias de facto* como as *essências* são existentes, porém gozam de existências distintas. As matérias de facto correspondem ao campo dos objectos *reais* (<*realen*>), as essências ao campo dos objectos *irreais* (<*reellen*>; p. ex., [Ideias I, xx e §19]).

Tal distinção desenha-se sobre o regime de uma existência *factualmente dada*: os objectos reais são aqueles cuja existência se pode apreender através dos *órgãos da percepção*, são dados na experiência do mundo e da vida prática; os objectos irreais, as essências e *species* (a que pertencem conceitos como *número*, *conjunto*, *variedade*), são objectos cuja intuição procede de um descolamento face à experiência, sendo a sua realidade não factual, mas *mental*. São apreendidos pela *consciência pura*. A distinção entronca, em termos largos, na distinção husserliana entre noese <*noesis*> e noema <*noema*>: a noese respeita ao carácter real, físico dos objectos, ao seu aspecto material (hilético, de <*hylé*>), o noema respeita ao aspecto irreal, pensado da noese. O noema é o

⁶⁰ Uma aprofundada incursão por este aspecto implicaria abordar o tema da temporalidade da consciência, e da diferença entre o tempo físico e o tempo interno. Remeto para [EJ, §§42, 64 e 65].

correlato noético alcançado pela consciência, correlato que se funda na apreensão de um sentido imanente à noese.

Embora haja essências que só se manifestam através das matérias de facto, há essências autónomas das matérias de facto. Essas são apreendidas pela consciência enquanto puras estruturas noemáticas de sentido. É esse o caso dos objectos matemáticos e, de resto, de todos os tipos essenciais com que a experiência científica se ocupa (p. ex., [EJ, §83]). Husserl estabelece essa distinção e faz a sua clarificação, p. ex., na 3ª IL §§7a e 8, a partir da diferença entre *ideias independentes e não-independentes* <*selbständige und unselbständige Ideen*>: as ideias independentes têm autonomia ontológica no plano mental (são objectos «*originariamente apreendidos*» na sua «*identidade “pessoal”*» (<*den Gegenstand “originär”, in seiner “leibhaftiger” Selbstheit zu erfassen*>), clarifica Husserl na §3 das Ideias I), as ideias não-independentes são *fenomenalmente empáticas*, i.e., a sua apresentação mental atém-se à apresentação do fenómeno que a exhibe («*uma figura ou uma cor não pode ser apreendida independentemente do todo do objecto*»^(XVIII) que a possui, 3ª IL, §8). A sua concepção madura aparece, creio, na Parte II, 2ª Secção de *Experiência e Juízo*, mas não vou deter-me nos seus muitos detalhes.

Importa reter que esta apreensão da essência *qua* ideia independente (ou noema) é congénere da apreensão e formação de um conteúdo de sentido, presentificado numa evidência legitimadora. Ora, o aspecto interessante da evidência fundadora é que, enquanto formação de inteligibilidade, ela comporta em si a possibilidade de formar outras inteligibilidades, mesmo que o campo total da inteligibilidade não esteja dado à partida na evidência originária, nem seja antecipável através dela. Tal acontece, p. ex., na apresentação das essências através de objectos físicos particulares: «*é essencialmente impossível mesmo para a figura espacial da coisa física ser presentificada senão em meras adombrações parciais e isso [...] esboça em nós infinidades na experiência*»^(XIX) [Ideias I, §3]⁶¹.

Ora, esta doação parcial, em adombrações, é compensada pela imaginação, que ultrapassa a contingência de que as matérias de facto *tanto podiam ser assim como de outro modo* [Ideias I, §§2,3 e 6]. A imaginação efectua a livre variação de adombrações, ou a sobreposição de adombrações parciais e, graças a esse efeito dinâmico, presentifica à consciência uma mesma identidade daquilo que é variado nos *genera* (p. ex. [Ideias I,

⁶¹ Sobre a noção de adumbração por relação com a imaginação, vide [4ª IL, cap. II, §14].

§§40, 41]). Por aí se alcança o conteúdo noemático da essência, e a sua objectivação num objecto irreal, propriedade da consciência e sua única morada.

§58. As idealidades, ou objectualidades, são portanto abstracções que a consciência pura forja quando consegue presentificar uma ideia geral na qual um diverso pode subsumir, atendendo à sua unidade *temática* <thematisch>. A presentificação da essência legitima a abstracção e funda a idealidade, enquanto puro conteúdo formal, ao validar ontologicamente a possibilidade de apreender e estabilizar regularidades. Porquê? Porque reveste a apreensão de uma *species*, de uma generalidade que, apesar de irreal, se presentifica como uma possibilidade e com um conteúdo de sentido próprio e auto-evidente. É para isso que a matemática se dirige, para a apreensão de objectualidades que são *formas* (ideia desenvolvida na *Lógica Formal e Transcendental*, onde Husserl investiga as condições de produção da forma matemática, em particular no campo da *ontologia formal*, p. ex., nas §§23-25).

Na medida em que só se reporta a idealidades, e na medida em que as idealidades radicam na apreensão de essências, a geometria é uma ciência eidética. As ciências eidéticas, tendo como elementos fundadores essências, participam dos atributos que, pelas evidências que lhes são intrínsecas, as caracterizam: *independência, irrealidade e necessidade*. A sua prática ocupa-se apenas com estes elementos e joga-se no puro plano mental, da consciência pura: nenhuma matéria de facto os pode apresentar na sua integridade e totalidade, só pode exemplificá-los indirectamente. Eles são alcançados na presentificação de um noema que transcende as matérias de facto quando a imaginação apreende as *species* por detrás dos particulares em que se dão à intuição empírica.

Nas ciências eidéticas, ou essenciais, toda a experiência tem apenas a função de dar exemplos à imaginação, ajudando-a a alçar-se à essência universal a que cada presentificação particular pode remontar. Recorro a Platão, na *República*: «[os geómetras] *servem[-se] de figuras visíveis e estabelecem acerca delas os seus raciocínios, sem contudo pensarem nelas, mas naquilo com que se parecem; fazem os seus raciocínios por causa do quadrado em si ou da diagonal em si, mas não daquela cuja imagem traçaram, e do mesmo modo quanto às restantes figuras. Aquilo que eles modelam ou desenharam, de que existem as sombras e os reflexos na água, servem-se disso como se fossem imagens, procurando ver o que não pode avistar-se, senão pelo pensamento*» [RP, 510d-511a, 312 sm]. É justamente a questão da *doação* noemática da

essência na matéria de facto, i.e., a intuição intencional na consciência pura de um sentido, extraído da noese e convertido numa entidade estritamente noemática pela consciência, aquilo que coloca a geometria no campo das ciências eidéticas: «*o geómetra que desenha as suas figuras no quadro produz desse modo linhas factualmente existentes no quadro factualmente existente. Mas a sua experiência do resultado, enquanto experiência, em nada funda a sua visão geométrica de essências e o seu pensamento eidético, e o mesmo para a sua produção física. É por isso que pouco importa se a sua experiência é alucinação ou se, em vez de efectivamente desenhar as suas linhas e construções, ele as imagina num mundo de fantasia*»^(xx) [Ideias I, §7, sm].

§59. Consequentemente, as essências geométricas alcançam-se por esse acto especial da consciência, o qual, a partir da constatação de regularidades nas matérias de facto, repõe, *alucinando*, a integridade *potencial* da matéria de facto num objecto ideal⁶². Fantasiando uma figura delimitada por três linhas rectas, capto a essência de uma forma, e capto as suas possibilidades de presentificação sem alterar a sua essência fundamental, a saber, a triangularidade. Mas posso imaginar que as medidas das linhas que a delimitam variam, logo variarão os seus ângulos, e por extensão a apresentação formal da figura. E isso sem que, todavia, viole a essência própria ao triângulo que tenho no pensamento. Pela imaginação apreende-se, na essência, *o conjunto de possibilidades potenciais que o objecto contém*. E apreendendo a essência, apreende-se o potencial expressivo do objecto. Ao variar o potencial expressivo de certa idealidade vou captando o conjunto de possibilidades noemáticas que na idealidade podem ser engravadas. E como tal, as próprias operações que realizo sobre a essência são funções da *fantasia*: «[...] *o geómetra opera sobre a figura ou o modelo incomparavelmente mais na fantasia do que na percepção* [...]. *Percorrendo continuamente figurações modificadas possíveis, portanto, gerando um imenso número de novas formações* [há] *uma imensa liberdade que para ele se abre* [...] *um acesso às expansões de possibilidade essenciais com os seus infinitos horizontes de cognições eidéticas*. Por isso os esboços vêm normalmente depois das construções na fantasia e do pensamento eideticamente puro feito sobre estas últimas, e elas servem sobretudo para fixar certos momentos no processo previamente desempenhado, tornando-o assim mais fácil de

⁶² De resto, o acesso imaginativo, dado na alucinação, é justamente o índice da independência dos objectos das ciências eidéticas face ao sensível. Derrida sublinhou-o: «*Husserl mede a intangibilidade eidética pela alucinação*» [Derrida, 1989, 45, nota 37, sa].

presentificar. Mesmo quando se “pondera” enquanto se olha a figura, os processos de pensamento que se desenrolam são processos da fantasia»^(XXI) [Ideias I, §70].

§60. Através da imaginação, a doação parcial, meramente exemplar, do conteúdo noético das matérias de facto é colmata pela acção *compensadora* desta faculdade. Variando cada objecto dado na experiência, a imaginação produz modificações, variações livres *<freie Variationen>* dos objectos intuídos, num método *«como se»* (*<als ob>*, vide [EJ, §7])⁶³.

O exercício imaginativo está, por um lado, atido à presença na consciência da *identidade eidética* do objecto intuído (*«a coisa real [...] conhecida na percepção temática [...] como um estar-lá dela-própria, apresentada nas suas características particulares, os seus elementos quiditivos»^(XXII)* [EJ, §8], por outro, à experiência do próprio mundo, que se dá à consciência com um horizonte aberto de possibilidades que permitem *induzir* variações sobre o que pertence *essencialmente* a cada experiência, variações que representam possibilidades virtuais [ibid.]. Assim, nessa livre variação dos objectos dados à consciência (que tem como modelo a variedade natural dos objectos no mundo, das suas múltiplas formas e apresentações) surge uma forma *invariante estruturalmente sólida e coesa* do *entre* que se gera no exercício das variações, a essência. Porque a experiência do mundo dá-se sempre com um horizonte de possíveis, *«todo o acto da experiência [...] tem eo ipso, necessariamente um conhecimento e um potencial conhecimento tendo referência precisamente a esta coisa, a saber, algo que ainda não foi dado à “visão”. Este pré-conhecimento é indeterminado quanto ao conteúdo, ou não completamente determinado, mas nunca é completamente vazio; se ele não fosse já manifesto, a experiência não seria de toda experiência desta coisa, deste particular»^(XXIII)* [ibid.]

A imaginação aparece assim como capacidade de antecipar possíveis, de os presentificar e tornar visíveis à consciência. E, nessa mesma medida, o jogo variativo da imaginação coloca a consciência diante de possibilidades, irrealmente presentificadas diante de si própria, através do potencial antecipatório da imaginação efectuado sobre um conteúdo

⁶³ Sobre o carácter heurístico do pensamento ficcional introduzido no *«als ob»* penso que a obra de Hans Vaihinger [Vaihinger, 1935], contemporâneo de Husserl, é decisiva. Com a sua teoria das ficções analógicas, e em particular pela análise das distinções e contaminações entre ficção e hipótese, Vaihinger faz luz sobre o uso filosófico (em particular kantiano) da ficção, reconhecendo o juízo ficcional como um tipo particular de juízo com importantes consequências epistemológicas, um tipo de juízo onde a imaginação oferece um plano de liberdade onde se perspectiva a total possibilidade de consequências (mesmo impossíveis), algo que as hipóteses, os juízos dedutivos e os indutivos não podem oferecer.

de sentido apreendido. Esta ideia, que funda em Husserl a concepção de uma imaginação transcendental, i.e., a actividade de antecipar possíveis *a priori* (ou seja, apenas sobre o noema e sem que os elementos dessa ficção sejam dados na totalidade quer na experiência empírica do objecto quer na própria presentificação noemática da objectualidade na consciência), funda também a possibilidade de constituir um campo de objectos estritamente mentais e porém verdadeiros, conquanto do resultado dessas antecipações surjam objectos dados em regime de *evidência*.

A imaginação, como capacidade de variação que deixa entrever estruturas *essenciais*, é um modo de ver *indutivo*, vinculado à experiência do mundo, o qual torna viável alçar-se à presentificação de um objecto persistente, a idealidade, o qual suporta a variação mantendo-se um mesmo. Reversamente, ele torna-se farol da intuição de um diverso, colocando no seu horizonte a possibilidade de um *genus* (ou um *tipo*), uma família à qual ascende: «esta “indução” original, ou antecipação, revela-se um modo variante de actividades cognitivas originalmente constitutivas, de uma actividade e de uma intenção original, portanto de um modo de “intencionalidade” que antecipativamente almeja o que está para além de um núcleo de doação»^(XXIV) [ibid.]

Tal forma *intencional* de ultrapassar o carácter contingente do conteúdo noético do mundo presentifica os seus possíveis noemas e anuncia «uma transcendência de sentido que se agarra a toda a apercepção particular, a todo o complexo de apercepções particulares»^(XXV) ([ibid., sa]; e Husserl fala aqui de apercepção <Apperzeption> porque estamos no domínio da consciência pura). I.e., revela-se ao sujeito a possibilidade da unidade do múltiplo em idealidades nas quais um diverso pode subsumir⁶⁴.

§61. A constituição da idealidade matemática é ulteriormente clarificada, quer na 2ª secção da 6ª *Investigação Lógica*, quer em *Experiência e Juízo*. Aí, esta actividade da imaginação é acompanhada por outra operação cognitiva que assiste a consolidação do produto espiritual como idealidade: Husserl introduz a noção de *intuição categorial*.

Evocando o pensamento kantiano, a ideia de intuição categorial é bizarra, pois para Kant não existe intuição de categorias ou de conceitos. As categorias e os conceitos são o que propriamente prepara e estrutura a intuição. Mas parece que na 6ª *Investigação*

⁶⁴ Na impossibilidade de desenvolver aqui o problema da imaginação na constituição das idealidades remeto para [EJ, §§86-93] e para, p. ex., o artigo de [Onate, 2010] que desenvolve o papel desta faculdade a partir da §70 das *Ideias I*, e para os artigos de [Jansen, 2005; 2010] para a especificação da sua fiabilidade a partir da relação noese-noema. Vide também [Dufourcq, 2010] e [Elliot, 2004].

Lógica Husserl se apercebe que a função variativa da imaginação não dá conta da constituição da idealidade e que a idealidade é talvez algo de muito mais espontâneo e intrínseco à consciência do que aparenta. Para isso, foca-se no preenchimento da intenção cognitiva: quando vejo algo, a minha intenção cognitiva está preenchida pelo próprio facto de que aquilo que vejo me é doado na sua presença física. No entanto, há intencionalidades cognitivas que não têm preenchimento, estão “vazias”, i.e., são puramente pensadas. Posso pensar num dia de sol, embora lá fora chova. De modo análogo, quando digo “*sobre a secretária estão cinco livros*”, embora haja livros dados à minha intuição sensível, nada há dado na intuição sensível que corresponda ao número “*cinco*” ou ao conceito “*sobre*”.

Tais objectividades não-sensíveis, como o número “cinco” ou o advérbio de modo “sobre” são o que Husserl chama intuições categoriais. Estas intuições, embora radiquem sobre intuições sensíveis (este livro, este livro, este livro,...), são actos fundamentalmente distintos delas e configuram um tipo de intuição distinto e, em si próprio, legítimo e autêntico, a *intuição categorial*. Ela é particularmente relevante por duas razões: a primeira, porque corresponde ao engendramento, na consciência, de conceitos puramente formais (sem instanciação sensível), os quais ligam e unificam os elementos da intuição sensível. Quando digo que “sobre a secretária estão cinco livros” estou a estabelecer uma relação, num categorial formal de conjunto ou número, entre cinco intuições sensíveis dispersas e relaciono esse conjunto com a sua posição por relação à secretária. E isso, sem que tenha qualquer intuição sensível de “cinco” ou “sobre”. A segunda razão é que esta intuição categorial dispensa um acto perceptivo. Se me dizem que “A incide sobre B”, não tenho nenhuma intuição sensível do que seja A ou B, mas através da categoria formal que põe ambas as incógnitas em relação, eu conheço todavia algo sobre elas, a saber, que estão numa relação de incidência. Portanto, a intuição categorial faz relevar um conteúdo de sentido válido, puramente formal (ou abstracto) mesmo que nenhuma intuição sensível lhe corresponda.

Para Husserl, a existência da intuição categorial é o indício de que embora a percepção atribua sentido aos actos cognitivos, não lhe atribui *todo* o seu sentido, não o esgota. Mais ainda, sem intuição categorial é impossível apreender um estado ou situação cognitivamente: não posso saber que tenho *cinco* livros *sobre* a mesa se não tiver uma intuição categorial do conjunto “cinco” e da relação abstracta “sobre”.

§62. Ora, é neste tipo de intuição que se funda a constituição das idealidades e conceitos matemáticos como “conjuntos”, “números” ou “estados”. É nesse tipo de intuição que elas se tornam objectualidades, mas objectualidades não-sensíveis, «*sintáticas*» <*syntaktische*> [Ideias I, §11], que pertencem ao entendimento. A partir da §59 de *Experiência e Juízo*, Husserl liga este tipo de intuição à capacidade abstractiva: é graças a ela que eu posso falar de algo como “cinco” a partir do número de livros que tenho sobre a secretária, ou que posso falar do livro “azul”, distinguindo-o do livro “castanho”, ou propôr-me a organizar na estante todos os livros que são “quadrados”, separando-os de todos os livros que são “rectangulares”.

Graças à intuição categorial torna-se-me possível reunir um diverso num mesmo conceito, ainda que tal conceito não corresponda a nada dado à intuição sensível. Suponha-se que me proponho organizar na estante “todos os livros que li no mês passado”: não há nenhuma intuição sensível que corresponda a “leitura no mês passado”. Há apenas um certo conceito formal e determinado de tempo (que já por si corresponde à idealização “mês”), um certo conjunto geral de livros (“os livros que li”) e a memória da leitura dos livros, entre todos os livros que li, durante aquele período determinado de tempo (“mês passado”).

E neste ponto há outro elemento importante a reter: as objectualidades da intuição categorial *fundam-se* <*sind fundiert*> sobre os objectos que são seus membros. Ou seja, o carácter ontológico dos elementos que constituem a objectualidade categorial é determinante para a sua estrutura de sentido. Husserl ocupa-se desse problema em *Lógica Formal e Transcendental* e abordá-lo-ei quando falar da lógica da idealidade. Mas deixo um exemplo do ponto que Husserl quer marcar e que é indispensável para a questão da preservação da verdade do conhecimento: posso falar do “conjunto de todos os quadrados cujos elementos são círculos”; posso falar na medida em que a expressão é morfológicamente bem formada; todavia, como é óbvio, o conjunto é vazio, sem preenchimento, porque a idealidade “círculo” não pode subsumir na idealidade “conjunto de quadrados”.

§63. Através da intuição categorial compreende-se também a constituição de certas objectualidades categoriais (ou formais), naquilo a que Husserl chamou *generalização* <*Generalisierung*>. Trata-se da possibilidade de constituir um conceito a partir da exemplificação dada por seus possíveis membros ainda que, todavia, esses

membros não sejam constituintes do conceito. O quadrado que o geômetra platónico desenhou exemplifica o conceito “quadrado”, mas não é seu constituinte. A *species* “este quadrado” apenas dá azo à abstracção de um objecto geral, à qual uma multiplicidade de quadrados pode corresponder. E aqui a imaginação (que Husserl separa da intuição categorial) alia-se ao entendimento oferecendo-lhe a tal possibilidade de variação que preserva a identidade da categoria formal. Como tal, a objectualidade categorial “quadrado” deixa de reportar-se a este quadrado desenhado: reporta-se a qualquer quadrado possível. Este método está na base de actos categoriais cada vez mais elevados, i.e., pode ser realizado em sucessíveis graus de abstracção até níveis que já não têm qualquer contrapartida sensível (pense-se no conceito de “grupo”). E é por esse motivo que Husserl terá de dedicar-se ao estudo da lógica da sua constituição, de modo a garantir que há um conteúdo de sentido que intrinsecamente os assiste e os preserva quer do sem-sentido, quer da contradição. E isso porque só preservando o sentido podem as objectualidades categoriais corresponder a um preenchimento cognitivo.

E com vista à sua referência ou não-referência a intuições sensíveis, Husserl distingue entre abstracções sensíveis e puras abstracções categoriais. Os conceitos matemáticos, na medida em que não têm nenhum correlato na intuição sensível são justamente puras abstracções categoriais. Logo, correspondem a categorias ontológico-formais, uma vez que só se fundam numa pura forma categorial (p. ex., [3ª IL, §11]).

§§64-65: → Apêndice III, p. 458.

§66. Se para efeitos de exposição estas considerações forem suficientes, reaproximo-me do texto da *Origem*. É evidente que os objectos matemáticos contêm algo, quer na sua natureza, quer na consciência humana, que permite uma mostraçãõ em condições para fundar a sua *objectividade*, i.e., para serem apreendidos na integridade absoluta da sua identidade irreal, por todos os homens, em todos os tempos, qualquer que seja a língua usada. Ou seja, é preciso fazer a passagem da experiência subjectiva desses objectos para a sua experiência intersubjectiva.

Para compreender isso é preciso considerar a *fixação* e a *transmissão* das idealidades. *Vê-se*, presentifica-se na *intuição*, na interioridade individual de cada sujeito. Mas sentimos os objectos vistos com a imaginação como se eles fossem presentes aos

sentidos. Mau-grado a subjectividade na apreensão, as essências apreendidas nas idealidades são comunicáveis, intersubjectivas e universalmente válidas.

O que lhes garante tais predicados? O edificarem-se sobre evidências cujo sentido é reactivável, que pode ser tornado explícito e novamente auto-evidente. Quando penso no teorema de Pitágoras, posso, por um conjunto de passos, tornar auto-evidente porque é que o quadrado da hipotenusa iguala a soma dos quadrados dos catetos. Portanto, estes objectos não padecem do psychologismo próprio das afecções subjectivas que têm a ver com a relação ao mundo, inclinações, necessidades, estados de alma, flutuações perceptivas, etc. O seu modo de ser noético é igual para todos, independentemente de contingências. E é assim porque, por um lado, para aceder-lhes é suspensa toda a relação da consciência com o mundo (com os fenómenos exteriores), para privilegiar a relação da consciência consigo própria, que passa a intuir-se na forma pura, sem qualquer relação aos fenómenos externos, seguindo apenas exigências lógicas de coerência⁶⁵; por outro lado, decorrendo do aspecto anterior, é que a sua evidência é veiculada por uma lógica que lhes é intrínseca. E este será um aspecto decisivo na consideração das idealidades matemáticas: a da fundamentação da realidade lógica da idealidade, o seu modo de ser coerente e necessário, o elemento *sine qua non* da sua existência transcendental: universal, supra-temporal, necessária.

§67. As ciências eidéticas são *objectivas* pois nelas é possível chegar às essências, apreendidas independentemente das suas instanciações noéticas ou sensíveis (perceptivas ou sensoriais). Mas como isso não responde ao problema da sua fixação, transmissão e propagação Husserl abre uma investigação histórica, a qual se constitui como esforço de compreender *o papel do sentido no processo formativo do conhecimento*. O *sentido*, sabemo-lo, radica na exibição da evidência⁶⁶. A *história* da geometria, enquanto génese de estruturas de sentido a partir de evidências e enquanto manutenção e expansão dessas estruturas na comunidade humana, é a história do desvelamento de sentido em regime de evidência, da expansão do seu potencial

⁶⁵ Husserl estabelece em [MC, §15] a principal *nuance* desta cisão: a relação do sujeito ao mundo é uma relação *interessada*, i.e., mediada pela vida prática, ao passo que a relação de si ao eu puro é a de um *espectador desinteressado* <*uninteressierter Zuschauer*>. Também nas lições sobre o pensamento político de Kant, Hannah Arendt iluminou e expandiu esta distinção fundamentalmente kantiana, crucial, p. ex., para a concepção kantiana do juízo estético (vide lições 10 e 11 em [Arendt, 1992, 58-68]).

⁶⁶ A produção da evidência e seu impacto epistemológico são temas fundamentais e difíceis da metafísica husserliana. Remeto, p. ex., para o *Tratado da Evidência* de Fernando Gil [Gil, 1996], onde esse tema é analisado e desenvolvido à saciedade, quer na exegese do pensamento husserliano sobre a evidência, quer na constituição de um pensamento novo sobre a formação da evidência.

comunicativo e do seu potencial constitutivo ou lógico. Porque a idealidade matemática só é objectiva e verdadeira se a) resultar de uma intuição auto-evidente, i.e., uma intuição que se apresenta com a evidência da apreensão de um sentido que pode ser tornado explícito e que contém em si a pretensão de uma necessidade universal (p. ex., que quaisquer duas linhas paralelas prolongadas ao infinito *já* se encontrarão, ou que *em todo e qualquer* triângulo rectângulo hipotenusa² será *sempre* = a cateto² + cateto²); e b) puder atravessar a consciência subjectiva e ser linguisticamente fixada e transmissível entre sujeitos preservando o sentido verdadeiro e unívoco que a legitimou *qua* intuição originária.

A objectividade da essência é portanto primeiro subjectiva na apreensão do sentido (apreendida por este ou aquele indivíduo, numa primeira formação primitiva de sentido intrapessoal, no espírito deste ou daquele inventor) e depois intersubjectiva na transmissão e reactivação do sentido (pode ser transmitida entre indivíduos, desde que se active a evidência que lhe esteve na génese). O tema da fundação da objectividade na intersubjectividade, uma das lições kantianas⁶⁷ mais entranhadas em Husserl e que mais se empenhou em compreender e clarificar, sustenta a divisão do projecto da fenomenologia transcendental em duas partes⁶⁸: primeiro a constituição da *egologia solipsista* (o eu puro diante dos dados da consciência, suspendendo para o efeito toda a crença na experiência exterior), seguindo-se a *egologia intersubjectiva* (o acordo das consciências na universalidade das evidências apodícticas) [MC, §13 e epílogo]. Para explicar a formação desta objectividade enquanto intersubjectividade, Husserl tem de pensar a possibilidade de reactivação das evidências originárias ou fundadoras e o estabelecimento de planos de comunicabilidade, mais especificamente, a linguagem⁶⁹.

§68. Em primeiro lugar, torna-se necessário estabelecer e esclarecer a relação entre a *linguagem* (que propriamente funda a civilização) e o *mundo* (o horizonte onde a civilização existe). O mundo, vimo-lo, condensa, a um tempo, o horizonte da vida, as coisas factualmente dadas, a imaginação, e os outros homens.

⁶⁷ Kant desenvolveu essa ideia através da universalidade do juízo estético, um tipo de juízo aparentemente subjectivo que, pelas condições *a priori* do seu exercício, fazem dele um juízo universalmente comunicável com assentimento intersubjectivo, uma espécie de *sensus communis* [Kant, CFJ, §§40 e 60].

⁶⁸ Divisão que é de fundo cartesiano.

⁶⁹ É o reconhecimento da importância da linguagem na dinâmica histórica da ciência e sua transmissão que levará Merleau-Ponty e Derrida a insistir na importância do texto da *Origem* como anúncio de uma necessária expansão do pensamento husserliano sobre a linguagem, pensamento que, em traços largos, ficou restricto à 1ª *Investigação Lógica*.

Ora, para superar o solipsismo, Husserl socorre-se da noção de *empatia recíproca* <*emfühlung*>. Ela permite, a um tempo, reconhecer os outros como “eus”, portanto meus “iguais”, e simultaneamente fundar a ideia de comunidade. Se os outros são “eus”, estabelece-se uma condição de comunidade humana, cuja efígie é a civilização enquanto comunidade de aquisições e partilhas espirituais, e que diz respeito tanto à compreensão de uma estrutura subjectiva comum a todos os homens (a consciência de mim, do mundo e das suas evidências), como à compreensão de que tal comunidade torna a minha experiência uma experiência comunicável a todos porque pode ser experimentada por outro *estruturalmente* igual a mim ([OG, ¶8, 358]; [Cairns, 2013, cap. 26]).

No texto da *Origem*, a linguagem dá conta desta passagem do solipsismo à comunidade. Num mundo igual para todos, *uma consciência igual a todas* pode intuir as evidências desse mundo, nomeá-las e exprimi-las em enunciados prenhes de conteúdos de sentido. Husserl define a civilização como a comunidade dos que se podem exprimir reciprocamente e ser entendidos: «*fala-se do que existe [...] como se existisse objectivamente*»^(xxix) [OG, ¶9, 359]. É graças à articulação das idealidades subjectivas com a sua expressão linguística que o mundo ganha um plano de objectividade onde se torna igual para todos. *Mundo – linguagem – civilização* formam um tríptico cujo denominador comum é a objectividade, a possibilidade de transformar o que é subjectivamente experimentado como uma experiência intersubjectiva num plano de idealidades objectivas e comunicáveis [OG, ¶6, 356-357]. E, para Husserl, este tríptico foi a primeira condição para que o geómetra fundador pudesse superar o problema do seu solipsismo, da subjectividade, tornando comunicável a evidência que primeiramente lhe apareceu, assim como as idealidades que primeiramente apreendeu no seu espírito.

§69. Para uma exposição sintética, e na linha do que tenho vindo a focar no seu pensamento, penso que a elíptica discussão sobre a linguagem no texto da *Origem* remete para as considerações de Husserl feitas na 1ª *Investigação Lógica*. Nela, Husserl constata que a linguagem é o condensador de sentido por excelência. Todo o acto cognitivo tem na linguagem (em enunciados linguísticos) o seu horizonte de expressão. Está na própria natureza da linguagem o dirigir-se à apreensão e fixação do sentido, e é ela que provê a consciência quer da sua capacidade de apreender núcleos de sentido, quer de transmiti-los. Se há uma aparente investida platónica no pensamento husserliano ela está certamente na sua concepção da linguagem e na sua concepção do sentido por

relação à linguagem: o sentido para que as expressões linguísticas apontam são objectualidades ideais, *tipos*, *species* ideais cujo correlato são actos mentais. E isso porque o sentido de um acto mental distingue-se quer do estado mental em que é alcançado, quer do objecto ao qual se refere. Além disso, o sentido é intuição, mas não é percepção: posso falar de variedades a 14 dimensões, e até saber imenso sobre elas, embora nunca tenha tido a percepção de nenhuma. Uma vez mais, há que ter presente a distinção entre intenção e preenchimento, porque o preenchimento não é essencial ao sentido. Só a sua *possibilidade* de preenchimento é decisiva, e só ela legitima o uso da linguagem, pois grande parte das expressões linguísticas têm um preenchimento.

Por outro lado, na linguagem o sentido torna-se um núcleo estável e encarna a dimensão ideal da qual a consciência e os seus actos de intuição são o correlato. O sentido transcende a linguagem e as suas estruturas, mas é nelas que é corporizado. Se crio a palavra “triângulo”, crio-a com a intenção cognitiva de exprimir um conteúdo de sentido (uma figura delimitada por três segmentos de recta), mas o sentido que fica apreendido nesse signo linguístico transcende a sua materialidade (quer gráfica, quer fonética) e a sua iteração (por muitas vezes que diga a palavra “triângulo”, refiro-me sempre a um mesmo núcleo de sentido ideal, quer o diga cantando ou murmurando). E assim, a linguagem é por definição o correlato expressivo de actos mentais e ideais. Esta transcendência de sentido é a que, p. ex., garante a traduzibilidade entre linguagens: *leão* e *löwe* referem-se a uma mesma objectualidade, a um único conteúdo de sentido, ainda que sob expressões linguísticas distintas. O mesmo acontece quando me refiro ao número que resulta da soma de 2 com 2, ou da divisão de 8 por 2, ou aquele cuja raiz quadrada é 2, o número “4”.

Além disso, a expressão linguística tem uma “função intimadora” <*die kundgebende Funktion*>, i.e., ela aponta sempre para o reconhecimento de um processo mental realizado por aquele que se exprime. Isso funda-a como acto intencional, correlato expressivo dos actos intencionais da consciência e dos seus processos cognitivos. O sentido para que se aponta na expressão linguística aproxima-me da intimidade da actividade intelectual do outro. E é nesse sentido que Husserl considera cada expressão linguística como *species* de um acto da consciência. Eu reconheço, nos actos linguísticos, a actividade da consciência do outro.

O horizonte ideal da linguagem que encarna a intenção de sentido implica-se na promessa de um preenchimento de sentido. Se alguém me diz “está sol” eu atento no

conteúdo de sentido do estado a que a expressão linguística se refere e não, p. ex., à pronúncia da pessoa. À idealidade da linguagem corresponde a possibilidade de tornar as suas intenções de sentido auto-evidentes (p. ex., abro a janela e confirmo que está sol). Então, a linguagem a) é a expressão de uma intencionalidade de sentido, b) implica a possibilidade do seu preenchimento e c) fixa um sentido numa idealidade. O preenchimento dessa intencionalidade radica no acto de presentificar, a mim próprio, a evidência que lhe esteve na origem, e verificar a sua adequação.

Ora, como Husserl sublinha no texto da *Origem*, a linguagem matemática tem uma marca decisiva: ela ergue-se sobre o esforço de consolidar formações linguísticas cujo sentido é *unívoco* <*eindeutig*>. Ou seja, a possibilidade de reactivação das evidências por detrás da formação das idealidades matemáticas implica-se com a necessidade de por «um travão ao jogo livre das construções associativas» [OG, ¶15, 362], a fim de estabelecer a «*univocidade da expressão linguística e de assegurar, através da mais exigente formação das palavras relevantes, proposições e complexos de proposições, os resultados que devem ser univocamente exprimidos*»^(xxx) [ibid.]. Parte da determinação deste sentido unívoco está, para Husserl, associada a exigências lógicas da formação linguística, a qual, veremos adiante, é edificada sobre a correcta articulação dos três níveis da lógica apofântica que Husserl estuda e define na *Lógica Formal e Transcendental*: a idealidade matemática é univocamente bem expressa na linguagem se as asserções em que se materializa forem morfológicamente bem-formadas (i.e., evitarem o absurdo), se forem consistentes e consequentes (i.e., não contraditórias) e se exprimirem verdades (ou sentidos que podem ser alvo do preenchimento apodíctico de uma intencionalidade cognitiva).

§70. Ligado ao plano comunicativo fundamental e ontologicamente fundamentador da linguagem, é preciso compreender como a idealidade, ainda no plano intrapessoal, se torna *persistente* <*verharrende*>. Pode haver uma evidência originária de um sentido fundador e posteriormente tal evidência desvanecer-se nos confins da memória. A consciência é uma corrente temporal. Isso significa que a apresentação de um fenómeno está sujeita ao desgaste próprio da temporalidade. Tal ultrapassa-se atentando naquele efeito próprio da relação da evidência com a corrente da consciência, a saber, que uma evidência, tendo sido presente à consciência, pode sempre ser *reactivada*. Tal reactivação, que repõe a claridade da doação originária, é uma

rememoração cujo emblema é uma coincidência total com a auto-evidência originária que foi a sua matriz [OG, ¶10, 360].

Husserl aproxima esta característica interna à consciência – o ser capaz de reactivar em si mesma a evidência desvanecida –, à comunicação da evidência originária ao outro. É a possibilidade de uma evidência ser reactivada que dá o modelo para a possibilidade da compreensão activa de uma evidência intrapessoal por outro que não o próprio sujeito. Dito de outro modo, as forças reactivadoras próprias e internas à consciência são análogas à empatia linguística intersubjectiva. A comunicação linguística acende *no outro* a evidência. E esta possibilidade é, para Husserl, novo índice da identidade das estruturas mentais. *Eu* e o *outro* somos *qualquer um*. E é a semelhança da estrutura mental que torna possível a comunicação activa da evidência originária. Sendo essa comunicação bem sucedida, ela torna-se índice de uma mesma comunidade mental no acesso aos objectos essenciais. Assim, não se trata de semelhanças entre as consciências que acedem às essências; trata-se da existência de uma estrutura comum a todos [ibid.]. Este aspecto converte a consciência em Husserl numa unidade intersubjectiva e transcendental e a linguagem o plano activo dessa intersubjectividade.

§71. Não obstante, postular a unidade do cogito como um património comum, não serena o problema da existência persistente dos objectos ideais, o seu continuar a ser mesmo quando se desvanecem ou deixam em absoluto de estar presentes numa qualquer consciência. Ora aqui releva outra virtude fundamental da linguagem: através dos registos e das documentações⁷⁰ que a sedimentam, a linguagem torna a comunicação

⁷⁰ Neste ponto, não há qualquer aproximação possível – além da de um contraste –, entre esta noção husserliana de tradição constituída sobre um *a priori* universal e respectivos mecanismos de transmissão, à célebre noção de *arquivo* que Foucault apresentou na §5 da parte III de *A arqueologia do saber*. De resto, parece mesmo que a noção de arquivo de Foucault é desenvolvida *contra* o pensamento husserliano transcendental da *origem*, para batê-lo em quase todos os pontos e principais teses: «a descrição dos enunciados e das formações discursivas deve livrar-se da imagem tão frequente e obstinada do retorno. Ela não pretende voltar [...] ao momento fundador em que a palavra não estava ainda comprometida com qualquer materialidade, não estava condenada a nenhuma persistência e se retinha na dimensão não determinada da abertura. Não tenta constituir para o “já dito” o instante paradoxal do segundo nascimento; não invoca uma aurora prestes a retornar. [...]» [Foucault, 2008, 141]. Foucault quer «descrever um conjunto de enunciados, não em referência à interioridade de uma intenção, de um pensamento ou de um sujeito, mas segundo a dispersão de uma exterioridade; descrever um conjunto de enunciados para aí reencontrar não o momento ou a marca de origem, mas sim as formas específicas de um acúmulo, não é certamente revelar uma interpretação, descobrir um fundamento, libertar actos constituintes; não é, tampouco, decidir sobre uma racionalidade ou percorrer uma teleologia. É estabelecer o que eu chamaria, de bom grado, uma positividade. Analisar uma formação discursiva é, pois, tratar um conjunto de performances verbais, no nível dos enunciados e da forma de positividade que as caracteriza; ou, mais sucintamente, é definir o tipo de positividade de um discurso. Se substituir a busca das totalidades pela análise da raridade, o tema do fundamento transcendental pela descrição das relações de exterioridade, a busca da origem pela análise dos cúmulos, é ser positivista, pois bem, eu sou

virtual <virtuell> [OG, ¶12, 360-361]. Ou seja, é comunicado mesmo o que já não está presente, incarnado, ou o que foi alvo de um acesso eidético. Os arquivos humanos *sedimentam* as essências em conteúdos de sentido formalizados, e os Homens podem reactivá-los, desde que reactivem as evidências que os fundamentam e desde que considerem que eles são correlatos daquele sentido original. Mas esta capacidade de reactivação não é objectivamente garantida. Depende das condições espirituais (atenção, inteligência, acesso às evidências anteriores, etc.) do sujeito para a sua reactivação. Husserl estabelece a distinção entre a *compreensão passiva do sentido* <das *passive verständnis der Sinn*> e sua *reactivação activa evidente* <aktiv *Reaktivierung*>.

A compreensão passiva é um modo de recepção em que a activação da evidência das idealidades não é invocada – *assume-se* simplesmente que é verdadeira. Husserl dá o exemplo da leitura de um jornal: tomamos os factos noticiados como *dados*, ainda que não sejamos nós próprios a ir aferi-los e verificá-los; já a reactivação activa evidente implica a recepção de um conteúdo de sentido exigindo do sujeito o acesso à evidência que o torna verdadeiro. É um tornar evidente ao espírito que dê conta de, em cada

um positivista feliz, concordo facilmente.» [id., 141-142, sa].

Assim, o *arquivo* de Foucault deve dar conta dos aspectos *factuais* que marcam decisivamente a mudança de discursos, de práticas, de *epistemes*. Este regime de especificidade marca o *positivismo dos enunciados* e dá conta, na diferença que o caracteriza, da sua «*unidade através do[s] tempo[s] e muito além das obras individuais, dos livros e dos textos*» [id., 143]. Mas a diferença que opõe os dois pensamentos é justamente a do carácter *transcendental* no fundamento dos discursos constituídos, p. ex., num corpo científico. As diferenças são muito finas, e não cabe no presente estudo analisá-las. Basta compreender a diferença terminológica para dar conta da controvérsia acerca de uma noção de *história* que, na sua formulação é tão semelhante, mas nos acessos é completamente distinta. Em Husserl o procedimento histórico é a descoberta de um universo de relações entre todos os elementos que concorrem para a fundamentação da razão num *a priori* transcendental e que se manifesta na formação de um sentido imanente, coeso, consistente, homogêneo, que começa numa consciência subjectiva e se expande como formação de idealidades estruturalmente invariantes; em Foucault o procedimento histórico é a compreensão das condições de *dispersão* das estruturas de sentido, que estão implícitas nos próprios enunciados, com a necessidade da sua reformulação, reescrita, reestruturação. E o *arquivo* é o que dá conta desse movimento deveniente do saber, tematizando justamente, a *positividade* do discurso, aquilo que o torna *um discurso sobre a mesma coisa*: «*é o sistema geral da formação e da transformação dos enunciados*» [id., 148], trata-se «*do que faz com que tantas coisas ditas por tantos homens, há tantos milénios, não tenham surgido apenas segundo as leis do pensamento, ou apenas segundo o jogo das circunstâncias, que não sejam simplesmente a sinalização, no nível das performances verbais, do que se pôde desenrolar na ordem do espírito ou na ordem das coisas; mas que tenham aparecido graças a todo um jogo de relações que caracterizam particularmente o nível discursivo; que em lugar de serem figuras adventícias e como que inseridas, um pouco ao acaso, em processos mudos, nasçam segundo regularidades específicas; em suma, que se há coisas ditas – e somente estas –, não é preciso perguntar a sua razão imediata às coisas que aí se encontram ditas ou aos homens que as disseram, mas ao sistema da discursividade, às possibilidades e às impossibilidades enunciativas que ele conduz. O arquivo é, de início, a lei do que pode ser dito*» [id., 146-147, sm]. E assim, esta positividade, o carácter discursivo próprio do facto e suas condições expressivas, constitui «*o que se poderia chamar um a priori histórico*» [id., 144], «*a priori, não de verdades que poderiam nunca ser ditas, nem realmente apresentadas à experiência [transcendentais], mas de uma história determinada, já que é a das coisas efectivamente ditas*» [id.] e, acrescentaria eu, das condições próprias para dizê-lo. Para Husserl, o *virtual* da comunicação é *transcendental*, para Foucault é *factual*; como tal, o conceito de *arquivo* em Foucault é de natureza constitutiva fundamentalmente distinta daquilo que é o corpo vivo da ciência para Husserl.

sedimentação linguística, verificar a sua relação com as estruturas da consciência que lhe atribuem realidade e sentido. Outro exemplo: o professor de geometria pode enunciar um teorema; os alunos vão tomá-lo por verdadeiro porque ele traz a marca da autoridade do professor e da história da geometria. Porém, esta enunciação e o assentimento que lhe é dado não tornam presente ao espírito dos alunos *porque é que o teorema é verdadeiro*, quais são as evidências que se apresentam ao espírito e que o tornam *apodíctico*. Assim, a esta compreensão passiva, opõem-se a actividade da *explicitação* <*Verdeutlichung*>, acto de tornar evidente ao espírito a evidência dos conteúdos de sentido que as idealidades linguísticas transportam. No exemplo, esse processo é obtido no momento em que após enunciá-lo, o professor demonstra o teorema, provando que ele é verdadeiro. O professor força a presentificação, em cada um dos alunos, da evidência lógica por detrás de cada passo da sedimentação de sentido. Nessa demonstração, dá-se acesso às evidências que estruturam o teorema.

§72. Por isso esta *explicitação* assenta sobre dois movimentos anímicos que têm de funcionar simultaneamente, sob pena de se produzir a propagação lógica vazia: o primeiro é o que se pode chamar o *encadeamento lógico* – e respeita à estrutural formal intrínseca à própria linguagem, permitindo que de factos ou asserções estabelecidas se deduzam logicamente novos factos; o segundo é a formação activa de conteúdos de sentido que se anexam a esse encadeamento lógico e o tornam *significante*, delimitando por consequência a estrutura formal da linguagem. É sobre este acordo indesligável que Husserl edifica a convicção de que ciências matemáticas como a geometria não são *puramente dedutivas*, i.e., o processo de dedução não actua cegamente nelas, há um tipo de intuição, de formação de evidências, ligado ao sentido do que numa linguagem é exprimido, que tem forçosamente de as acompanhar. Pelo menos no que ao acto criativo do raciocínio diz respeito⁷¹.

⁷¹ Mas tal acompanhamento não é necessário: é possível seguir apenas a estrutura do encadeamento lógico, possibilidade que justifica a inserção do texto da *Origem* no volume do pensamento sobre a crise da ciência europeia. É neste estrito logicismo que Husserl diagnostica a crise. É que a linguagem tem, a partir da possibilidade de activar meras compreensões passivas, um modo de funcionamento puramente associacionista, tipo de acção adormecida que se dispensa à ligação com a evidência originária que funda a consolidação das idealidades com que se opera no raciocínio. Ao virtuosismo associacionista da linguagem – vazio de esforço espiritual no acesso às verdadeiras razões de ser do que através dela se estabelece, Husserl chama «a sedução da linguagem» (<*der Verführung der Sprache*>) [OG, ¶14, 362], tipo de actividade extremamente perniciosa na função sedimentadora da linguagem, porque se dispensa do escrúpulo em alcançar as verdades fundadoras que são indispensáveis a qualquer estabilização de idealidades científicas. O problema não está na função propriamente estabelecadora, que tem de ser levada a cabo no regime de total apresentação ao espírito da evidência que a fundamenta, mas sim na função reactivadora, preguiçosa, pois não percorre a cadeia das evidências que a fundamentam.

Visto de outro ângulo: há um aspecto monadológico da geometria que consiste em nenhum elemento de sentido da sua estrutura ser auto-suficiente; ele eleva-se sobre formações de sentido passadas e encaminha-as para formações de sentido futuras. Portanto, ao complexo do *a priori* histórico da geometria inere o problema da compreensão da possibilidade da transferência de sentido através da linguagem e das suas possibilidades formais. Tal ideia abre para uma dificuldade: o geómetra, em todo o momento que acede a um dado campo de problemas geométricos, tem de percorrer toda a cadeia de evidências que conduziram a esse ponto? Pois se assim for levanta-se o problema da *possibilidade* da geometria. Como é que se lida com a monstruosa estrutura cumulativa de idealidades que é intrínseca ao imenso corpo da geometria? Não fica todo o esforço do geómetra, em cada momento, despendido na simples tarefa de reactivação, do presentificar ao espírito? Questão aguda quando se trata de uma ciência de idealidades, às quais não há acesso experiencial, mas estritamente eidético. Mais longe ainda: pode a exigência de Husserl, a saber, a obrigação da ciência em cada momento presentificar a relação da evidência presente às evidências anteriores, até à evidência originária, ter preenchimento?

§73. No texto da *Origem*, este problema fica aberto. Husserl apenas reforça o apelo à distinção entre a *recepção passiva* de sentido e a *explicitação*, porque ela dá conta da relação de cada uma das formas com a objectividade. Enquanto a recepção passiva é intrapessoal, a explicitação comporta por definição uma exigência de intersubjectividade. Na explicitação tem de tornar-se claro ao espírito *o quê* e *o porquê* da idealidade, de tal modo que pode ser tornado objectivo a qualquer espírito (se o posso tornar claro a mim próprio, então por princípio poderá ser tornado claro a qualquer outro). Assenta numa apresentação de *juízos* através dos quais o objecto é, em cada momento tornado evidente. Esta virtude da linguagem, que tem que ver com a sua estrutura lógica e com o apontar para um sentido ideal que continuamente a transcende, funda quer a objectividade, quer a transmissibilidade dos objectos, e estabelece-se sobre aquilo que o pensador denomina «*o domínio universal da lógica*»^(XXXI). É neste tornar explícito através da recuperação integral do juízo ou dos raciocínios que apresentam os

Heidegger aprofundou, em termos que permitem uma aproximação e um esclarecimento, este problema na §35 de *O Ser e o Tempo* sob a noção de *conversa-fiada* <das Gerede>, um dos perigos da linguagem, cujo uso fica enredado nos meandros de si própria, escusado das funções profundas de presentificação do que tem de ser presentificado como se estivesse lá, *ele-próprio*. A consciência deste perigo motiva, por um lado, a univocidade de expressão que a ciência desde sempre procurou, por outro lado, o dever do cientista pessoalmente e o da comunidade científica como um todo.

objectos ou proposições que se torna possível prosseguir para novas construções. As formulações linguísticas, se se activarem os processos que tornam explícitas as evidências sobre as quais o seu conteúdo sedimentado se estabeleceu, trazem em si a marca da evidência originária que esteve na sua génese. E é sobre este aspecto que é possível a reactivação completa e genuína, aquela que remonta às evidências primeiras: um mesmo movimento espiritual anima o movimento regressivo às evidências originárias e às formulações progressivas (vindouras). A propagação originária da evidência, salvo quedas na *sedução da linguagem*, propaga-se ao longo de toda a cadeia de inferências lógicas, em ambos os sentidos.

Quanto ao problema acima levantado, a saber, se é possível activar, em tempo humano e útil a totalidade das evidências dessa cadeia, Husserl tem de admitir que a finitude individual é um severo constrangimento, e que toda esta ideia da propagação lógica assenta numa ideia mais profunda e velada, a saber, a possibilidade de remover limites à razão, a possibilidade de tornar a razão infinita. No limite, só pode ser idealmente preenchida pela colaboração dos cientistas, ao longo dos tempos. A razão científica que se projecta na sua constante evolução, é uma razão que a si mesma se projecta como infinita, ilimitada (aspecto que Husserl desenvolve acerca da teleologia da ciência, o horizonte sempre aberto da sua expansão, sob o conceito de *ideia-fim* <*Zweckidee*> da ciência; p. ex., [MC, §5]).

Fica todavia claro que é no reconhecimento do papel da linguagem como estabilizadora de idealidades, sedimentadora de idealidades, transmissora de idealidades e propagadora de idealidades que está, juntamente com a evidência originária, a imaginação e a intuição categorial, outra chave para a abertura à compreensão da possibilidade da origem da geometria. A linguagem é não só emblema da civilização: é também da tradição através da qual ela se anima.

Por outro lado, é no seio da linguagem que Husserl encontrará algumas das mais importantes e incrustadas manifestações lógicas. A linguagem, enquanto jogo estritamente lógico, propaga-se no vazio do sentido, é estéril pois pouco faz sozinha. A lógica intra-linguística fornece condições estruturais para a propagação da cadeia de consequências; mas o sentido que funda a propagação da cadeia de consequências é uma função, em última análise, espiritual. A evidência tem que dar-se em cada momento como condição de conteúdo de sentido, sentido que é objectivo porque todos os sujeitos o podem reactivar autonomamente. Mundo, linguagem, lógica e consciência

formam parte fundadora do *a priori* histórico da geometria, o qual tem de ser sempre chamado a prestar esclarecimentos quando a própria ciência começa a clamar pelo seu «*fundamento epistemológico*» <*gründende Boden*>⁷².

§74. Consequentemente, se para Husserl *origem* é congénere de *sentido*, não se justifica levar a cabo a procura histórico-filológica pelos supostos Tales, portanto, uma investigação *factual*, porque a chave para a condição de possibilidade do conhecimento geométrico, o seu transcendental, está dada *dentro* da própria geometria, não como estrutura de factos, mas como relação anímica entre cadeia lógica e corpo de *evidências* que enunciam conteúdos de sentido, *essências*. Seguindo o fio lógico e activando as evidências até chegar àquelas que são originárias, atinge-se o conhecimento do tipo de intuições que tornaram possíveis, necessários e verdadeiros, hoje e outrora, os primeiros conceitos geométricos, ou ainda pré-geométricos, como núcleos de sentido que apareceram apodicticamente ao espírito.

O que entrava este projecto genético-fundacional é a reiterada separação entre elucidação histórica e elucidação epistemológica, como se ambas trabalhassem aspectos distintos e até autónomos do conhecimento humano. Para Husserl, uma teoria do conhecimento humano é uma teoria *histórico-epistemológica*. A consciência é movida por uma intencionalidade, intencionalidade que persistiu ao longo das gerações de homens, portanto ao longo dos tempos. Esta persistência dá conta do aspecto histórico que entra na actividade cognitiva do eu puro, da consciência⁷³. A história traz em si a sua própria epistemologia, epistemologia que está ligada aos modos de relação intencional da consciência aos objectos. Epistemologia e história formam sistema, sistema que não pode ser cindindo se o objectivo é elucidar as formações de sentido que foram estruturando a civilização humana como cultura e como tradição. Porquê? Porque

⁷² Este programa sobre a investigação das condições de possibilidade que provieram à origem da geometria faz, a um tempo, o diagnóstico da crise das ciências ocidentais, e alerta para «*o perigo de uma vida científica dedicada apenas a actividades lógicas*»^(xxxii) [OG, ¶30, 367]. A logicização da geometria separa *fundamento* de *sentido*; tem como alvo o simples progresso técnico. Porque a lógica consegue propagar-se, transitando de uma época para outra, com independência face ao sentido. Diagnóstico que, já o referi, talvez seja uma consequência do desenvolvimento fulgurante das ciências e da sua voracidade pelo petisco do progresso. É possível que o problema não estivesse presente nos actos originários de constituição da geometria, onde o edifício das evidências era ainda uma pequena cabana e onde as dificuldades deviam estar sobretudo em tornar presente e fixar o sentido das idealidades. É o engrandecimento do edifício que forçou o desligamento do fundamento, levando a geometria a preferir desenvolver-se como técnica lógica, destituída de qualquer significado ôntico. E nestas entrelinhas, lê-se a crítica de Husserl ao programa logicista de Hilbert em geometria, e de Frege e Russell em aritmética.

⁷³ E por aí se compreende que o texto tenha sido publicado com o título *A origem da geometria como problema histórico-intencional*.

«aquilo que sabemos – nomeadamente que a configuração vital cultural presente que é a “geometria” é uma tradição, a qual ainda está a ser trabalhada – não é conhecimento que concerne uma causalidade exterior, a qual efectua a sucessão de configurações históricas como se fosse conhecimento baseado na indução [...]; em lugar disso, compreender a geometria ou qualquer outro facto cultural é estar consciente da sua historicidade, ainda que “implicitamente”»^(XXXIII) [OG, ¶39, 370]. Esta compreensão tem de assentar numa ideia que Husserl tem clara: as formações de sentido resultam da colaboração entre homens, colaboração que não se restringe a homens duma mesma comunidade espaço-temporal, antes supra-temporal, i.e., entre homens de culturas diferentes em séculos diferentes.

E essa historicidade *implícita*, interna à formação da ciência em análise, é reactivável percorrendo a cadeia de sedimentações de sentido da ciência (no seu corpo documental), *tornando explícito* ao espírito essas sedimentações até ao ponto em que esse tornar explícito *reactiva as evidências* que tiveram de estar na origem dessas formações. O tornar evidente do corpo de conhecimentos sedimentados a si próprio é o verdadeiro «desvendamento histórico» (<*historische Enthüllung*>) das estruturas de sentido.

§75. A unidade na constituição desta tradição histórico-epistemológica intrínseca à geometria como ciência tem a sua pedra-de-toque num aspecto meticulosamente analisado: é que se o presente cultural implica um passado cultural (muitos outros passados culturais), este todo forma uma “generalidade indeterminada” (i.e., muitas apresentações *particulares* de elementos, apresentações factuais que nunca conheceremos ou desvelaremos totalmente, e por isso *indeterminada*) que, não obstante é “estruturalmente determinada”, i.e., estabelece-se sobre estruturas gerais que são as mesmas, em todos os tempos, para todos os homens. Essas estruturas permanecem intuitíveis quer no mundo, que é sempre essencialmente o mesmo, quer na consciência, através da actividade de clarificação e através das idealidades constituídas ao longo da história e sedimentadas em núcleos de sentido na linguagem.

Assim, no ¶39 da *Origem* Husserl inicia a síntese do *a priori histórico universal*. A *generalidade estruturalmente determinada* não é senão a invariância fundamental, supra-temporal, de um conjunto de estruturas que podem agora ser enunciadas: o *mundo*, os *homens* e a sua constituição ou modo de ser fundamental, a *consciência* e suas objectividades, a *empatia* intersubjectiva, a *linguagem*, a *tradição*, a *sedimentação*,

a evidência, a lógica. Se o projecto histórico de Husserl é «*tornar presente a estrutura essencial geral de sentido*»^(XXXIV) [OG, ¶42], essa tarefa não cabe, em partes separadas, à história, à epistemologia, à psicologia ou à lógica, mas à tarefa “científica” na sua *totalidade, coesão e unidade*. Ainda que esta formulação guarde o *slogan* da fenomenologia husserliana como essa ciência total, é preciso auscultar por trás dela a ambiciosa visão totalizadora da ciência como ideia-fim que alberga uma “estrutura interna de sentido”, edificada sobre este vasto *a priori*. A pergunta pela origem das ciências, mesmo das chamadas lógico-dedutivas, nunca pode proceder de modo estritamente “factual”, “lógico”; tem que deter-se no esforço de tornar evidentes, *reactivando-as*, as estruturas de sentido que catalisaram essas formações. E cada configuração histórica “particular”, em cada momento espaço-temporal específico, cai sob este *a priori generalizado* como sua condição de possibilidade e sua estrutura, a um tempo geradora e unificadora.

Duas conclusões: a primeira, que uma história “genuína” da geometria ou de qualquer ciência particular consiste em fazer remontar as estruturas de sentido dadas *no presente* às evidências dadas ao longo da cadeia documentada, *até às auto-evidências originárias*. É disto que deve ocupar-se uma história genuína. A segunda conclusão remete justamente para o fundo desse exercício de história genuína, a saber, a obtenção de uma explicitação epistemológica a partir da explicitação histórica; alcançando esse *a priori histórico* está-se diante da «*fonte universal*» [OG, ¶43] de todos os concebíveis problemas de compreensão^(XXXV).

§76. Husserl reconhece certa «*ingenuidade*» (<*Naivität*>) [OG, ¶44] em pressupor que não só exista um tal *a priori* histórico universal, supratemporal e apodíctico como fonte de sentido de todas as idealidades humanas («*uma evidência apodíctica, incondicionada, que se estende para além de todas as factulidades históricas*»^(XXXVI) [ibid.]), mas sobretudo pressupor que é possível conceber isso como um *a priori*, especialmente quando se está consciente da variedade e da relatividade de todas as formações culturais humanas.

Mas se não se pressupuser um plano de comunidade supratemporal, portanto, a existência de núcleos duros de sentido que podem ser apreensíveis por todos, em qualquer época, e fixados em objectividades unívocas, como é que a ciência histórica se pode legitimar no seu desígnio mais elementar: compreender aquilo que está à distância

de sucessivos tempos e gerações? É esta ideia que estrutura a história como ciência, a ideia de que não importa quão longínquo esteja o dado histórico, não importa a relatividade de toda a formação cultural, há sempre um plano de sentido que permite que esses conteúdos sejam retomados, apreendidos e compreendidos. De outro modo todo o passado seria opaco, não valia a pena investigá-lo, e todo o futuro estaria autonomizado do presente. Supor tal coisa seria desmontar a concepção do tempo como fluxo contínuo e cair numa concepção discreta incompatível com a evidência de que a tradição e a formação cultural *contínua* existem.

O que alberga este axioma que labora sob o esforço husserliano de compreensão histórica? É o mundo apresentar-se como horizonte aberto de *actuais* que, graças à sua própria poliformia e à nossa imaginação, são virtualmente desdobráveis noutros *potenciais*. O uso da imaginação como variação do factualmente dado, projecta sobre o mundo um outro horizonte de possibilidades implícitas: as mesmas coisas podiam ser diferentes. É esta possibilidade do ser diferente do mundo-horizonte, a certeza de um desconhecido implícito no actual, que abre o horizonte de questionamento, variação e estabilização. Segundo Husserl, a comunidade humana, em todos os tempos, em todas as gerações, em todas as tradições, soube isto. A variação do factualmente dado, preservando uma identidade invariante, abre para a estrutura essencial das coisas. Uma tal estrutura invariante revela um sentido apreensível, exprimível e transmissível na formação da tradição, na cooperação entre homens e sua interacção recíproca.

E o que dá o acesso à essência, ao fundamentalmente invariante é a aliança entre imaginação, intuição categorial e lógica que, entre o que está dado à experiência, abre caminho para alçar-se às possíveis *species* irrealis que entre ela se desenham. Deve-se à imaginação e à sua atenção à variedade coesa do mundo a remoção do vínculo ingénuo ao que está factualmente dado, entrevendo nele a essência, os conceito-forma, aquilo que, por ser sempre igual, pode ser unívoca e objectivamente apreendido na linguagem, e que sempre pode ser alvo de uma activação *evidente* ao espírito de cada homem. A essência abre para o campo da infinidade aberta.

§77. Todavia a geometria não é só a descoberta das invariantes regularizadas. Sob estas idealidades geométricas o espírito descobre relações e operações intrínsecas à estrutura lógica dessas idealidades que, em sucessivas cumulações de pensamento puro, se desdobram em complexos de relações sólidas, invariantes e verdadeiras.

E elas são verdadeiras, ou melhor, *só são verdadeiras*, preenchendo uma condição (todavia ideal): a estrutura essencial original e fundamentadora revelada ao espírito nessas idealidades tem de ser apodíctica. A apodicticidade tem, em Husserl, valor de verdade, e só preenchendo essa condição pode uma construção estabelecer-se como intersubjectivamente válida, supra-temporal, portanto universalmente verdadeira⁷⁴.

Assim, a apodicticidade está na origem não apenas da solidez da geometria, mas, por extensão, de todo o conhecimento que se queira como verdadeiro. A apodicticidade é a presentificação intersubjectiva de um *a priori universal*, absoluto e invariante. Tal existência permite aos sujeitos subtraírem-se ao reino da facticidade e alcançar a transversalidade própria ao conhecimento certo, verdadeiro, evidente. Husserl arrisca: postula ao conhecimento científico o direito a querer firmar-se como *verdade eterna*.

Falei abundantemente da lógica da idealidade, por isso quer alguns dos pontos acima afluídos, quer parte significativa do texto da *Origem* só podem ser clarificados se me debruçar então sobre a lógica intrínseca à idealidade.

§78: → Apêndice III, p. 462.

§79. O tema da lógica é o fio unificador do pensamento husserliano, transversal a toda a sua meditação e encerra tantas considerações e detalhes que só posso ficar pela rama. Não fosse o texto da *Crise* e as aberturas que trouxe, poderia até dizer-se que a lógica configura para Husserl o autêntico transcendental, no sentido em que ela encerra as condições de possibilidade de todo o conhecimento científico e da ciência como discurso e conhecimento verdadeiro e significativo. E isso porque a lógica ocupa-se dos *princípios* do conhecimento científico, entendendo por isso o focar-se estritamente nas «*universalidades em geral*» <*universelle Überhaupt*> [EJ, §97a]. A noção de *a priori* em Husserl ganha a sua dimensão mais profunda na consideração da lógica: ela é a teoria das ciências. Consequentemente, a lógica reporta-se ao mais abstracto domínio da intuição categorial, ao seu solo, àquele aspecto formal que prepara a constituição estrutural das objectualidades da consciência. Para Husserl, esse aspecto formal respeita

⁷⁴ Recorde-se que, no edifício geométrico euclidiano, uma fresta aberta na única falta de apodicticidade, o quinto postulado (paralelas prolongadas ao infinito nunca se interceptam) abriu caminho para que se gerassem as revoluções geométricas do séc. XIX. O postulado nem era dedutível dos axiomas, nem era verdadeiro para todos os casos possíveis, faltava-lhe a apodicticidade na evidência, e da dúvida que gerou revelou que era afinal o emblema de um caso particular, o euclidiano, num sistema geométrico mais geral.

aos componentes fundamentais da consciência racional. O estudo e clarificação da lógica é um modo de proceder ao estabelecimento sistemático dos mais elementares princípios da arquitectura do pensamento.

Ora, se Husserl tinha constatado que todo o pensamento é comunicável pela linguagem através de enunciados, constatou também que é na consciência que produz o discurso onde devem radicar as possibilidades de produção de sentido. Como tal, estudar a consciência *qua* fonte de conteúdos de sentido é abrir para a compreensão da estrutura formal que garante o engendramento e a preservação de sentido. A cada produção discursiva deve subjazer uma evidência, e em cada comunicação discursiva tem de estar implicada a reprodução dessa evidência como garante da validade do seu sentido.

Ora, se por um lado o texto da *Experiência e Juízo* quer dar conta da génese da lógica, i.e., do seu surgimento enquanto teoria da ciência, na *Lógica Formal e Transcendental* Husserl descobre a importância da lógica na formação da ontologia formal: na constituição do domínio próprio à mais geral arquitectura das idealidades. E o aspecto lógico das idealidades engloba quer o problema da sua frutificação (e que permite, p. ex., do triângulo rectângulo e do teorema de Pitágoras extrair consequências para toda a caracterização das superfícies euclidianas), quer o problema da fixação unívoca do sentido no discurso científico, quer a caracterização da lógica como ciência das ciências. Este necessário enfoque na lógica da idealidade é tanto mais necessário quanto Husserl a ele se refere laconicamente no texto da *Origem*. P. ex., quando fala da possibilidade da ciência se abrir à «cadeia aberta das gerações» (<*offene Generationskette*>) [OG, ¶4], quando fala da sua validade [id., ¶6], da possibilidade da sua reactivação evidente [id., ¶10], da determinação unívoca das idealidades constituídas [id., ¶15], e da possibilidade de se propagarem e transferirem o sentido de uns níveis para outros [id., ¶16-19].

§80. É então preciso ter presente uma dupla distinção. Segundo Husserl, cada ciência tem uma *região* ou *domínio* determinado, o qual auto-delimita o seu campo de investigações e constitui o seu *núcleo temático*. Como referi, no caso da geometria essa região diz respeito aos fenómenos considerados segundo a sua *espacialidade*. Porém, na medida em que a incursão nas essências próprias de cada domínio implica o enfoque no seu aspecto puramente formal, i.e., no estudo dos fenómenos qualquer que seja a sua possível doação (real ou irreal), cada ciência tem de poder ser provida de uma aparelhagem analítica que a permita ocupar-se do carácter estritamente formal dos

fenómenos e considerá-los na sua máxima generalidade (enquanto *species*). Então, ao domínio específico de cada ciência subjaz outro domínio mais geral e abstracto, o domínio da lógica formal. A amplitude maximamente geral da lógica para o estudo dos fenómenos apenas do seu ponto-de-vista formal constitui um domínio próprio que tem a particularidade de ser transversal a todo e qualquer domínio ou região. Assim, a lógica é transversal às regiões da geometria, da aritmética, da álgebra ou da análise, no sentido em que só se ocupa do que é estritamente formal em cada domínio temático dessas ciências. Consequentemente, este domínio lógico transversal constitui o que Husserl identifica com a concepção leibniziana de *mathesis universalis*, a extensão do aspecto formal de cada fenómeno aos aspectos formais de qualquer fenómeno, dando-lhe aquela validade universal que lhe garante poder ser usada na análise e constituição de qualquer região essencial. A lógica formal, enquanto *mathesis universalis*, só se ocupa do *a priori* comum a todo e qualquer fenómeno, às suas categorias, aos seus conteúdos de sentido, às suas formas e aos seus modos de expressão.

Por outro lado, ao fundar este domínio transversal, a lógica torna-se o índice de uma unidade *a priori* fundamental de que a consciência se pode socorrer nas suas análises com vista à clarificação do domínio regional de cada ciência, focando-se apenas naquilo que nele é *racional*. É nesse preciso sentido que Husserl entende que a lógica formal constitui a arquitectura do pensamento e que vê nela a fonte da sua fertilidade metodológica. Na medida em que ela tanto se implica na clarificação como na constituição das objectualidades puras da consciência ela configura, do ponto-de-vista formal, por um lado, uma *tecnologia* <*Kunstlehre*>, com funções práticas, por outro tem funções *normativas* <*normative*> (p. ex., [IL I, §11]).

Mas na medida em que a análise formal se reporta sempre ao conteúdo eidético específico de cada ciência, a lógica é congénere de uma ontologia, uma ontologia particular é certo, mas de uma ontologia do objecto *qualquer que ele seja*, atentando apenas na sua possibilidade de sentido. Assim, e na medida em que sendo puramente formal tem de reportar-se ao conteúdo de sentido e sua preservação de qualquer objecto em geral, a lógica releva como uma espécie de *pura gramática* <*reine Gramatik*> [4ª IL, §14]. A essência das formas é o seu sentido, essa é a sua realidade ontológica, portanto uma análise formal terá de ser sempre uma análise do sentido, e na medida em que o sentido determina a ontologia do objecto, a lógica tem de ser concebida também como *ontologia formal*.

§81. A análise da lógica em *Lógica Formal e Transcendental* toma como elemento fundamental o juízo, e começa pela análise da lógica apofântica, a lógica das asserções e dos enunciados [LFT, parte I]. Divide-a em três níveis principais, cada um edificado sobre o anterior: a morfologia (ou puras formas) dos juízos [id., §13], a lógica da consequência ou não-contradição [id., §14] e a lógica da verdade [id., §15].

O nível da morfologia dos juízos diz respeito à estrita morfologia das significações, i.e., à pura gramática lógica. A este nível só interessa a possibilidade de encadear expressões proposicionais de forma a obter proposições mais complexas, e isso ainda sem considerações de sentido, procurando apenas preservar uma significação unitária e impedindo que se façam associações arbitrárias. “Cão ainda nesse havemos” é um enunciado sem qualquer unidade, não é bem formado e não tem sentido. Já “desenhar um círculo quadrado” é um enunciado válido neste nível, pois está morfologicamente bem formado e tem unidade, ainda que não tenha sentido. Assim, a morfologia concerne as regras de constituição de enunciados ou asserções, eliminando malformações e legislando sobre a coerência gramatical. A classificação das formas fundamentais dos enunciados e juízos a este nível encaminha para as suas relações de subordinação, permitindo que sobre as formas fundamentais se façam operações que permitem obter formas derivadas, p. ex., a conversão de um predicado num atributo [id., §13c].

O nível da lógica da não-contradição, elevando-se sobre enunciados ou asserções bem formados, ocupa-se da possível coerência das significações. Husserl põe a ênfase na novidade histórica entre a distinção deste segundo nível com o terceiro, na medida em que da não-contradição formal não se segue necessariamente uma verdade (e Husserl entende verdade como adequação do juízo a um objecto ou estado) [LFT, §22]. É a este nível que surgem as leis lógicas enquanto leis de produção de sentido (não-contradição, *modus ponens*, *tolens*, etc.), coordenando-se significações que são mutuamente compatíveis e capazes de conduzir à verdade. Ao proteger dos contra-sensos e absurdos formais, ela interdita a constituição de enunciados como “Todos os As são Bs, incluindo alguns que não são Bs”. Porém, na medida em que neste nível ainda só se atenta na não-contradição e na compatibilidade entre elementos do enunciado, não é contemplada a sua verdade. Portanto, deste segundo nível extraem-se as leis de dedução, das quais resultam as relações de implicação ou exclusão, ainda que sem a observância do seu comprometimento com a verdade ou falsidade.

Finalmente, ao terceiro nível, a lógica da verdade estabelece as condições formais de uma verdade possível. Ora, um juízo ou enunciado é verdadeiro quando estabelece uma relação de adequação com o conteúdo do objecto ou estado que o implica ou ao qual se refere. Como tal, do ponto-de-vista cognitivo, Husserl considera este nível fundamental. Em primeiro lugar, porque ele é o garante do conhecimento verdadeiro de um objecto ou estado (real ou irreal). Em segundo lugar, porque para chegar à lógica da verdade é necessária uma actividade subjectiva de produção de evidência. Ou seja, para garantir a verdade de um enunciado ou juízo é necessário investigar os fundamentos da intencionalidade noemática, remetendo para a consciência e sua subjectividade. E é através deste nível que se alcança a explicitação do juízo: porque é que, além de ser morfológicamente bem-formado e de não ser contraditório ele é verdadeiro? Em terceiro lugar, é que a este nível formal os juízos e enunciados já não são considerados por si próprios, mas com relação a uma finalidade cognitiva, i.e., ela passa a ter em vista a verdade de um conhecimento. E, sabemo-lo, essa verdade ou falsidade é verificável quando o juízo ou asserção pode ser preenchido, acompanhado da doação ou reactivação de uma evidência. Enquanto os dois primeiros níveis, do ponto-de-vista da comunicação, só implicam uma reactivação passiva, este terceiro nível implica uma reactivação activa, i.e., tem de vir acompanhado de uma evidência. E nesse sentido, a lógica da verdade relaciona a lógica formal com a lógica transcendental, pois à mera correcção formal é necessário agora convocar a actividade espiritual para a activação noemática do componente noético do juízo ou asserção.

É relativamente claro como estes três níveis se articulam na produção da idealidade matemática e, sobretudo, na sua determinação unívoca. Pense-se numa idealidade matemática, p. ex., na estrutura fundamental de um teorema. Observando os níveis lógicos acima descritos, sem a boa formação morfológica de uma linguagem, começa por ser impossível exprimir o teorema e torná-lo compreensível. Não poderíamos sequer fazer o seu enunciado porque não haveria qualquer gramática a estruturá-lo. Não saberíamos relacionar noções de “existência” com as de “quantificação”, não saberíamos se tal era sequer possível, nem como encadear uma na outra.

Sem o nível da não-contradição, talvez fôssemos capazes de chegar ao enunciado de um teorema como estrita formação gramatical coerente; mas era impossível que aquilo que propriamente o define, a estrutura lógica da qual o deduzimos como consequência, fosse dado, pois não saberíamos definir a consistência das partes que o compõem, p. ex., a

partir do estabelecimento da noção de identidade e, conseqüentemente, abrigando-nos das contradições. Na ausência disso, também não conseguiríamos fazer o conjunto de deduções que estruturam a asserção a que pretende chegar, nem poderíamos justificar as operações que nele se realizam a fim de poder demonstrá-lo.

Finalmente, sem observar a lógica da verdade, não conseguiríamos relacionar esse teorema particular com as outras idealidades matemáticas no qual deve inscrever-se inequívoca e indubitavelmente. É observando este terceiro nível que somos capazes de estabelecer a adequação deste teorema e do seu sentido com o sentido da restante estrutura matemática que o acolhe e onde tem de inscrever-se como verdadeiro. Tal nível é o garante da evidência própria, necessária e apodíctica deste teorema a legitimar a sua necessidade lógica.

§82. Para Husserl, no primeiro nível desta classificação aparece um dos mais importantes conceitos da lógica formal, o de *operação*. Este conceito é decisivo para a classificação e dedução de outros juízos. Quando digo “ S é p ” estou, segundo Husserl, a classificar uma forma primitiva, na qual “ p ” me aparece como uma determinação de “ S ”, o substrato dessa determinação. Ora, a partir desta forma primitiva, posso realizar modificações, por construção, sobre a forma fundamental do juízo a partir quer de conjunções, quer de hipóteses. Se na conjunção “ A e A ” designar duas asserções, posso então partir para a hipótese “Se A , então A ”. Do mesmo modo, de “ S é p ” posso fazer outra operação, nomeadamente “ Sp é q ”, ou seja, operando a transformação de um predicado num atributo. Reconhecendo uma forma primitiva ou um substrato, posso realizar operações sobre ela, modalizações que são variantes da forma primitiva e, ao mesmo tempo, expansões da forma primitiva. E isso, reconhecendo a lei fundamental da operação, a da *re-iteração*, através da qual constato que uma forma constituída pode sempre ser alvo da repetição da operação que a constituiu.

Ligando este raciocínio ao segundo nível, é possível pensar a possibilidade da verdade, estritamente formal ou não-contraditória a partir das leis fundamentais da dedução: «*se o antecedente de um juízo hipotético é verdadeiro, o seu conseqüente é verdadeiro; se o conseqüente é falso, então também o é o antecedente*»^(xxxvii) [LFT, §20]. Ou seja, «*se, ao mesmo tempo, “Se M , então N ” e “ M ” são verdadeiros, então “ N ” é verdadeiro. Se, ao mesmo tempo, “Se M , então N ” e “Não N ” são verdadeiros, então “Não M ” é verdadeiro*»^(xxxviii) (ibid.).

Finalmente, ligando isto ao terceiro nível, nomeadamente à possibilidade de tornar os juízos *claros* e *distintos*, alcança-se a possível verdade, como adequação do juízo. Pelo critério da distinção, torna-se um juízo confuso num juízo distinto quando somos capazes de reconhecer cada parte do juízo na doação de uma evidência; pelo critério da claridade, somos capazes de preencher o juízo, ou seja, encontrar uma intuição que lhe corresponde, seja ela de tipo real ou irreal.

Portanto, as operações ao nível morfológico são meras possibilidades formais; cumprindo as exigências do segundo nível tornam-se possibilidades coerentes e consistentes; cumprindo as exigências do terceiro nível tornam-se verdadeiras.

§83. Ora, na sequência destas distinções, como conceber o vínculo entre matemática e lógica? Ao passo que a lógica tematiza os juízos, a matemática edifica-se sobre a lógica, mas focando-se nas objectualidades a que os juízos se dirigem, e num seu aspecto particular: o de que elas correspondem à *species* de certas objectualidades (de conceitos-forma) na sua máxima generalidade possível, de tal modo que o objecto da matemática é *um objecto qualquer*. Sendo um objecto qualquer, o que nele pode ser ontologicamente considerado é a sua estrita possibilidade lógico-formal. É esta a descoberta decisiva da matemática, por relação com a lógica: na lógica atenta-se na forma pura dos juízos; na matemática não se atenta ao objecto, como nas ciências concretas, naquilo que à sua adequação a uma matéria de facto ou estados concerne, mas à estrita possibilidade de se raciocinar sobre uma objectualidade *qualquer que ela seja*, segundo as suas possibilidades lógico-formais. Ou seja, a matemática atenta na forma pura das objectualidades. Assim, ao ajuizar sobre números, conjuntos ou categorias, independentemente do preenchimento objectual que lhes corresponda, na matemática descobre-se e aprofunda-se a possibilidade de pensar sobre as estritas possibilidades onto-formais de uma objectualidade em geral. Isto fá-la relevar como ciência nomológica, uma teoria *a priori* dos objectos (e da sua ontologia) tendo em vista a sua consistência puramente formal, ou seja, os modos puros de possibilidade de qualquer coisa, qualquer que ela seja. Ela só se ocupa portanto dos mais abstractos conceitos-forma da intuição categorial, na sua universalidade vazia, e com vista à sua coerência formal (boa formação e não-contradição). Consequentemente, ela dedica-se à possibilidade de axiomatizar e legislar sobre objectos puros da consciência, quaisquer

que eles sejam, desde que correspondam a uma intencionalidade significativa da consciência e que possam ser alvo de intuição formal evidente.

Husserl encontra assim um vínculo decisivo entre a lógica formal e a actividade matemática. Esse vínculo assenta na distinção entre “axiomas e leis” e “objectos”. Só a essencialidade eidética, a sua necessidade e os modos da sua relação são considerados. E isso, preservando o vínculo entre o *a priori* apofântico (as formas de constituição de enunciados *significantes*) e a ontologia formal (o pensamento sobre a objectualidade enquanto máxima generalidade ou *species*).

Consequentemente, concentrando-nos: a) na boa formação das objectualidades, b) nas operações a partir das quais é possível modelizá-las, c) nas regras de dedução que é possível levar a cabo sobre elas, d) na possibilidade de nos concentrarmos em objectos maximamente gerais considerando apenas o seu conteúdo de sentido, e) formalizando e tornando explícito o conteúdo de sentido de cada uma dessas objectualidades ou da sua possibilidade enquanto *species* na linguagem, torna-se possível a constituição de uma ciência nomológica, ontologicamente indeterminada e puramente formal. Cito Husserl: *«livremente repetindo as “elucidações” apresentadas na referida §70 [dos Prolegómenos], assinalemos aqui que qualquer ciência teórica nomologicamente explicativa – por exemplo, a geometria euclidiana (tal como o próprio Euclides a compreendeu, como a teoria do espaço-físico intuitivo) – pode ser reduzida a uma teoria-forma. Naturalmente, isso é conseguido através dessa universalização lógica peculiar chamada “formalização”, e em resultado da qual todo o conteúdo determinado “O quê?” dos conceitos – no caso da geometria, todos os conteúdos especificamente espaciais – são convertidos em indeterminados, modos do “qualquer-coisa-o-que-quer-que-seja” vazio. Consequentemente, o sistema materialmente determinado da geometria é tornado num exemplar sistema-forma. A cada verdade geométrica corresponde uma verdade-forma; a cada argumento ou prova geométrica um argumento-forma ou prova-forma. A província de objectos determinada constituída por dados espaciais transforma-se na forma de uma província; concerte-se, como diz o matemático, numa variedade. Não se trata de uma variedade qualquer (assim seria igual a um conjunto qualquer); nem a forma é “um conjunto infinito qualquer”. Pelo contrário, é um conjunto cuja peculiaridade consiste apenas na circunstância de ser pensado com universalidade formal vazia, como “uma” província determinada pelo completo conjunto de postulados-forma euclidianos – o que equivale a dizer:*

determinado numa disciplina deductiva que tem uma forma derivada da geometria do espaço-euclidiano por formalização»^(xxxix) [LFT, §29, sa].

Posso agora colocar a questão enaltecendo a sua mais profunda implicação metafísica: pode a lógica ser o próprio transcendental, o fundamento do transcendental geométrico matemático? Se, por um lado, o falhanço dos programas de logicização da matemática veio afastar a hipótese de que a matemática seja redutível à lógica, Husserl põe-nos a pensar na parte mais importante daquilo que a lógica trouxe na sua aliança com a matemática, pelo ângulo da determinação estrutural da ontologia do seu campo de objectualidades, a partir das noções de *abstracção* <Abstraktion> e de *operação* <Operation>. Se a abstracção nos leva, enquanto resultando de uma espontânea intuição categorial, a apreender as essências puras, a operação matemática, por sua vez, leva-nos a considerar a existência de um domínio lógico-formal onde se manifesta um sistema de puras relações, as quais permitem apontar para a pura estrutura das objectualidades que a consciência pode conceber como *species* geral, justamente, a sua ontologia formal. Suzanne Bachelard, na sua análise da Lógica de Husserl, esclarece bem esta importância da relação entre lógica e matemática: *«uma nova concepção da matemática foi muito gradualmente desenvolvida de modo sistemático a partir da segunda metade do séc. XIX, a qual enfatizou as relações entre objectos matemáticos sem considerar a natureza própria destes objectos. Tome-se um exemplo que Husserl usa diversas vezes, o dos números inteiros e da adição. Considerem-se dois números inteiros de qualquer tipo a, b; eles obedecem à relação $a + b = b + a$, que exprime a comutatividade da adição aritmética. Agora podemos enfocar a nossa atenção apenas nesta propriedade da comutatividade em si e abstractamente considerar uma operação que possui esta propriedade. Do mesmo modo, podemos observar outras propriedades, como a da associatividade, à qual a adição aritmética também obedece: $a + (b + c) = (a + b) + c$. Consequentemente, obliterando todas as referências ao matematicamente “concreto”, podemos falar de um conjunto S de objectos x, y, z, ... observando os quais supomos uma relação a ser definida, tal que ela obedece a leis puramente formais – $x \oplus y = y \oplus x$; $x \oplus (y \oplus z) = (x \oplus y) \oplus z$ (I) – x, y, z sendo três objectos de qualquer espécie pertencendo ao conjunto S. Consequentemente, caracterizámos uma qualquer operação abstracta \oplus unicamente definida pelas propriedades de associatividade e comutividade. Começando a partir deste sistema axiomático (I), podemos desenvolver uma inteira teoria que se aplica apenas às propriedades formais codificadas nestes axiomas e que de nenhum modo depende da natureza “concreta”*

dos elementos x, y, z, ... ou do sentido concreto que é dado à operação \oplus »^(XL) [S. Bachelard, 1968, 26-27].

Então, o que é a matemática logrou com a sua aproximação à lógica? Pelo esforço abstractivo, ela conseguiu *«discernir os mecanismos das várias implicações dedutivas, vendo o papel determinante desta ou daquela propriedade – numa palavra, discerniu o essencial»^(XLI) [id., 27-28].* Colocando entre parênteses a realidade concreta, a aliança entre lógica e matemática pela abstracção que a intuição categorial legitima e funda, deixa ver precisamente as estruturas fundamentais da ontologia formal das idealidades matemáticas. A possibilidade de modelizar o concreto a partir destas estruturas fundamentais (vimo-lo já, como o faz a teoria dos grupos) expande, a um tempo, quer o conhecimento da ontologia formal dos objectos modelizados, quer a capacidade de antecipar o seu potencial não-actualizado. Mais importantemente, esta capacidade que a aliança entre matemática e lógica exemplificam ao mais alto grau, na medida em que *«depende inteiramente do nosso comportamento intelectual»^(XLII) [ibid.],* i.e., na medida em que só radica na intencionalidade da consciência pura e da nossa inteligência, remete-nos para a convicção de que a nossa consciência está desenhada para apreender a estrutura mais geral, formal em sentido rigoroso, em que todo e qualquer conhecimento pode subsumir. Ou seja, a aliança entre matemática e lógica apontam, ao fundar o domínio da ontologia formal, para a ideia de uma estrutura transcendental da comunidade dos objectos.

§84. A partir do que foi exposto até agora, considere-se então o seguinte: a) toda a objectualidade dada à consciência, sob a forma de uma essência, é correlato de uma intencionalidade e tem em vista um conteúdo possível de sentido que pode vir a ter um preenchimento; a.1) esse conteúdo de sentido pode reportar-se quer a um objecto ou estado real ou irreal; a.2) esse conteúdo de sentido é presentificável numa evidência; a.3) esse conteúdo de sentido é linguisticamente apreensível e fixável; a.4) esse conteúdo de sentido, a partir do momento em que radica numa evidência, é presentificável e reactivável quer subjectivamente na minha consciência, quer objectivamente na de qualquer outro; a.5) esse conteúdo de sentido pode ser clarificado e tornado distinto, em sucessivos graus, até ao ponto em que é presentificada à intuição categorial a sua *species* mais geral, a sua pura estrutura onto-formal; b) atentando na sua *species* geral e graças à síntese temporal da consciência, é possível aproximar *genera*

uns dos outros tendo apenas em consideração a sua relação com a *species* em que podem subsumir; c) se atentar nas possibilidades de doação pura desse conteúdo de sentido, posso fixá-lo em enunciados inequívocos, conquanto se cumpram as exigências de morfologia (ser bem formado), de não-contradição (coerência do sentido), e de verdade (correspondência e adequação a uma forma, objectualidade ou estado); c.1) se cumprir as exigências da boa formação morfológica, posso realizar operações sobre esse conteúdo de sentido; c.2) se cumprir as exigências de não-contradição, posso fazer deduções; c.3) se cumprir as exigências de verdade, posso ter a pretensão ideal de estabelecer juízos verdadeiros e apodícticos; c.4) se seguir estes passos, independentemente de todas as possíveis variações imaginativas e possíveis presentificações de objectualidades, confronto-me com a evidência de que a todas as formas de actividade da consciência subjaz uma estrutura *a priori*, necessária, a qual rege todas as suas formações e enunciações, e que deve corresponder à forma lógica de todos os possíveis enunciados com sentido.

Considerando estes elementos e suas implicações, e sem entrar minuciosamente no campo da ontologia formal e da lógica transcendental (aspectos decisivos, mas específicos do problema da constituição da disciplina lógica dentro do quadro metafísico da fenomenologia, e não interessa aqui o estudo da fenomenologia em si, nem o programa husserliano do desvendamento do *verdadeiro sentido* da lógica), estes foram os aspectos lógicos que, do ponto-de-vista genético, tiveram de ser presentes ao espírito dos géometras e tornaram possível, em sucessivos graus, a constituição de idealidades puramente formais, a frutificação dessas idealidades, a operação com essas idealidades, a dedução a partir dessas idealidades, a transmissão dessas idealidades, e a sua concatenação com um horizonte de verdade.

§85. Com estas considerações, penso que as principais teses do texto da *Origem* com vista à possibilidade da constituição da ciência geométrica, e a compreensão do transcendental geométrico husserliano, nos termos propostos, ficam iluminadas.

O transcendental geométrico de Husserl diz respeito ao conjunto de condições fundamentais que legitimam um conhecimento que tem no seu horizonte a pretensão de ser verdadeiro, universal, necessário e supra-histórico. Para alcançar e iluminar essa ideia, Husserl faz uma análise genética da origem da geometria e constata que: 1. a relação com o mundo é a matriz do conhecimento. O contacto com o mundo, na sua

ingenuidade primária, é purificado em sucessivos graus que permitem descobrir sob as matérias-de-facto do mundo regularidades e constantes; 2. o sujeito tem uma intuição empírica do mundo, à qual preside o conjunto dos seus órgãos perceptivos, e tem uma intuição categorial do mundo, à qual preside o seu entendimento e razão. Ao passo que a intuição empírica o vincula à experiência do concreto, a intuição categorial, em sucessivos graus de abstracção aproxima-o da visão do universal e daquilo que no universal especifica e concretiza o particular. A abertura para este plano geral, universal, é o que propriamente funda a ideia da existência de um transcendental, cujo acesso radica na consciência humana, que tem o mundo como horizonte de aplicação, e que tem matemática e lógica como instrumentos de acesso privilegiados. 3. A geometria, como ramo matemático, é um dos acessos epistemológicos possíveis a esse transcendental, na medida em que na sua matriz genética se envolvem intuição empírica, intuição categorial, imaginação, pensamento matemático e pensamento lógico. Para concluir o estudo do acesso ao transcendental geométrico a partir de Husserl, gostava finalmente de penetrar na importância e novidade da sua noção de *abstracção*.

§86. A meu ver, se há domínio em que o pensamento husserliano é original e fértil, é acerca da noção de intuição categorial e do efeito que tal noção tem sobre a compreensão da noção de abstracção. Graças ao reconhecimento da espontaneidade da intuição categorial, Husserl torna-se capaz de conceber a abstracção como uma capacidade fundamental, tão natural e espontânea como respirar ou digerir. Para chegar a essa análise, vou recuperar e discutir alguns dos principais elementos da mais influente das teorias da abstracção, a de Aristóteles. Embora Husserl desenvolva a sua noção de abstracção na 2ª *Investigação Lógica* discutindo teorias empiristas, nominalistas e conceptualistas, nomeadamente as de Mill, Spencer, Locke, Berkeley e Hume, penso que é mais importante reconstituir a teoria aristotélica da abstracção, a qual persiste como sustentáculo do pensamento sobre a abstracção e contra a qual, em geral, a teoria husserliana se desenha.

Por um lado, é um facto que o processo neurofisiológico da abstracção corresponde a um enigma persistente: não se tem ainda senão uma compreensão vaga desse processo, sobretudo quando comparado com outros, p. ex., a neurofisiologia da respiração. É que ao passo que esta última se dá ao nível de fenómenos físicos e fisiológicos, as abstracções processam-se com idealidades e o domínio das idealidades continua cheio

de sombras. Por isso é justa a analogia de Jean Petitot entre o processo de abstracção (a partir de dois dos seus prováveis elementos, a *indução* e a *generalização*) com um outro enigma da física, a transição de fase: «*a indução e a generalização, isto é, a descoberta de regras gerais a partir de um conjunto finito de exemplos. É deveras espantoso ver um sistema apreender regras inductivamente. O momento em que a generalização se efectua possui o estatuto de uma transição de fase*» [Petitot, [2004b], 18]. Sabemos como o fenómeno da transição de fase tem escapado à explicação científica. Também a abstracção tem sido sistematicamente *descrita*, porém tem escapado à *explicação*.

Isso é bom de ver através dos esforços contemporâneos encabeçados pela neurociência: há pouca luz lançada sobre os processos fisiológicos envolvidos na constituição de abstracções. Um lugar-comum repete que o cérebro humano permanece o grande desconhecido, ainda que o desbravamento feito quanto ao seu modo de funcionamento constitua uma das vitórias mais notáveis da ciência contemporânea; porém, como Dana Ballard afirma numa obra recente, há que ter em conta que «*o cérebro humano é um dos candidatos ao mais complexo tipo de estrutura do universo*» [Ballard, 2015, 3]. É que na articulação entre a compreensão de mecanismos neurofisiológicos e a possibilidade de assistir ao comportamento e à activação cerebral durante a realização de tarefas intelectuais (graças aos extraordinários avanços na concepção de instrumentos médicos e aparelhos de captação de imagem), a neurologia pouco tem conseguido ir além da identificação das zonas do cérebro activadas durante a realização de certas actividades consideradas “abstracções”. Nela não se pode divinar ainda uma teoria cientificamente sustentada, que dê conta dos mecanismos psíquicos envolvidos na produção de abstracções. Porém, por se verificar que existem áreas do cérebro que só são activadas quando são propostas a um sujeito tarefas que envolvem um nível considerável de representação abstracta, torna-se defensável afirmar que existem secções do cérebro específicas para desempenhar as funções abstractas do pensamento. Tal especialização, a existir, encaminhará quer a neurociência, quer a metafísica futuras a “naturalizar” a noção de abstracção.

No sexto capítulo de *Perspectives of rule-guided behavior* [Christoff, Keramatian, 2007], os autores percorrem sumariamente as principais teorias filosóficas da abstracção para lhes oferecer uma fundamentação neurofisiológica baseada em estudos experimentais sobre o cérebro em actividade. Quase todos esses estudos situam as actividades abstractivas no córtex pré-frontal (sobretudo nas áreas do córtex pré-frontal

dorsolateral (DLPFC), do rostrolateral (RLPFC) e do ventrolateral (VLPFC), vide [id., 108]], e indicam que estas sub-regiões são diferentemente activadas consoante a informação é mais concreta ou mais abstracta, o que segundo os autores «*sugere uma organização topográfica das regiões pré-frontais laterais concordante com o nível de abstracção do conteúdo representacional*» [id., 107]. Os autores hierarquizaram a informação – i.e., os estímulos fornecidos aos sujeitos, nomeadamente o grau de abstracção de regras para levar a cabo tarefas propostas – em três níveis: regras concretas, regras abstractas de primeira-ordem e regras abstractas de segunda-ordem (vide [id., 113]). Verificaram que as tarefas dependentes de regras abstractas de segunda-ordem, portanto as mais abstractas⁷⁵, eram as únicas que activavam o córtex pré-frontal rostrolateral esquerdo (RLPFC, BA 10), o que funciona como indicador de uma área do cérebro que, por excelência, lida com representações abstractas. Nada diz ainda, porém, acerca da constituição dessas representações abstractas. Estou convencido de que deve haver uma diferença fundamental, ao nível fisiológico, entre a operação com representações abstractas e a formação dessas mesmas representações abstractas. As dificuldades a respeito da compreensão da formação dessas representações abstractas deverão continuar a constituir um desafio, na medida em que me parece haver uma diferença entre apreender e assimilar representações abstractas (que nos chegam, p. ex., através da linguagem, da educação e da tradição – p. ex., *mito*) e engendrar essas representações abstractas (o que, *in extremis*, quando acontece constitui normalmente um caso excepcional, aquilo que propriamente se chama uma *invenção*). Ora, a persistir com o seu método de observação, a neurociência terá por um lado que acompanhar o desenvolvimento do cérebro desde a mais jovem idade para compreender a apreensão e a assimilação das representações abstractas, bem como a sua produção espontânea (de resto, a meu ver estas actividades são congéneres; p. ex., embora possamos explicar a uma criança o que é o *tempo*, i.e., dar-lhe uma definição de *tempo*, a representação abstracta de *tempo* tem de ser uma produção produzida pela própria criança, e só nessa medida pode ser *compreendida* por ela; o mesmo vale para um sem-número de outras representações abstractas); por outro lado, terá de ser capaz de surpreender o acto de

⁷⁵ A propósito deste resultado, o artigo apresenta um outro estudo experimental para despistar a possibilidade uma possível assimilação entre *nível de abstracção* e *dificuldade de processamento de informação*. De acordo com os resultados do estudo reproduzidos nas pp. 116-119, há independência entre as duas questões, visto que tarefas simples, mas que implicavam um elevado nível de representações abstractas activaram a mesma região do cérebro, ao passo que as com igual simplicidade mas menor nível de representação abstracta não o fizeram, [Christoff, Keramatian, 2007, 118].

constituição de abstracções, digamos inéditas, ou seja, que não são veiculadas pela tradição, mas que são o resultado de um esforço inventivo.

De seguida, os autores tomam alguns elementos da discussão filosófica sobre a abstracção para os quais procuram contribuir com resultados científicos. Na curta visão panóptica que dão da discussão filosófica do tema, (Platão, Aristóteles, Locke e Berkeley são referidos) preferem – ao idealismo platónico – a importância da teoria aristotélica para as teorias cognitivas contemporâneas da abstracção. Justamente porque Aristóteles, «*acreditava que formas e sensíveis têm de enformar-se mutuamente*» e defendia que «*sensação e forma são inseparáveis [estando] a forma incorporada na sensação*»; assim, Aristóteles teve a certa intuição de que «*conceitos abstractos e concretos [são] dinâmicos e interactivos*» [id., 109].

Pela minha parte, defendo que a noção de abstracção é fundacional, quer na história da filosofia, quer no sistema sobre o qual se erguem as actividades cognitivas e intelectivas, numa palavra, o pensamento humano. Pela segunda razão percebe-se bem como ela é fundacional para a primeira; de certo modo, sem abstracção não há pensamento. A abstracção deve ser até mais primitiva que o pensamento, no sentido em que o prepara. Isso porque se ela disser respeito à constituição da realidade de um objecto na ausência do objecto dado, é fácil encontrá-la na génese de qualquer acto de pensamento, em qualquer acto de linguagem, no limite, de qualquer acto. É costume tomar a abstracção pela transição do imediato para o mediato; mas abstraímos na ausência absoluta do dado, muitas vezes como consequência de mecanismos biológicos afinados ao longo de gerações, p. ex., de sobrevivência ou reprodução. Quando a criança chora de fome, ela instancia numa *abstracção* o choro e o preenchimento de uma necessidade que sente. Quando a gata vocaliza no seu primeiro estro, ela está a cumprir o design biológico da sua espécie para o chamamento que dará azo à reprodução; porém, mais que isso, ela está a abstrair, está a produzir um sinal – um miado – cujo preenchimento não conhece (não precisou de ter estado com nenhum gato para miar no seu primeiro cio). E os gatos que respondem, respondem a esse sinal *abstracto*. Nesse sentido, estou convicto de que a abstracção é uma disposição fundamental, cujo movimento é detectável muito a montante daquele que é um dos seus planos privilegiados, a saber, o lógico-matemático.

Por outro lado, a noção tem hoje muitas variações e definições, consoante o campo técnico em que é desenvolvida, mas a sua compreensão geral coloca-nos num terreno

delicado, pois ela chama à sua inteligibilidade a intersecção de disciplinas difíceis de coordenar (a filosofia, a psicologia, a neurologia, as ciências cognitivas, a computação, a linguística, ...), sendo em várias destas disciplinas uma noção bem determinada, ainda que diferente de disciplina para disciplina. P. ex., em álgebra, em computação, ou na teoria dos tipos (*type theory*), corresponde a conceitos técnicos bem-definidos. Não obstante, a literatura contemporânea insiste a um tempo na importância do processo de abstracção para qualquer epistemologia e, simultaneamente, o relativo esquecimento a que o seu estudo tem sido votado (vide, p. ex., [Welling, 2004, 163]).

§§87-89: → Apêndice III, p. 464.

§90. A ideia de que certas regularidades detectadas no mundo em que vivemos foram generalizadas (certamente por força de uma lógica subjacente), em sucessivos estádios, ganha notável inteligibilidade com Husserl, que as faz remontar ao princípio de que todas elas se edificam sobre um conteúdo de *sentido*. Ou seja, correspondem a actos epistemológicos que amplificam o sistema do conhecimento porque preservam em si a evidência de um sentido fundamental estruturado numa lógica fundamental. Sem dúvida que Aristóteles já entrevia essa relação ao mais alto nível, ao ligar a discussão sobre a abstracção à noção de ser. Mas Aristóteles ainda concebia a abstracção como uma função separatória anímica subordinada e mediada. É sobretudo isso que a concepção husserliana colmata. Em Husserl, o acto de abstrair é um acto auto-determinado, espontâneo e fundacional para o conhecimento. Quer a sua ontologia quer a sua epistemologia da abstracção radicam no princípio de que a abstracção edifica o irreal segundo o princípio da motivação da consciência para conteúdos de sentido. Sem dúvida que há uma necessária distinção entre objectos individuais e universais, decisiva para as distinções categoriais de sentidos, bem como para a distinção entre certas singularidades que constituem o coração da actividade lógica. Mas a intuição do universal é congénere da intuição do particular. Tratam-se apenas de actos cognitivos distintos: ao passo que na intuição do particular temos em vista esta coisa ou esta característica deste objecto específico, na intuição da *species* temos em vista o seu conteúdo, a sua *essência*. Na visão da casa vermelha podemos ver o vermelho particular da casa; mas podemos igualmente ver a “vermelhidão” a partir dessa casa [2ª IL, §1, 240]. Ou seja, esta casa não é um *exemplo* de vermelhidão, ela *instancia* a *species*

vermelhidão. Esta possibilidade de instanciar deve ser uma capacidade lógica intrínseca ao domínio da lógica transcendental, um dos seus conceitos-forma fundamentais; i.e., a capacidade de de um particular-base variar uma multiplicidade que é diferente e, todavia *essencialmente* igual a esse particular. Assim se pode conceber que da visão de apenas um particular se consiga alcançar uma *species* geral. Se a geração da abstracção dependesse de uma *exemplaridade*, teria que haver pelo menos dois exemplares para fazer a comparação. Ora, sabemos que a nossa capacidade de abstrair não depende disso: da visão de um cão particular eu consigo instanciar a *species* cão; da definição de um triângulo consigo instanciar qualquer triângulo imaginável. Pela abstracção, a consciência dirige-se para um conteúdo de sentido que antecipa uma máxima generalidade e torna essa generalidade uma objectualidade da consciência. É esse o princípio da *objectividade do ideal* para o qual a noção de abstracção em Husserl decisivamente contribui: «falar de idealismo não é falar de uma doutrina metafísica, mas de uma teoria do conhecimento que reconhece o “ideal” como uma condição para a possibilidade do conhecimento objectivo em geral»^(XLIX) [2ª IL, introdução, 238].

A dignificação da natureza ideal de certos objectos, das objectividades irreais, eleva-se sobre a intuição categorial e a evidência de que temos uma apreensão directa e espontânea de objectos ideais. Por isso, tanto os objectos específicos (de *species*) ou ideais, bem como os objectos individuais, ou reais, existem por «intrínseco direito» (id.) e são naturalmente doados à consciência, na medida em que ambos correspondem a uma intencionalidade sua e em que ambos podem ter preenchimento. Aquilo que os distingue é que os últimos são objecto de uma presentificação perceptiva, os primeiros são objecto de uma presentificação categorial. Mais importantemente, nos objectos ideais imaginação e intuição categorial aliam-se à abstracção para a produção de um objecto novo que é puramente motivado pelo interesse cognitivo da consciência.

Em certo sentido, Husserl corta com a tradição filosófica no pensamento da abstracção ao deixar de vê-la como uma actividade secundária de extracção de propriedades: por um lado, é como se a fenomenologia encetasse a “naturalização” da abstracção ao concebê-la como uma disposição espontânea humana; por outro lado, essa naturalização radica na constatação do próprio interesse cognitivo que subjaz a abstracção, entroncando no conjunto das disposições da consciência para o acesso epistemológico ao sistema das objectualidades com que a experiência a vai confrontar. Legitima-se, por pleno direito, pensar numa faculdade de abstracção, a qual deverá, p. ex., guiar as

investidas futuras quer da epistemologia, quer da neurociência. A meu ver, só concebendo uma tal capacidade se pode em rigor explicitar a objectividade do ideal, a possibilidade de lidarmos com idealidades que não conhecem a especificação no espaço e no tempo; mais que isso, idealidades que são transversais aos espaço e ao tempo e que não carecem de nenhuma hipóstase metafísica de tipo platónico. Da mesma maneira que falamos de uma memória para justificar a expressão em enunciados de coisas passadas, ou de uma imaginação para falar de mundos hipotéticos, temos de conceber uma faculdade de abstracção como radical de tudo o que a consciência pode alcançar na sua generalidade estrutural, à qual subjaz precisamente uma igualdade: se digo que entre estes dez seixos e estas dez flores, ou entre esta melancia e aquela laranja há uma igualdade, não me refiro a uma igualdade perceptual ou empírica, mas sim a uma igualdade diante de uma *species* comum que nelas a minha intuição categorial alcança. Como compreende Husserl, se retirarmos à nossa cognição do mundo uma abstracção fundadora como a de *species*, perdemos desde logo qualquer possibilidade de edificar um conceito de igualdade [2ª IL, §3, 242]. Trata-se aqui de um acto de preenchimento de uma intenção específica que, na sua própria natureza, se dirige à apreensão da generalidade, da sua *species*, um acto categorial. Assim, considerando o seu sentido e o interesse cognitivo da consciência que preenchem, impõe-se a necessidade de conceber a abstracção como uma disposição fundamental da consciência com vista à apreensão do sentido de uma experiência, sua raiz unificadora.

§91. Levantei atrás uma questão que considero profunda e difícil e à qual dedico uma breve consideração final. Sugeri que, a partir de Husserl, pode perguntar-se se não será a lógica o próprio transcendental. Husserl desenvolveu essa ideia a partir da vinculação da sua proposta de uma ontologia formal, no coração da lógica transcendental, à ideia leibniziana da *mathesis universalis*, repensada como «a soma total do a priori formal [da lógica]», dirigido à apreensão da «inteireza das “categorias de sentido” [...] e às categorias formais de objectos a elas correlacionadas ou, alternativamente, às leis a priori baseadas nelas [...] consequentemente incluindo o inteiro a priori do que é, no mais fundamental sentido, a esfera formal ou analítica»^(L) [Husserl, 1975, §5, 28-29]. Neste quadro, pensar a geometria e, a partir desta abrangente concepção de lógica, pensar a sua ontologia formal, equivaleria a esclarecer o seu enquadramento na «lógica da pura (idealizada) espacialidade»^(L) [id., 31] (também,

[LFT, §23b, 73-75]). Isto equivalerá ao problema de determinar filosoficamente o acordo entre a lógica e matemática e o nosso acesso ao conhecimento do mundo a partir da investigação das mais profundas relações entre o mundo e a consciência. Dito de outro modo, determinaria o plano de uma investigação dos fundamentos da co-naturalidade entre a estrutura formal da consciência no seu acesso analítico às objectualidades (entre elas, as do mundo) e a ontologia formal do mundo que se revela à consciência e que se deixa por ela ser formalmente interpretado.

Sabemos que essa concordância ou co-naturalidade entre a realidade e as nossas formas de percebê-la e pensá-la conduziu à convicção, inaugurada talvez pelos pitagóricos, de que o mundo tem uma matriz matemática. Estando nós inscritos nesse mundo, pertencendo ao seu sistema, legitima-se então o estudo dos nossos mecanismos perceptivo-cognitivos no que toca as suas componentes *lógico-matemáticas* (e por isso esta nova concepção de *mathesis universalis* é entendida por Husserl como o mais fundamental elemento de uma teoria da ciência), justamente a matéria tida como fundamental na tecedura desse mundo.

A partir do estabelecimento de um tal plano transversal, a possibilidade de investigar os nossos sistemas percepto-cognitivos à luz de modelizações assentes nos seus padrões matemáticos legitima-se como investigação. Tanto mais quando parte importante da nossa percepto-cognição parece assentar em modelos especificamente geométricos. Entra-se assim num domínio de abstracções, de conceitos-forma que parecem constituir a mais íntima natureza do modo como percebemos e conhecemos.

Um caso bem conhecido ajuda, por analogia, a compreender a questão: ao problema da investigação da natureza das idealidades matemáticas, de como as alcançamos, se têm realidade autónoma ou se são criadas por nós e, finalmente, como entram na percepção e no pensamento humanos, o programa do Logicismo, que teve Gottlob Frege, David Hilbert e Bertrand Russell como figuras de proa, tentou fazer remontar toda a matemática à lógica. A lógica era, a um tempo, tomada como a linguagem do pensamento e como estrutura da realidade. Portanto, matemática e pensamento partilhavam uma natureza comum, e a lógica aparecia como o seu elemento *transcendental*. Assim, desenhou-se uma concepção da realidade matemática e do seu conhecimento assente em três ideias fundamentais: 1. a ideia de que existem aspectos da realidade que se podem ser isolados e objectivados em idealizações: o que comumente chamamos abstracções; 2. a ideia de que há uma estrutura-base transversal a toda a

manipulação: a lógica; 3. a ideia de que essa estrutura base procede da imersão do homem no mundo, fazendo parte do seu sistema; ou seja, a ideia de uma co-naturalidade fundamental entre sujeito e mundo.

Analisemos então a terceira ideia: homem e mundo são elementos de um mesmo sistema e partilham uma linguagem de base comum. O desafio metafísico é então o de investigar a natureza desta alegada linguagem comum, de que a lógica seria o fundamento último. A ideia de uma conaturalidade entre homem e mundo, exprimindo-se e articulando-se nas suas mais arcaicas aparelhagens percepto-cognitivas, radica nesse muito estimado e sumamente geral princípio leibniziano de que todos os constituintes elementares da realidade (que Leibniz nomeou *mónadas*) se reflectem e aliam mutuamente. O que equivale a dizer que a identidade ontológica de cada elemento é contemporânea de uma solidariedade e comunidade com os demais elementos. O uno contém em si a potência do múltiplo, na disposição da *ligação* e da *mudança*: da *relação*. O segundo dos *Princípios da Natureza e da Graça* de Leibniz versa sobre essa ideia: «*uma Mónada, em si mesma, e no momento, não poderia ser discernida de uma outra a não ser pelas qualidades e acções internas, as quais não podem ser outra coisa senão as suas percepções (quer dizer, as representações do composto, ou daquilo que está fora, no simples) e as suas apetências (quer dizer, as suas tendências de uma percepção para outra) que são os princípios da mudança. Porque a simplicidade da substância não impede a multiplicidade das modificações, que se devem achar conjuntamente nessa mesma substância simples; e devem consistir na variedade das relações com as coisas que estão no exterior. É, assim, que num centro ou ponto, tão simples como é, se encontra uma infinidade de ângulos formados pelas linhas que nele concorrem*» [Leibniz, 2002b, 19-20, sa]. Tal ideia é esmiuçada no terceiro princípio, ainda nos termos da sua generalidade, e é, sem dúvida, um dos legados mais férteis do pensamento de Leibniz. Assim é porque, se por um lado, parece avançar um princípio necessário e quase trivial, por outro é difícil torná-lo tangível num sistema concreto como o do mundo físico que habitamos. Estamos diante da questão: o que confere aos sistemas, entre eles o mundo, a unidade das suas partes e a multiplicidade do seu todo?

A proposta de Leibniz não coloca a ênfase numa definição ontológica reificante, mas na importância da *relação*. Basta para isso atentar na sua definição de mónada: é «*simples*», com isso se querendo tão-só dizer que «*não tem partes*» e, não tendo partes, também não pode ter «*figuras*». A característica unitária da mónada é a sua

simplicidade. Mas a verdadeira definição ontológica da mónada é relacional: uma mónada distingue-se de outra «*pelas [suas] qualidades e acções internas*» que se manifestam na relação com outras mónadas, i.e., nas suas apetências para a «*mudança*». Não há sombra na letra do texto: a ontologia do simples define-se na sua relação, na sua disposição, com e para o composto. Torna-se assim indiferente pensar na mónada como um ponto, um átomo, uma onda, uma molécula ou uma galáxia: ela descreve qualquer elemento cuja identidade se eleva sobre uma dinâmica autonomia-heteronomia. E um tal elemento definir-se-á sempre pela *relação*.

§92. Posta a ênfase na relação, são as suas características que importa enfocar. A meu ver, *relação* é uma outra designação para *lógica*. Na sua concepção mais abrangente (e se pusermos entre parênteses a advertência husserliana de pensar a lógica como ontologia), a lógica não é senão o estudo das relações entre elementos de um sistema e das regras que regem essas relações, das suas normas. O carácter transversal da lógica, i.e., de uma normatividade que legisla sobre a mais abrangente variedade de coisas e estados, e o seu determinante papel na definição das coisas elas próprias (o que é um átomo senão a relação entre as cargas eléctricas e o número de prótons, electrões e neutrões que o compõem) levou a pensar na lógica como algo de meta-físico, como um âmbito normativo maximamente geral ao qual tudo se encontra sujeito.

Na *Lógica* editada pelo seu aluno Jäsche, Kant escreveu sobre o conceito de lógica: «*Tudo na natureza, tanto no mundo inanimado como no animado, acontece segundo regras, embora nem sempre conheçamos estas regras. [...] A natureza inteira nada mais é, em geral, do que uma concatenação de fenómenos segundo regras; e em toda a parte não existe em geral irregularidade alguma. E se julgamos encontrá-la, podemos neste caso apenas dizer que as regras nos são desconhecidas*» [Lógica, IX, 11, sa]. Preparando o terreno a um certo tipo de lógica que estudará na primeira *Crítica*, Kant refere-se também a esse carácter auto-evidente e ubíquo da lógica, de tal modo que mesmo o nosso entendimento, servindo-se forçosamente dela, fá-lo muitas vezes «*inconscientemente*», mas com familiaridade tal que é difícil pensá-la em abstracto e reconhecer as suas fontes. Para o que ao entendimento diz respeito, essa lógica brota das mais profundas raízes do espírito humano e pré-determina toda a actividade racional, motivo porque é chamada *transcendental*: ela ocupa-se das condições de pensabilidade que o entendimento aplica sobre as intuições dos sentidos, i.e., da legislação própria ao

conhecimento dado *a priori*, aquilo que antepredica qualquer experiência ou pensamento possível [CRP, A56/B81].

Tal carácter subliminar, universal, relação de tudo com tudo, é sentenciado no *Tractatus* de Ludwig Wittgenstein: «*A Lógica é transcendental*» [TLF, 6.13], é «*um espelho cuja imagem é o mundo*», as suas proposições, que sempre redundam em tautologias [id., 6.1] –, «*não podem ser confirmadas pela experiência, como tão pouco podem ser refutadas pela experiência*» [id., 6.1222]; e ainda que ela «*ench[a] o mundo; os limites do mundo são os seus limites*» [ibid., 5.61]; logo é a condição de possibilidade de todas as formas que eu posso inventar [ibid., 5.555]. «*A lógica está antes de qualquer experiência de que algo é assim*» [ibid., 5.552], em suma, ela pode «*abrange[r] tudo, [ser] um espelho do mundo, utilizar artifícios e manipulações tão especiais [...] porque estão todos em conexão com um rendilhado infinitamente fino, com o grande espelho*» [ibid., 5.511]. A lógica pertence, no pensamento do jovem Wittgenstein, ao inefável (como a ética e a estética [ibid., 6.421], i.e., àquilo que se mostra, mas do qual não se pode falar [ibid., 7]): não se pode ir além dela própria, ela estabelece o derradeiro limite.

Wittgenstein entronca, no *Tractatus*, no que João Esteves da Silva chamou *a sublimação da lógica*, a convicção de que esta se encontra num plano ideal e autónomo, com existência e realidade própria, «*habitante[...] de um outro mundo, subtraíd[a] à usura do tempo e aos constrangimentos do espaço, mas tão real como o mundo das coisas e dos espíritos*» [Silva, 2010, 86]. Combatendo essa sublimação – combate que o próprio Wittgenstein levou a cabo nas *Investigações Filosóficas* contra si mesmo no *Tractatus* – um ensaio de J. E. da Silva sobre a natureza da necessidade lógica em e a partir de Wittgenstein [Silva, 2010, 83-121], apresenta-se como tentativa de esclarecer o mistério da necessidade e da ubiquidade lógica, sem subscrever, de um lado, o puro platonismo (a lógica radica num mundo de idealidades autónomas), de outro o puro nominalismo (a lógica é um fenómeno puramente linguístico). O que esse ensaio tem de notável é que, se por um lado desassombra o suposto carácter inefável da lógica, por outro ajuda a precisar a noção de transcendental.

A análise de J. E. da Silva parte da consideração das *proposições* e dos *factos*, partindo das seguintes teses: 1. as proposições são signos no emprego assertórico; 2. um facto é uma proposição verdadeira; 3. factos e proposições são interdependentes, i.e., não podem existir um sem o outro, pertencem-se mutuamente; 4. os factos são intemporais e a-espaciais, não são entidades empíricas; 5. entre factos vigoram relações de implicação

lógica, de acordo com as regras de inferência respectivas; 6. para “existirem”, proposições e factos têm de ser exprimidos, só existem “incarnados”⁷⁶; 7. proposições e factos reportam-se ao mundo, percepcionado ou pensado e “dizem-no”; não se reportam a si próprios nem são criados pelas linguagens; 8. o que torna uma proposição num facto (i.e., numa proposição verdadeira) é uma relação interna, relação cujos termos não subsistem senão nela mesma: o que torna verdadeira a proposição “há um gato a apanhar sol no parapeito da minha janela” é efectivamente haver um gato a apanhar sol no parapeito da minha janela; ou seja, uma proposição torna-se um facto quando se verifica que o estado de coisas descrito na proposição corresponde a um estado de coisas ou a um evento no mundo, percepcionado ou pensado.

Até este ponto, as teses não sugerem qualquer problema maior. Ele surge quando as proposições passam a referir-se a entidades não empíricas, a algo não directamente observável, não se podendo portanto recorrer à oitava tese, à correspondência entre um estado de coisas descrito e um estado de coisas observado. Tal é o caso das proposições lógicas e matemáticas. Não podendo fazer-se uma correspondência empírica, é necessário um instrumento que permita, não obstante, verificar a sua verdade ou falsidade. E esse instrumento existe: é a lógica. Mas onde vai a «*verdade lógica*» buscar os fundamentos da sua certeza e da sua necessidade?

Se não nos conformarmos com a tese da inefabilidade da lógica, i.e., de que ela se mostra mas não se diz, tese com a qual o próprio Wittgenstein não se conformou, e se, como J. E. da Silva rejeita, não considerarmos inteligíveis as hipóteses de que ela radica num coração obscuro do mundo, ou em elucubrações de mecanismos mentais indivináveis, ou na existência de um mundo autónomo de idealidades auto-subsistentes ou, finalmente, no uso convencionado e nominal de signos, temos então de trazer a lógica ao plano da concretude.

A proposta de J. E. da Silva para iluminar o enigma assenta numa clarificação ontológica, a qual (ainda que o autor não o faça), pede que regressemos à ontologia relacional que Leibniz postulava: a categoria ontológica fundamental é a da relação, ou seja, da acção. Melhor ainda, da *inter-acção* entre elementos. Em detrimento da ontologia substantivista, será mais frutuoso pensar segundo a dinâmica do verbo, da «*apetência para a mudança*» dizia Leibniz. Observo o gato deitado no parapeito da

⁷⁶ «Para tomarmos consciência do mundo e dizê-lo, temos de factualizá-lo ou proporcionalá-lo, o que equivale a dizer que não há forma de saltar para lá das proposições e aceder directamente a um mundo de dados brutos, aprendido sem qualquer interferência do pensamento, da inteligência e da acção dos homens» [Silva, 2010, 92].

minha janela e vejo um gato e digo “este gato”: substantivo-o. Todavia, sei que “este gato” é a relação conexa e orgânica de átomos, moléculas, contínuas trocas orgânicas e fisiológicas. Ou seja, o substantivo «gato» idealiza ao mesmo tempo que torna objectiva uma miríade relacional de elementos. Estou consciente disso e, todavia, tal não impede que lhe chame «gato» e que pense nele como um todo. Este gato substantivado é, portanto, um ideal. Falar do seu carácter ideal parece um tanto absurdo, mas menos absurdo todavia do que referir-me-lhe como uma certa relação entre genes, moléculas, o meio ambiente, etc. Tenho diante de mim um ser formado, auto-organizado, subsistente e com uma certa extensão espaço-temporal. Por isso chamo-lhe gato. Mas este mesmo gato, assim tomado, é um ideal, uma entidade que substancializo na unidade «gato». J. E. da Silva chama a atenção para o ponto fulcral: quando deixamos de nos focar na ontologia substancialista, somos encaminhados para a ontologia relacional que lhe subjaz. Mas como prescindir do substancialismo é bizarro – porque quando me refiro ao gato refiro-me ao todo orgânico que resulta de uma quantidade inesgotável de processos, de relações – torna-se muito claro que mesmo diante das substâncias mais concretas e corriqueiras – «este gato», estamos, na verdade, diante da *objectividade do ideal*. Este gato é o resultado de uma constante e necessária acção processual interna e, estou, sem nada de assombroso ou mágico, diante de um ideal objectivado: *«o ideal está aí, encarnado nas coisas palpáveis, visíveis e audíveis com que lidamos todos os dias, nos utensílios, nas casas, nas notas de banco, nos móveis, etc. Ele aparece aí como se fosse a alma das coisas, como o exprimido em todo o processo de representação, como algo de incorpóreo, só apreensível pelo espírito, conferindo a tudo aquilo em que encarna uma espécie de dupla realidade, uma natureza sensível-suprasensível que acresce à sua materialidade nula. Negar esta realidade, que é toda a realidade da cultura, é praticar uma filosofia de avestruz. [...] A tentativa de reduzir tudo o que existe à materialidade dos corpos particulares, individualizáveis no tempo e no espaço, é um empreendimento votado irremediavelmente ao fracasso e completamente inócuo em relação ao idealismo. E, o que é pior do isso, fecha a porta à interrogação fundamental: o que é esse insubstancial substante? Como será possível despojá-lo da sua natureza fantasmagórica? Como se constitui o ideal e qual o seu tipo de existência?»* [Silva, 2010, 100].

Acabámos de ver como Husserl se empenhou na objectivação do ideal. Ora, esta via de investigação assenta então justamente em observar, com naturalidade, a objectividade do ideal a partir da concretude do ideal, que se manifesta tanto neste gato como na $\sqrt{2}$.

O ideal, advoga J. E. da Silva contra o idealismo platónico naquele mesmo espírito husserliano, não carece de um plano meta-físico para existir, nem é uma elucubração da mente: não precisamos ficar «*espartilha[dos] entre a hipostáse das entidades abstractas e o reducionismo empirista e nominalista*». O ideal existe objectivamente «*no mundo da cultura, no uso do simbolismo governado por regras, no seio daquilo a que Hegel chamava o Espírito Objectivo, nos produtos do discurso e da acção humana. É aí que o ideal encarna nos corpos, anima os signos e se impõe à consciência e à vontade de cada um de nós, como regras que seguimos na nossa prática quotidiana, como preceitos legais, como regras da gramática dos nossos discursos e também como leis da lógica e da matemática*» [Silva, 2010, 102].

Sobressai então a questão de monta: como se constitui o ideal e qual o seu tipo de existência? Porque, em certa medida, parece que aquela noção de ideal convertia tudo em elementos ideais, o que equivale a dizer que nada é ideal. No sentido do idealismo filosófico, concordamos que tudo é ideal porque tudo o que percebemos, sentimos, pensamos, é coado pelo filtro da constituição subjectiva. E quanto a isso, em linha com Kant, parece-me impossível ter acesso directo, no sentido de não-mediado, às coisas: o sujeito é, antes de tudo mais um aparelho percepto-cognitivo e esse aparelho é sempre uma forma de mediação (coisa que a própria teoria quântica constatou ao verificar que a simples presença do observador interfere no experimento). Portanto, o acesso directo aos fenómenos eles próprios é um mito. A percepto-cognição nunca é pura, e Wittgenstein debruçou-se sobre as suas impurezas, p. ex., nos *Últimos escritos sobre a filosofia da psicologia*. Em MS 169, §94, Wittgenstein concebeu a indissociável relação entre a apresentação de um fenómeno e a aparelhagem cognitiva que a capta: «*o aspecto parece pertencer à estrutura da materialização interna*» [Wittgenstein, 2007, 263]. Recorrendo ao próprio Wittgenstein, não creio que esta advocação viole os termos da análise de J. E. da Silva. Assim é porque nunca se cai na subjectivação, num regime de engendramento privado do ideal. Recorde-se que a tese de J. E. da Silva defende que o ideal é objectivado. E isso porque ele conhece uma condição universal de constituição: o *sentido*, lição husserliana fundamental. Para compreender o papel do sentido e a sua definição, regresso então ao raciocínio de J. E. da Silva.

Quanto ao papel constitutivo da lógica enquanto suporte das conexões entre elementos e ao seu dispositivo-chave, o sentido, o autor avança as seguintes teses: 9. a lógica é um sistema puramente normativo; 10. a lógica só contém proposições verdadeiras e

contradições; 11. todas as proposições da lógica são tautologias; portanto, o papel da lógica é ocupar-se dos casos em que as proposições lógicas não são tautologias. “Se o gato está vivo, então o gato está vivo” é uma tautologia; “Se não é verdade que o gato não está vivo, então o gato está vivo” reveste a forma de uma inferência – onde se usam as regras de inferência determinadas pelas leis lógicas – e resulta numa verdade lógica; é com estas proposições, suas relações e regras de inferência que a lógica tem de ocupar-se; 12. as normas, ou regras, da lógica não têm conteúdo descritivo, mas estritamente normativo: o significado dos seus operadores é constituído pelas regras. A lógica não tem objecto determinado, e por isso se aplica a todos os objectos; 13. são as regras de inferência que são leis do pensamento; as regras de inferência constituem o significado dos operadores e não o contrário. O significado da palavra “não” constitui-se pelo uso de determinadas regras que especificamente conduzem à negação; se outras regras forem escolhidas, a palavra “não” passa a ter outro significado; 14. a lógica não tem qualquer fundamento numa realidade empírica ou supra-empírica, pelo que nem tem que as descrever, nem ser validada por elas; 15. a génese da lógica é uma questão indiferente à própria lógica e à sua validade; 16. as regras da lógica não são derivadas de coisa nenhuma: a lógica é completamente autónoma porque é auto-regulada.

A décima sexta tese apresenta a pedra-angular desta proposta teórica: *«as leis da lógica – que são regras –, são rigorosamente autónomas, tanto em relação à realidade empírica, como em relação a qualquer mundo transcendente de entidades supra-empíricas»* [Silva, 2010, 106]. Em que consiste esta autonomia? Na não-representatividade da lógica. A lógica não representa nada, não tem conteúdo informativo; ela simplesmente regula e atribui normas a um sistema. J. E. da Silva põe todos os esforços no sublinhar desta ideia. A lógica consiste no estabelecimento de regras e na regulamentação do emprego correcto dessas regras. São essas regras que determinarão o significado das proposições feitas dentro do sistema. Mas, em si, essas regras não representam nada. Elas só oferecem condições de significação. É nesse sentido que em 1854 Bernhard Riemann se queixava, no preciso momento em que lançava os fundamentos de um novo sistema geométrico (i.e., de um novo conjunto de regras que fundavam uma nova geometria) de que embora os geómetras soubessem perfeitamente operar com as regras da geometria euclidiana, pouco sabiam sobre o espaço no qual ela operava. E não é a geometria a *ciência do espaço*? Riemann estava a descobrir que a geometria euclidiana era *arbitrária*⁷⁷, e que a sua arbitrariedade

⁷⁷ Uso aqui o termo *arbitrário* num sentido wittgensteiniano que J. E. da Silva ajudará a clarificar.

resultava da escolha de um determinado sistema lógico-formal. Todavia, o sistema lógico-formal pouco nos permitia dizer acerca do seu fundamento, do conceito de espaço que lhe era intrínseco. E é por isso que Riemann se viu forçado a estudar o conceito de espaço por detrás da geometria euclidiana – e não as regras da geometria euclidiana – para perceber que esse sistema não era o único possível. A autonomia da lógica afere-se pela sua auto-suficiência e independência. Mas a autonomia da lógica é também o garante da validade lógica. Os postulados e os axiomas da geometria euclidiana são válidos dentro do sistema autónomo que a geometria euclidiana configura. Mas, no limite, os postulados do sistema lógico são definições arbitrárias, as quais não se podem fundamentar. Ou melhor, podem, mas isso em nada interfere com a natureza lógica do sistema que sobre eles se edifica: *«a racionalidade só pode vir ao mundo porque há coisas que não carecem de explicação. A ideia de que existiria uma cadeia infinita de razões não é susceptível de justificar coisa nenhuma: uma busca indefinida de fundamentos, por debaixo de fundamentos, sem que jamais se atinja o solo firme, representa, segundo creio, a mais perfeita definição de irracionalidade»* [Silva, 2010, 110-111]. No limite, conduz-nos à metalógica, das quais os teoremas da incompletude de Kurt Gödel são emblemas. Mas a estrutura lógica, independentemente da sua fundamentação, está salvaguardada, porquanto sejam definidas as regras de inferência desse sistema. Contra o logicismo, J. E. da Silva conclui pela interdependência das leis lógicas: *«demonstramos e inferimos de acordo com as leis da lógica, não demonstramos as leis da lógica. As proposições da lógica formam um sistema em que todas se situam no mesmo plano; não há proposições mais primitivas do que outras. É por isso que, dentro de um sistema formalizado, a escolha dos axiomas é arbitrária, qualquer proposição lógica podendo funcionar como axioma em determinado sistema e como teorema num sistema diferente. A ideia de derivar, por inferência, uma lei lógica de uma outra constitui um contrasenso. As leis lógicas não se seguem umas das outras; estão todas interligadas»* [Silva, 2010, 112].

Chegamos assim à ideia fundamental: a lógica é auto-regulada, sendo o único princípio dessa auto-regulação a produção de sentido e isso com respeito a cada domínio linguístico ou a cada sistema de jogos de linguagem. Será então estranho pensar o transcendental como o domínio da auto-regulação com vista à produção de sentido?

Porém, a auto-regulação diz-nos algo mais importante, algo que nos leva a crer que a lógica não pode ser o próprio transcendental, o elemento absoluto, primitivo, primevo.

É que a lógica emana do sistema que regula, mas o sistema que regula só se constitui graças à lógica. Ou seja, nesta concepção relacional entre lógica e sistema sobressai a evidência de que a lógica só se funda com relação a. Se, como Husserl bem notou, a lógica tem de ser fundada como campo de análise ontológica, ela não tem precedência ontológica em relação ao próprio sistema que regula. Portanto, releva a constatação de que não só será porventura um erro procurar transcendentais monistas como “lógica”, como também a constatação de que o transcendental deve ser sempre já um tecido complexo, formado por muitos e diferentes fios. Numa análise da conferência de David Hilbert, *Sobre o infinito*, surpreendente porque dá àquele propalado nominalismo vazio desse matemático a consciência de que a lógica, ainda que tratando de símbolos e regras, tem de reportar-se sempre a algo que a alimenta e transcende, que portanto não está dado nela própria, Petitot chamou a atenção para essa insuficiência da lógica admitida por um dos grandes formalistas lógicos: *«uma condição de possibilidade do uso das inferências lógicas e da eficácia das operações lógicas é a de que algo esteja já dado à nossa faculdade de representação [...], que certos objectos extra-lógicos concretos sejam intuitivamente presentes, enquanto experiência imediata precedendo todo o pensamento. Para que as inferências lógicas sejam fiáveis, é preciso poder percorrer completamente estes objectos em todas as suas partes, e é preciso que isso seja doado com eles imediatamente na intuição, como algo que não pode ser reduzido a outra coisa e que nem requer redução, o facto de que eles se apresentem, que eles sejam diferentes uns dos outros ou que se sigam uns aos outros por concatenação. Essa é a posição filosófica de base que considero ser requerida para as matemáticas. [Aí], o que consideramos são os signos eles próprios, cuja forma [a que se reportam] é imediatamente clara e reconhecível»* (Hilbert apud [Petitot, 2009, 15])^(LII).

A ontologia do transcendental é relacional, e a lógica pode ser uma estrutura gerativa fundamental, pode ser a parte decisiva da regulação das relações de um qualquer sistema, mas para que surja uma lógica é necessário haver elementos. E, no caso do mundo, esses elementos são sempre dados pelo próprio mundo. Consequentemente, a lógica é parte do transcendental, mas não deve ser o transcendental, pelo menos na sua componente ontológica. E, nas muitas dificuldades que esta constatação encerra, há uma convicção que releva: o transcendental é intersecção, é compósito, e, consequentemente, um pensamento sobre o transcendental deve ser um pensamento sobre um sistema e sobre os entrelaçamentos onto-genéticos desse sistema. E, se é que tal sistema fundamental e estruturante existe, continuará a excitar as nossas tentativas de

compreensão e a incitar ao aperfeiçoamento da trama da rede metafísica com que tentamos capturá-lo. E a consciência pode ser o plano do acesso epistemológico, mas a ontologia do transcendental, como me parece que Serres bem viu, só será acessível penetrando na mistura indelaplável em que o mundo se exprime.

§93. Nesta primeira parte procurei, a partir dos pensamentos de Serres e de Husserl legitimar e reactualizar o projecto de um pensamento sobre o transcendental, enfocando-me no matemático e no geométrico em particular. Com a incursão pelo tema da origem da geometria, penso que ficam claros dois pólos indelapláveis do problema do transcendental geométrico. Com Serres, enfoquei as pedras-de-toque que conduzem à tematização do transcendental geométrico a partir da ideia do logos do universo *a-subjectivo*, e à necessidade de superar as aproximações antropomorfizantes, nomeadamente as do programa moderno, de fazer corresponder esse transcendental às estruturas cognitivas humanas. Com Husserl, a tematização da consciência *intersubjectiva* e do eu puro levam a constatar que o Homem está dotado de acessos privilegiados ao transcendental, nomeadamente a partir dos seus empreendimentos científicos e metafísicos; porém, no limite, esse empreendimentos têm um correlato objectivo: o mundo e suas estruturas fundamentais. Mundo (ou universo) e sujeito (ou consciência) relevam como dois pólos cuja dinâmica – o «*ponto intermédio*» numa expressão de Lévi-Strauss que encontraremos adiante –, é uma evidência e uma constante a observar e a preservar. A escolha de um ou do outro como acesso metodológico e metafísico nunca pode procurar erradicar ou apoucar o seu antípoda. Mostrei que, embora anti-subjectivista, o pensamento de Serres reconhece o sujeito, na figura da sua inteligência, como agente filtrante e inteligibilizador do logos do mundo; e mostrei que, embora idealista, o pensamento de Husserl está profundamente vinculado ao mundo e à vida, à história e às suas dinâmicas.

Como tal, estou convicto de que estas incursões ajudam a compreender e a redefinir acessos ao amplo transcendental geométrico, quer ele seja apreciado do ângulo da sua inerência ao mundo, quer do ângulo da sua inerência à consciência humana. Porque tanto para Serres como para Husserl a relação do Homem com o mundo radica numa imanência onde não há cisões. Expondo os dois espectros do problema entrevê-se melhor a vastidão do seu intervalo, o ponto intermédio da relação e do entrosamento do sujeito com o mundo na constituição do conhecimento matemático.

PARTE II

*Do transcendental geométrico à matematização da percepto-cognição: os
esboços inaugurais de Platão e de Immanuel Kant*

Capítulo III

O inatismo da geometria e as fecundas ideias platônicas para os projectos de geometrização da percepto-cognição

§94. Na primeira parte desta dissertação ocupei-me com a reaproximação ao projecto do transcendental geométrico e com a recolha de pedras-de-toque que enunciem alguns dos seus principais pontos de ataque. Nesta segunda parte vou considerar dois pensamentos do transcendental e as aberturas originais que, nessa linha, trouxeram à hipótese de matematização, em particular de geometrização, da percepção e da cognição humanas. A escolha de Platão e de Immanuel Kant fundamenta-se no carácter original, problemático e porém rico das suas ideias e projectos. A riqueza de algumas dessas ideias será posteriormente projectada e desenvolvida na terceira parte deste estudo com a análise de duas teorias contemporâneas.

O tema do transcendental, tomado como condição de possibilidade, liga-se intimamente à noção de *a priori*, àquilo que antecipa, prepara e ante-predica; e tal noção é congénere da noção de *inato*. A relação entre transcendental e inatismo é sensível logo quer na praxis do ensino da geometria, quer na transversalidade de noções geométricas, aquele «núcleo quase invariante que os antropólogos encontram nos colectivos sem qualquer influência exterior» de que Michel Serres dava conta [OsG, §129, 125].

Num relatório de 2002 para o Centro de Investigação de Educação Matemática do Reino Unido, Taro Fujita e Keith Jones [Fujita, Jones, 2002] abordavam a clássica dificuldade no ensino da geometria, i.e., a mediação entre os dois termos da «natureza dual» desta ciência: o «domínio teórico» e a «experiência prática» [id., 384]. Dizem os autores que a geometria está no cruzamento de duas tendências do espírito, uma para a concretude, ligada à percepção e à vida, a outra para a abstracção, independente do dado empírico. Pensar como fazer esta mediação é importante, advogavam os autores, para o sucesso do ensino deste ramo da matemática: ou ligando-o a problemas práticos que decorrem da própria manipulação do espaço e das formas, ou enveredando pela via estritamente formal, privilegiando a lógica e afastando-se de elementos empíricos, vedando e negando a intuição empírica. O relatório faz referência a um conceito de Wittgenstein em *O Livro Azul* [Wittgenstein, 2008, 113], através de Charles Godfrey: o de «olho geométrico» <geometrical eye>. Na apropriação de Godfrey (tanto quanto me

parece, com pouco em comum com o que Wittgenstein concebe sob esse conceito) o «olho geométrico» traduz uma disposição natural que leva a que da percepção e manipulação de elementos geométricos se tirem consequências *inteligíveis*, i.e., se apreendam propriedades lógicas que não estão dadas neles de modo imediato mas latente (Husserl mostrou o que isso pode significar). Apreender essas propriedades possibilita um desligamento das figuras desenhadas: sintetizam-se noções abstractas a partir de imagens concretas, o que se traduz na compreensão intuitiva de relações que a geometria consagra nos seus teoremas. Os autores do relatório expõem o conceito de olho geométrico assim: «a capacidade de ver propriedades geométricas destacarem-se de uma figura»⁷⁸. Assim formulado, parece que o *olho geométrico* procura descrever a *objectivação do ideal*, i.e., o momento em que uma certa propriedade puramente inteligível se destaca de um dado e é convertida num objecto próprio, que a linguagem e o pensamento procuram apreender, p. ex., num conceito ou num substantivo.

Os autores, matemáticos e professores, sublinham que o problema de compreender esta passagem do concreto ao abstracto em geometria persiste mesmo após as reformas no ensino da geometria no início do século XX (em boa parte consequência da transformação que a descoberta das geometrias não-euclidianas operou sobre a compreensão da geometria como *ciência do espaço físico*), subsistindo não tanto como problema matemático ou de método matemático, mas como problema «psicológico» (termo dos autores); eu acrescento: subsiste dentro do problema filosófico da *abstracção*. Como é que, de elementos geométricos regulares dados, somos capazes de deles extrair relações e verdades propriamente geométricas, sem que elas tenham sido antes exibidas ou ensinadas?

§95. Recuo alguns milénios para considerar a abordagem original deste tema. O conhecimento da geometria remonta pelo menos à civilização mesopotâmia⁷⁹. Esse conhecimento propagou-se e expandiu-se até à notável sofisticação que alcançou com a civilização grega. Só com ela se formularam dois dos primeiros grandes problemas da epistemologia matemática: *qual a origem* das idealidades geométricas e *como se presentificam* ao espírito humano? Respeitando à sua origem, são criadas por nós ou têm realidade autónoma? Em relação à sua presentificação, como são alcançadas, como chegam à intuição e ao pensamento humanos?

⁷⁸ Godfrey, *The Board of Education Circular on the Teaching of Geometry*, Mathematical Association, in *Mathematical Gazette*, nr. 5, 1910, p. 197, (apud [Fujita, Jones, 2002, 385]).

⁷⁹ Vide, p. ex., [Anglin, 1994, 7-11], [Boyer, 1991, 23-42], [Cajori, 1919, 4-8], [Serres et al., 1995, 25-72], [Tabak, 2011a, 6-7], [Vasconcellos, 2009, cap. 3].

O diálogo platônico *Ménon* é talvez a primeira obra na literatura ocidental a formular explicitamente a seguinte hipótese (e a argumentar a seu favor): pertencerá o conhecimento geométrico a um domínio de conhecimentos inatos? A célebre passagem onde um jovem escravo, provavelmente sem instrução, realiza a duplicação do quadrado sob condução de Sócrates [MN, 82a-85b, 74-90], foi escrita com vista a demonstrar que as verdades geométricas se apresentam espontaneamente ao espírito porque ele contém-nas no modo inato. Numa tentativa de definição de *virtude* <ἀρετή>, é acerca dela que o próprio Ménon apresenta três hipóteses a considerar: «ó Sócrates, *podes dizer-me uma coisa: a virtude tem possibilidade de ser ensinada? Ou, então, não é susceptível de ser ensinada, mas possível de ser adquirida pelo exercício? Ou não é adquirível pelo exercício, nem possível de aprender-se? E, então, aparece, por natureza, nas pessoas, ou de outra maneira qualquer?*» [MN, 70a, 41, sm]. *Ensino, aquisição e posse inata* são as três modalidades que Ménon sugere para a obtenção de ideias. A pergunta de Ménon é oportuna, pois Sócrates quer explorar o caso de ideias que impõem forçosamente o seu carácter inato, i.e., nem são ensinadas nem adquiridas por qualquer outro meio. A sua tese é a de que elas pré-existem na alma humana enquanto formas puras e universais. A passagem da duplicação do quadrado será a pedra-de-toque para a sustentar.

Para validar a existência de ideias inatas, Sócrates chama um dos escravos de Ménon e desafia-o a duplicar um quadrado com a área de quatro pés. O jovem escravo é escolhido sob o critério de não ter tido instrução em geometria. Apesar disso, conhece noções como a de “quadrado” ou de “quadrúplo”, sabe multiplicar números inteiros, afirma que é possível duplicar uma figura, e reconhece que o esquema que Sócrates desenhou no chão é apenas uma instanciação particular de uma figura ideal [MN, 82c, 76]. Todavia não sabe o nome da linha que une os ângulos internos de um quadrado, a diagonal. Porém, mesmo sem ter sido ensinado, o escravo é capaz de acompanhar o raciocínio de Sócrates e dar-lhe assentimento. Isto, segundo a convicção socrática de que, durante o exercício, não lhe ensinou nada. Fê-lo apenas relembrar conhecimentos que o próprio já possuía, embora estivessem esquecidos.

§96. Logo à partida, Platão parece sugerir que a falta de terminologia para nomear certos elementos geométricos não impede a realização de raciocínios que os envolvam, sugestão problemática, pois implica a autonomia entre linguagem, conceptualização e raciocínio. O raciocínio não se conduz sempre com conceitos que,

de um modo ou de outro, têm contrapartida na língua natural? Não são os mais puros formalismos elevados sobre definições precisas numa linguagem?

Um estudo de Stanislas Dehaene revelou que a ausência de terminologia matemática não afecta a capacidade de raciocinar matematicamente. Dehaene e os colegas [Dehaene et al., 1999], focando-se no caso da aritmética, distinguem-se dois modos de raciocínio, segundo a sua relação com a linguagem e com o resultado de estudos de imagiologia da actividade cerebral: ao primeiro, os autores chamaram raciocínios *exactos*, ao segundo *aproximados* [id., 971]. O que constataram é que os raciocínios aritméticos envolvidos na resolução de problemas exactos estão directamente ligados à linguagem e a processos de associação de palavras; já os raciocínios aritméticos que envolvem apenas aproximações são independentes da linguagem e baseiam-se em intuições de grandezas e quantidades, ligadas à intuição espacial e visual. A observação do córtex cerebral revelou que os lobos parietais, ligados à síntese visual e espacial, eram particularmente activados nos raciocínios aproximativos; no caso dos raciocínios exactos, a actividade do córtex era mais intensa no lobo frontal inferior, em geral correspondido com associações verbais. Parece então que o pensamento aritmético envolve conceptualizações independentes da linguagem em casos aproximativos e representações baseadas em conceitos formulados numa linguagem verbal para os casos exactos. Ao revelar a existência de diferentes tipos de representações mentais envolvidos no pensamento aritmético o estudo fortifica a sugestão platónica: mesmo sem o domínio técnico (i.e., formalizado em conceitos linguísticos) de noções matemáticas, é possível desenvolver raciocínios aproximativos com outro tipo de representações de natureza espacial, os quais envolvem uma actividade representativa do cérebro em áreas consideradas mais primitivas na evolução deste órgão.

Tal traz também nova luz a uma engenhosa passagem do *Ménon* que Michel Serres finamente analisa [OsG, §§243-255, 235-251]: quando o escravo revela dificuldades em indicar o elemento do quadrado a partir do qual se deve extrair o quadrado com o dobro da medida, Sócrates diz-lhe «*se não quiseses fazer contas, indica-nos, ao menos, de qual linha se forma*» [MN, 84a, 84]. I.e., não possuindo o conhecimento formal linguístico para o número correspondente à medida da aresta do novo quadrado, que é um número irracional correspondente à medida da diagonal, Sócrates exorta o escravo a pensar espacial e intuitivamente e que aponte no desenho o segmento de recta correspondente à medida desse número. Parece portanto que Platão identificou desde

logo a distinção e a colaboração entre um possível raciocínio exacto de tipo linguístico e um raciocínio aproximado de tipo visual/espacial. No caso do escravo, a intuição espacial parece abrir caminho a uma compreensão que ainda não está linguística e formalmente estabelecida.

§97. Mas como é que objectos ideais e respectivas relações, que na sua pureza característica nunca são dados à percepção humana, se tornam intuitivos? Se no *Ménon* o problema subsume numa discussão acerca da *aprendizagem*, ele continua a enquadrar-se, em geral, no cerne da Teoria das Ideias ou das Formas. Para Platão, as ideias não se ensinam nem se aprendem: a alma humana conhece-as de antemão; na vida terrena só são lembradas, pois a passagem do plano incorpóreo ao corpóreo provoca o seu esquecimento. O alicerce é mítico, pela imortalidade da alma e sua transmigração. Como tal, o conhecimento dessas entidades ideais e suas relações não seria adquirido nem ensinado: reactiva-se um contacto passado com essas entidades (onde a alma pôde conhecê-las) tornado presente por rememoração (*anamnese* <ἀναμνησις>). Em cada nova existência corpórea, o supremo objectivo do Homem deve ser reactivar, recordando, esse conhecimento, de modo a que ao tornar-se sábio se subtraia à roleta das encarnações e alcance a comunhão duradoura com as Formas perfeitas, imateriais, eternas [MN, 81c, 73]. Este é, como se sabe, o panorama do transcendental platónico.

Ora, em primeiro lugar, o elemento mítico presente nesta resposta não deve obliterar o problema fundamental: há um tipo de afirmações, respeitantes a um âmbito de objectos ideais, que se impõe ao espírito como *evidentes* e *verdadeiras*. O problema era conseguir explicar como adquirem essa evidência aguda que transportam.

Em segundo lugar, não me parece arbitrário que Sócrates escolha um exemplo geométrico para sustentar a sua tese da rememoração de um conhecimento prévio, ainda que não reclame as verdades geométricas como um domínio particular ou exclusivo de conhecimentos inatos. Elas subsumem num âmbito de conhecimentos mais vasto, o das Formas, onde cabem as restantes idealidades da matemática, ideias morais, estéticas, etc. Mas, e embora Platão não faça esta especificação, parece que as verdades geométricas se impõem com particular certeza ao espírito de quem as alcança, ou de quem conduz raciocínios que as envolvam. Para Platão, a geometria é o cânone do uso do raciocínio lógico, e as operações com os elementos da geometria assentam no uso do raciocínio puro; esse, ao ser seguido, desvela os seus próprios caminhos. Portanto, o

aspecto central da *evidência* (e a *certeza* de que ela se faz acompanhar) que se gera nos raciocínios geométricos é talvez o aspecto que interessa Platão e lhe levanta questões epistemológicas difíceis. Porque embora o jovem escravo não saiba realizar a duplicação do quadrado, assim que ela é feita à sua frente torna-se-lhe imediatamente evidente com uma certeza que não deixa margem para dúvidas. Essa evidência acompanha-se de um sentimento do *ter sabido* prévio.

§98. Três pontos orientam o problema da duplicação do quadrado e a evidência com que ela se impõe ao espírito do jovem escravo: 1. é mais que provável que o jovem escravo seja analfabeto e que não possua conhecimentos de geometria. Sócrates pergunta apenas a Ménon se o escravo «*é grego e fala grego*» [MN, 82b, 75]. Platão sublinha este aspecto porque é o sustentáculo da tese: se o objectivo é rememorar, é importante interpelar alguém que não tenha presente o conhecimento que se quer reactivar. É a capacidade de acompanhar o raciocínio de Sócrates que dá conta da espontaneidade com que as ideias geométricas se lhe apresentam ao espírito; 2. a duplicação do quadrado não é uma operação intuitiva. A técnica que ingenuamente ocorre para obter um quadrado com o dobro da área de um quadrado dado (duplicar a aresta, ou acrescentá-la de metade da sua medida original) redundava em erro. O escravo sabe multiplicar números inteiros; contudo, não lhe ocorre que entre o número 2 e o número 3 haja um número, para o caso, o número que representa a medida da diagonal de um quadrado cuja aresta meça 2 pés; 3. as verdades geométricas impõem-se pela sua evidência. O que força a imposição? Platão oferece três respostas explícitas, quer no texto, quer no quadro do seu pensamento: a) a alma já ter tido conhecimento delas num outro plano onde pôde contactar com as Formas, ou Ideias, elas próprias; b) a natureza da geometria não se reporta às coisas empíricas e devenientes, mas a uma estrutura ideal, imaterial, congénere da verdade, na qual essas coisas participam, podendo a alma (que já contactou com as ideias puras) alcançá-la (i.e., a Geometria é composta de ideias, por isso a sua natureza comunga dos demais objectos ideais albergados pela teoria platónica das Ideias); c) essas evidências podem ser demonstradas logicamente, i.e., alcançadas por raciocínio, e isso justifica a certeza com que se acompanham.

Em rigor, não é o escravo quem executa a duplicação do quadrado, mas sim Sócrates, que vai desenhando figuras no chão e pedindo a aprovação do jovem, interpelando-o quanto à correcção dos seus procedimentos ou pedindo-lhe que faça cálculos aritméticos

simples para confirmar os passos da operação que realiza. A prova de que o jovem não sabe realizar a duplicação do quadrado é Sócrates conduzi-lo por tentativas iniciais que resultarão em erro: se o rapaz soubesse fazer a duplicação do quadrado, provavelmente identificaria logo estas primeiras tentativas como erradas. Assim, demonstra-se que o jovem à partida não conhece a solução do problema, despista-se o modo intuitivo da duplicação como solução e, realizando a correcta duplicação, exhibe-se a evidência da solução ao espírito do jovem. Por tentativa e erro, Sócrates quer tornar a resolução do problema clara ao escravo, quer que ele anua inequivocamente ao resultado.

§99. Platão estabelece assim uma distinção entre a aplicação de um conjunto de técnicas “standard” para resolver um problema (o uso de um algoritmo) e, falhando as técnicas “standard” e posto diante de hipóteses “não-standard”, reconhecer que outra técnica de resolução poderá estar correcta, a partir da constatação de uma evidência⁸⁰. O rapaz não consegue, com as técnicas que conhece, resolver o problema; porém, dirigido por Sócrates, um novo método de resolução aparece-lhe como inequívoco, os passos da resolução são claros e não deixam dúvidas quanto à sua correcção. É o problema do “tornar-se evidente” que é transversal à passagem. Ao querer ensinar, Sócrates demonstra que não houve de facto ensino porque foi o movimento intelectual do jovem escravo, ao assistir à evidência que se engendra conforme o exercício é resolvido, que catalisou a solução. Se, como contribuição para a teoria platónica da pedagogia, a passagem defende que o bom ensino é aquele que tem a capacidade de levar o aluno a reencontrar-se com um conhecimento que ele próprio já possui (justificando o método maêutico de Sócrates), mais interessante é que esse reencontro culmina na apresentação do ensinado como evidente, quase como sendo algo que “desde sempre se soube”.

⁸⁰ Michel Serres, em *As origens da geometria*, dedica uma leitura a esta passagem que a expande muito para além do inatismo. Segundo Serres, Platão está aí a confrontar duas visões da matemática: a “velha” matemática pitagórica dos números inteiros, e a emergência da “nova” matemática, contemporânea de Platão, dos números irracionais. O escravo segue sempre a resolução do problema a partir da consideração e multiplicação de números inteiros, quando na verdade a resolução passa por um número irracional. Serres associa o pensamento do jovem escravo ao pensamento algorítmico, i.e., aquele que se rege por aplicações de fórmulas e métodos standard de modo automático. Se a medida da aresta do quadrado é de dois pés e é pedido ao escravo um quadrado com o dobro da área, ele começa por duplicar a medida da aresta. Verificando que obtém um quadrado de área quatro vezes maior, experimenta de seguida usar uma aresta cuja medida é de três pés, confirmando que também esse método não lhe dá o resultado procurado. A este pensamento algorítmico, arcaico, Platão apõe Sócrates como representante de um novo conhecimento geométrico que despreza o automatismo dos algoritmos. A passagem é, para Serres, emblema do choque entre as velhas técnicas matemáticas e a sofisticação da nova matemática. Usando os termos de Pascal, entre *esprit géométrique* e *esprit de finesse*. O escravo testemunha «a categoria em que se classifica a antiga ciência: na categoria da infância, da ignorância e da servidão, no âmbito do concreto em relação ao abstracto» [OsG, §245, 242].

Mas porque é que as evidências da geometria se apresentam ao espírito com o seu carácter apodíctico, sobretudo quando falamos de objectos ideais que os sentidos nunca experimentaram porque a realidade empírica nunca os exibiu; que, sobretudo, se impõem mesmo quando não tinham sido antes ensinadas? Ora, a tese do inatismo sustenta justamente que certo tipo de conhecimentos existem em nós à partida, dispensando ensino ou geração. Platão terá desenvolvido esta hipótese conforme as suas meditações epistemológicas mais o confrontavam com tipos de conhecimento cuja génese empírica era difícil de conceber. Objectos ideais que nenhum objecto do mundo físico incarna enquanto tais, pelo que, em certo sentido, são categorias vazias de conteúdo físico correspondente. Isto porque, por um lado, a linguagem natural engendrava um crescente campo de abstracções que a experiência não reificava (ideias de *belo*, de *bom*, de *bem* são exemplos clássicos). Por outro lado, matemáticos e geómetras gregos não paravam de arrancar resultados às suas idealidades cuja evidência lógica só era tangível no próprio espírito humano. É neste quadro que o *Ménon* formula o problema decisivo: existirão conhecimentos inatos? Platão não duvida: o escravo acompanhou o raciocínio de Sócrates porque possuía conhecimentos inatos de geometria. Bastou despoletar o fio lógico que une esse conhecimento para que cada ideia, uma a uma, fosse recordada, se presentificasse e tornasse clara ao espírito.

§100. Platão faz propostas interessantes. Por um lado, a de que a geometria se reporta a um campo de idealidades que não é necessário ter antes manipulado ou acerca delas ter sido instruído para que ao primeiro contacto se tornem intuitivamente claras. Certas figuras empíricas remetem-nos para esse campo de idealidades: Sócrates desenha no chão a figura grosseira de um quadrado, um *σχημα*, representando uma outra figura perfeita que só no espírito se presentifica. Por outro lado, essas idealidades conformam-se à lógica quando as manipulamos em raciocínios (é pela aritmética que se demonstra a correcção da solução de Sócrates). I.e., existe um certo tipo de objectos ideais que, embora a realidade não incarne, contêm características intrínsecas que concordam com as estruturas do nosso pensamento, sobretudo com a sua lógica. Esta comunidade entre aquilo a que o pensamento pode “assentir” mas os sentidos não podem apreender, convenceu Platão da existência de um âmbito de objectos inatos, transcendentais porque nos precedem e sucedem, os quais têm de algum modo de estar presentes no nosso espírito de antemão, pois não se concebe modo sensível de alcançá-los.

Platão põe na mesa quase todos os grandes problemas filosóficos que envolvem as entidades matemáticas: o que são as idealidades matemáticas? Que natureza têm? Qual o modo e o plano da sua existência? Como chegamos a elas? Em que se funda a necessidade das conclusões dos raciocínios que as envolvem?

Talvez por isso o escravo de Ménon se tenha tornado emblema da hipótese do inatismo do conhecimento geométrico e dê o mote a dois estudos experimentais conduzidos por Stanislas Dehaene com indígenas da tribo amazónica Mundurucu (ou Mundurukú), um de 2006 [Dehaene et al., 2006], o outro de 2011 [Dehaene et al., 2011b].

Os Mundurucu estão bastante abrigados do contacto com as culturas ditas “desenvolvidas”. Mais importante, não aprendem geometria na escola e não possuem na sua linguagem a vasta maioria da terminologia geométrica que as línguas das culturas “desenvolvidas” conhecem. Oferecem portanto um plano excelente para testar e compreender a espontaneidade do surgimento de noções geométricas e o papel quer da linguagem, quer da exposição cultural a objectos “geometrizados”. *Leit-motiv* de ambos os estudos, o escravo platónico sugeriu a problemática e é a sua hipótese de fundo que os resultados confirmam: «*Os nossos experimentos [...] oferecem indícios de que o conhecimento geométrico surge nos Homens independentemente da instrução, experiência com mapas ou instrumentos de medição, ou domínio de uma linguagem geométrica sofisticada. [...] Sob [a] franja de variação cultural, a compreensão espontânea de conceitos geométricos e mapas por esta remota comunidade humana [Mundurucu] fornece indícios de que o conhecimento geométrico fundamental, tal como a aritmética básica [...] é um constituinte universal da mente humana*» [Dehaene et al., 2006, 384]. O estudo de 2011 clarifica a condição para alcançar esse conhecimento: «*desde que os conceitos abstractos relevantes sejam exemplificados por situações concretas*» [Dehaene et al., 2011b, 9786].

Ambos os estudos foram conduzidos pela mesma equipa de investigadores e compreenderam indígenas de ambos os sexos, crianças e adultos. Em ambos usaram-se grupos de controlo para comparar o desempenho dos Mundurucu com indivíduos de culturas “desenvolvidas”.

O estudo de 2006 interessou-se pelo surgimento de noções geométricas fundamentais <core concepts>, altamente abstractas (como *conectividade, fechamento, paralela, secante, simetria...*) e pela interpretação de mapas. Interessa-me o primeiro caso, o surgimento das noções geométricas. Foi proposto aos participantes Mundurucu um

conjunto de exercícios não verbais, nos quais lhes era pedido que identificassem, entre grupos de seis imagens, a imagem que não pertencia a cada um dos grupos. A identificação das imagens “intrusas” teve, em seis dos sete grupos de exercícios testados, níveis de correcção acima dos 50%⁸¹. A correcta identificação das figuras intrusas em cada exercício implicava que os indivíduos fossem capazes de, entre figuras diferentes, encontrar uma característica comum a cinco dessas figuras que uma sexta figura não partilhava. Ao exercício subjaz uma forte pressuposição: para que se encontre o elemento comum é preciso que na mente do indivíduo haja a emergência de uma propriedade que apenas cinco das seis figuras partilham. Husserl, acerca da noção de abstracção, ajudou-nos a compreender porquê: se não houver a compreensão de uma *species abstracta* comum às várias figuras, não se pode forjar uma noção de igualdade às quais, nas suas diferenças, elas são aproximadas. Ora, os autores do estudo desenharam-no de forma a que a natureza dessa propriedade fosse geométrica e, como tal, não se trata da identificação de uma diferença *visual* óbvia ou trivial (uma figura aberrante entre outras pela cor, dimensão ou orientação); trata-se sim da instanciação de uma propriedade abstracta sob a qual algumas dessas figuras se podem categorizar. Se essa propriedade não for apurada, não é possível identificar a imagem intrusa. Nesta síntese do comum desse diverso está implicado o desvelamento de uma propriedade geométrica, e isso parece-me livre de controvérsia. Tenho dúvidas de que, apesar da sua identificação, ela seja compreendida como uma “propriedade geométrica” em sentido formal, pois os participantes do estudo não estão familiarizados com o conceito geral de geometria, nem com as condições que uma geometria deve preencher. Portanto, parece-me que há aqui uma intuição proto-geométrica. E acho verdadeiro que as sínteses da detecção de propriedades estruturais (figurais, lógicas), feitas correctamente, possam estar na base da compreensão daquilo que vêm a ser propriedades geométricas, desde que a experiência perceptiva ofereça suficientes casos para a sucessiva detecção dessas propriedades e seu encaixe em padrões ou categorias. Aplicando a teoria husserliana, podemos dizer que os exemplos visuais alavancam a intuição categorial de uma forma abstracta que, uma vez apreendida, se torna o eixo da análise (da teoria, da “grelha para ver”) das figuras, permitindo assim identificar a figura que não tem essa propriedade.

⁸¹ Os exercícios envolvendo noções topológicas tiveram um valor médio de respostas correctas de 76%, os de geometria euclidiana de 84%, os de figuras geométricas 79%, os de simetria 67%, os de quiralidade 56%, os de propriedades métricas 62% e finalmente, com o valor mais baixo, os de transformações geométricas 35%. O tempo médio de resposta aos exercícios foi de 25 segundos [id., 2006, 311].

Assim, esta primeira abordagem aos Mundurucu ofereceu, segundo os autores, pedras-de-toque para sustentar três convicções envolvidas no problema geral da origem das noções geométricas: 1) os princípios conceptuais da geometria são inerentes à mente humana, pois indivíduos sem conhecimento técnico de geometria conseguem intuitivamente reconhecer alguns dos seus conceitos fundamentais. Confrontados os resultados com os do grupo de controlo (crianças e adultos americanos), constatou-se que as crianças e adultos Mundurucu tiveram desempenhos iguais aos das crianças americanas, embora o desempenho dos adultos americanos fosse significativamente superior ao dos adultos Mundurucu (reflectindo, sugiro eu, o efeito da instrução geométrica?); 2) os resultados dos exercícios feitos propuseram uma ordem descendente de “intuitividade”: conceitos topológicos; conceitos de geometria euclidiana; figuras geométricas básicas; simetrias; propriedades métricas; transformações geométricas; orientação; 3) as intuições geométricas deverão talvez assentar *«numa imposição espontânea de relações conceptuais estáveis sobre dados sensoriais variáveis e imperfeitos»* [Dehaene et al., 2006, 311].

§101. O estudo de 2011 procurou aprofundar esta espontaneidade das noções geométricas, pondo agora a ênfase em conceitos e construções de geometria sobre o plano euclidiano e sobre a esfera. Propondo problemas simples, exemplificados em esquemas concretos, os autores constataram que os Mundurucu eram capazes de raciocinar “intuindo” conhecimentos geométricos e noções abstractas que não possuíam formalmente. Mais interessante: constataram que os Mundurucu eram capazes de adaptar as intuições tidas nos raciocínios sobre superfícies planas a problemas análogos onde a superfície era esférica. Daí a noção-chave do título, “intuições flexíveis” *<flexible intuitions>*. Não só as intuições geométricas parecem surgir espontaneamente, como, uma vez alcançadas, se flexibilizam: *«os adultos e crianças Mundurucu atingiram desempenhos quase-perfeitos no plano e também adaptaram as suas respostas às propriedades da superfície esférica»* [Dehaene et al., 2011b, 9785].

Diferentemente do teste de 2006, no de 2011 os exercícios são verbais e por isso cada indivíduo foi acompanhado por um intérprete até um computador onde um investigador lhe mostrava um mapa no ecrã. Foram então colocadas questões como as seguintes: *«isto é um lugar onde a terra é plana. Nunca acaba. [...] Aqui estão dois caminhos nesta terra plana. [...] Não te esqueças que a terra é completamente plana [...] e que*

os caminhos são muito direitinhos [...] e seguem por muito tempo. [Primeira questão, mostrando o lado direito] *Os caminhos cruzam-se deste lado?* [Segunda questão, mostrando o lado esquerdo] *Os caminhos cruzam-se deste lado?* [Terceira questão] *Mesmo que sigam até muito longe?»* [id., SI, 4-5].

Blocos de questões como esta, que apelam a noções como *paralelismo* de duas linhas rectas numa superfície plana de extensão infinita, foram respondidas com uma taxa de correcção de cerca de 95% no universo de indivíduos questionados. Além de terem sido seleccionados indivíduos sem conhecimentos formais de geometria, a língua Mundurucu não tem vocabulário para a vasta maioria das noções geométricas, a de *paralela* entre elas. Questões análogas foram colocadas para o caso em que a superfície era esférica. Aí, a taxa de correcção revelou-se inferior, ainda que alcançasse os 73%.

Os dois grupos de testes incidiram sobre a *intuição de linhas* e sobre o *conhecimento intuitivo de triângulos*. Ambos continham questões quer para o plano euclidiano, quer para a superfície esférica. Procurava-se, por um lado, confirmar se há preferência pela planeidade e pelas intuições que se vinculam aos axiomas geométricos euclidianos; por outro, se as intuições tidas sobre o plano euclidiano eram vertidas directamente para a superfície esférica, ou se os Mundurucu reconheciam a diferença e as adaptavam. Os exercícios, embora simples, envolviam noções que não são dadas em nenhuma intuição empírica, requerendo portanto significativo grau de abstracção (*ponto, linha, ângulo, paralelismo* ou *espaço infinito*, noções para as quais, sublinho, os Mundurucu não possuem sequer vocabulário). Por isso os investigadores tiveram de sugerir, na terminologia disponível, analogias com objectos e situações de navegação no espaço (p. ex., para a esfericidade, a ideia de *bolas*; para a infinitude do plano, a analogia com o poder caminhar em frente *para sempre*, etc.; vide anexo ao artigo “Supporting Information, SI” [id., 3]). Surpreendentemente, os indivíduos alcançaram essas noções, intuíram-nas: *«as respostas dos participantes mostraram que eles conceptualizaram o plano como infinito, como quando afirmaram que é possível desenhar uma terceira paralela a duas linhas paralelas (87.9% de respostas afirmativas) mas que é impossível desenhar uma linha que intersecte apenas uma das duas paralelas (12.1% de respostas afirmativas)»* [Dehaene et al., 2011b, 9785]. Isto permite sustentar, como Platão antes parecia ter proposto, que a inexistência de educação geométrica formal e de linguagem técnica não impedem o acesso espontâneo a intuições de geometria e a raciocínios que as envolvam. Ou, dito de outro modo, o acesso às noções geométricas é espontâneo.

§102. Esta constatação parece encerrar algo trivial. Por um lado porque por muito remota que seja uma cultura humana continua a ser uma cultura de indivíduos *inteligentes*. Por outro porque quando numa cultura que domina a ciência geométrica se introduzem as crianças às primeiras noções de geometria euclidiana, conta-se exactamente com essa capacidade de apreender intuitivamente entidades abstractas para nelas forjar a evidência de noções como *ponto* ou *linha recta*. Nesse sentido, uma criança nascida numa cultura “desenvolvida” não está em situação equivalente à de um elemento da tribo Mundurucu? Bom, a linguagem quotidiana das culturas “desenvolvidas” está eivada de termos geométricos e qualquer criança em idade pré-escolar sabe o que é um quadrado ou um cubo e fala de pontos ou de linhas; de igual modo, desde tenra idade estas crianças são estimuladas a brincar com objectos cujas formas são geometrizadas, assim como a sua paisagem visual é rica em geometrias depuradas. Consequentemente, a relevância deste estudo assenta, a meu ver, em dois pontos: o primeiro, tratar-se de uma cultura sem conhecimento geométrico (embora, tendo alguns dos Mundurucu acesso ao estudo da aritmética e da geometria, foram seleccionados apenas indivíduos que não tinham sido expostos a esses estudos), quer tecnicamente, quer no vocabulário; o segundo, tratar-se de uma cultura pouco exposta a artefactos “geometrizados”. Embora este segundo aspecto não seja posto em evidência no estudo, é de grande importância, pois a familiaridade com objectos geometrizados pode revelar-se decisiva para a exemplificação de conceitos abstractos. Por isso se realizou um outro estudo com a tribo africana Himba, o qual analisarei adiante.

O que o estudo de 2011 veio confirmar, confrontando os resultados dos elementos da tribo Mundurucu com os dos grupos de controlo (franceses e americanos) é que, apesar das profundas diferenças culturais, não é possível identificar diferenças assinaláveis na capacidade de intuir noções geométricas. O acesso à geometria parece assentar em disposições humanas espontâneas e trans-culturais, quer ao nível perceptivo, quer ao nível cognitivo. Na discussão dos resultados, os autores indicam a seguinte «sugestão» propiciada pelos dados: *«juntos, os resultados de ambos os testes sugerem que a geometria euclidiana, tanto quanto diz respeito a objectos básicos como pontos e linhas no plano, é um universal trans-cultural que resulta de propriedades inerentes da mente humana conforme ela se desenvolve no seu meio natural»* [Dehaene et al., 2011b, 9785]. Ou seja, a geometria euclidiana não é apenas mais «simples», «intuitiva» ou mais

«cómoda» que outras geometrias; no limite da hipótese, o sistema perceptivo humano *impõe* sobre a percepção do espaço uma arquitectura euclidiana, talvez por afinação evolutiva e conjuntural. Portanto, intuições elementares de geometria euclidiana podem ser encontradas antes de qualquer educação formal. Não obstante, tais intuições euclidianas são flexibilizadas quando um novo tipo de superfície é proposto.

§103: → Apêndice IV, p. 477.

§104. Na mesma linha de estudos experimentais, o relatório de investigação *Representação da figura em indivíduos de uma cultura com exposição mínima a artefactos regulares simples* [Biederman et al., 2009], consolidou ideias acerca de possíveis características universais na percepção de formas e figuras, as quais têm aspectos geométricos como principais componentes. O relatório contribui para a confirmação experimental da teoria de *Reconhecimento-por-componentes* (*Recognition-by-components*, *RBC*), que analisarei na parte III deste estudo, proposta e desenvolvida por Irving Biederman a partir da segunda metade da década de 1980. De resto, Biederman é um dos autores do relatório e do estudo de que ele dá conta.

No essencial, a teoria de Biederman propôs que o fenómeno da rápida percepção e representação humana de objectos assentasse na detecção de formas elementares, às quais chamou *géons* (<*geometric ions*>, iões geométricos), grosseiramente isomorfas a sólidos euclidianos. Recebendo o estímulo visual de um objecto, diferentes áreas do córtex cerebral procederiam à sua segmentação em partes, cada uma das quais sendo correspondida com um dos vários géons, agilizando assim o reconhecimento do objecto e facultando elevada economia percepto-cognitiva. Os géons seriam formações memorizadas (activações de padrões neuronais) assentes na recorrência de um conjunto de aspectos estáveis nas figuras dos objectos, às quais certos neurónios seriam particularmente sensíveis. Um desses aspectos é a existência de propriedades não-acidentais nos objectos (<*non-accidental properties*>, *NAP*), i.e., propriedades que não sofrem alterações visuais significativas conforme muda o ponto-de-vista a partir do qual o objecto é observado; pelo contrário, mantêm-se estáveis perante a variação do ponto-de-vista. Um dos garantes dessa estabilidade é, p. ex., a existência de linhas rectas nas figuras: mesmo mudando o ângulo ou a orientação, as linhas que definem a figura continuam a ser rectas; o mesmo não acontece, p. ex., com linhas curvas, cujo grau de

curvatura, e consequentemente a figura, sofrem alterações consoante muda o ponto-de-vista sob o qual é observada. Biederman quis então fazer o elenco de todas as propriedades não-acidentais e tomá-las como uma base estável para o eficaz reconhecimento de um objecto, qualquer que seja o ponto-de-vista a partir do qual é observado. Veremos que são estas propriedades não-acidentais que ditam o elenco de géons que a teoria de Biederman estabeleceu. A relação entre a teoria e a susceptibilidade a propriedades não-acidentais é de primeira importância. Em larga medida, tem de confirmar-se a preferência perceptiva dirigida para as propriedades não-acidentais dos objectos para que o elenco de géons de Biederman seja justificado.

§105. Uma das debilidades da teoria prende-se com a hipótese da sua validade ficar limitada a artefactos manufacturados, em cujo fabrico entra, desde logo, algum tipo de esquematização geométrica, pois encerra óbvia circularidade: os objectos manufacturados seriam sintetizados geometricamente porque também são construídos segundo regularizações geométricas (um pacote de leite é um paralelepípedo, uma caneca um cilindro e a sua asa um toro, etc.). Era então necessário despistar até que ponto a imersão numa paisagem rica em objectos geometrizados (como são as paisagens dos países ditos desenvolvidos) afectou e afecta a susceptibilidade a essas propriedades geométricas, as não-acidentais em particular.

Assim, Biederman estudou as áreas do córtex visual procurando compreender a especialização de cada tipo de células nervosas na decomposição das propriedades das figuras e constatou que as propriedades não-acidentais (p. ex., a rectidão ou a orientação das linhas) tinham maior peso no reconhecimento das formas do que tinham as propriedades métricas. Restava então compreender até que ponto a exposição sistemática a objectos manufacturados podia influir nesta afinação neuronal para as propriedades não-acidentais ou se, pelo contrário, era essa preferência que ditava a sintetização “geometrizada” das figuras dos objectos tal como Biederman defende.

O estudo em causa ocupou-se com isso. Os investigadores foram testar as suas hipóteses junto de uma comunidade humana onde a exposição a objectos manufacturados é, e tanto quanto se sabe sempre foi, mínima. A tribo semi-nómada Himba está espalhada pelo território da Namíbia e, nos acampamentos mais remotos, encontram-se indígenas cujo contacto com os objectos e formas geometrizadas comuns nas culturas “desenvolvidas” é residual. Assim, não estando expostos à geometrização que

caracteriza a realidade artefactual de outras culturas, é de crer que se também entre os Himba houvesse preferência pelas propriedades geométricas não-acidentais das formas, então essa preferência deveria corresponder a um aspecto da arquitectura cerebral humana. Os autores recordam que *«o ponto em exame não é se contornos rectos versus contornos curvos, ou contornos paralelos versus contornos não-paralelos estão presentes, em diferentes modalidades nos ambientes Himba versus ambientes do mundo-desenvolvido. Assumimos que não há diferenças em tais modalidades. O ponto é sim se a possibilidade para [apreender] contrastes directos fornecida por objectos simples afecta a sensibilidade a essas diferenças»* [Biederman et al., 2009, 1438]. I.e., um maior contacto com objectos “geometrizados” influi na sensibilidade a propriedades não-acidentais? Mais ainda, *«os indivíduos de uma cultura com exposição limitada a artefactos do mundo desenvolvido possuem os mesmos tipos de representações da forma que as evidenciadas pelo sujeito típico do laboratório imerso em artefactos?»* [ibid., 1437]. Isto tendo em conta que, tal como os Mundurucu, também a linguagem dos Himba, o Herero, é pobre em vocabulário quer para as figuras geométricas, quer para as características das figuras.

§106. Sem me debruçar minuciosamente sobre os detalhes, o resultado do estudo igualou o desempenho entre os Himba e os estudantes norte-americanos do grupo de controlo: *«os Himba não diferiram de indivíduos que vivem naquele que é, indiscutivelmente, o mais artefactual dos ambientes (Los Angeles). Especificamente, a reduzida exposição dos Himba a artefactos regularizados e a ausência de termos simples para formas na sua linguagem (a) não resultou numa sensibilidade reduzida (em comparação com estudantes da USC [University of South California] a propriedades não-acidentais e (b) não produziu uma diferença na sensibilidade à variação física»* [Biederman et al., 2009, 1442].

Estes dados conduziram os autores a hipóteses análogas nestes três estudos. Hipóteses que tocam o coração daquilo que pode ser outra possível apresentação do transcendental geométrico: a articulação entre as nossas disposições perceptivas e a afinação que delas faz um mundo que é sempre fundamentalmente o mesmo. Edificar-se-à a espontaneidade geométrica sobre o acordo entre a estrutura espacial e figural de um mundo onde estamos desde sempre imersos e a nossa arquitectura cognitiva? Pois se não, como explicar o efeito aparentemente negligenciável que mais de dois milénios de

conhecimento geométrico, sua transmissão e expansão revelam quando nos voltamos para as culturas que não o têm e cujos indivíduos são, ainda assim, tão capazes de alcançar intuições geométricas como os indivíduos das culturas que as possuem?

§107. É nesta hipótese que o discurso contemporâneo da Epistemologia Evolucionária insiste, quando se debruça sobre os fundamentos empíricos da geometria: por adequação evolutiva, noções proto-geométricas (euclidianas em particular) foram inscritas nos nossos mecanismos percepto-cognitivos. Assim, para Biederman e colegas, a «*codifica[ção] [d]a forma por propriedades não-acidentais*», assentará numa arquitectura cognitiva afinada e edificada talvez sobre a longa experiência da observação de objectos em movimento, nos quais são estas as propriedades mais estáveis e que melhor asseguram o reconhecimento do objecto nas suas diferentes apresentações [Biederman et al., 2009, 1442]. Já para Dehaene e seus colegas, retomando a hipótese avançada por Henri Poincaré, «*a mente humana po[de] estar intrinsecamente mais preparada para raciocinar sobre superfícies planas, talvez porque as superfícies planas são computacionalmente mais simples [...] ou porque são encontradas com maior frequência nos ambientes de navegação*» [Dehaene et al., 2011b, 9786]. Daí se induz a espontaneidade intuitiva da geometria euclidiana: quer porque é aquela que a navegação no espaço sugere à escala humana, quer porque é computacionalmente mais simples. Tais razões terão levado à sua eleição para a afinação dos sistemas perceptivos e cognitivos. Sobretudo, persiste a dupla convicção sobre as intuições geométricas: elas podem pertencer «*quer ao conhecimento fundamental que herdámos pela evolução*», quer pela «*aprendizagem através das interacções com o meio envolvente*» [ibid., 9784]. Como tal, aferir uma espontaneidade das noções geométricas entre indivíduos sem conhecimentos formais de geometria propõe aos autores uma ideia que me parece estar no coração do problema do transcendental geométrico: «*a geometria euclidiana, na medida em que respeita objectos básicos como pontos e linhas no plano, é um universal transcultural que resulta de propriedades inerentes à mente humana conforme ela se desenvolve no seu meio envolvente natural*» [ibid., 9785], pelo que «*a geometria abstracta pode ser inata, mas emerge apenas após um certo momento do desenvolvimento* [os autores constataram que as intuições geométricas não estão inteiramente configuradas em crianças com idade inferior a seis anos], *ou pode ser aprendida na base de um tipo de*

experiência com o espaço que é tão geral que pode ser encontrado por todos os seres humanos» [ibid., 9786].

Conclui-se destes três estudos que há noções geométricas abstractas que são espontâneas, p. ex., a concepção de objectos infinitamente pequenos (ponto) ou infinitamente grandes (plano euclidiano). Constatou-se também que há raciocínios geométricos que se desenvolvem espontaneamente, sem necessidade de conhecimento formal de noções geométricas, decorrendo apenas do seguimento de aspectos lógicos. Como tal, a presença e espontaneidade de noções geométricas em indivíduos sem conhecimento ou educação geométrica formal encaminha para as seguintes hipóteses: 1. tais noções parecem, ao arrepio da hipótese platónica, ser *inatas*; à luz do pensamento científico contemporâneo, isso equivalerá a dizer que tais noções são afinações percepto-cognitivas resultantes da relação entre a) a estrutura de uma certa porção da realidade, o mesocosmos (vide supra, §§11-12), seus objectos e relações e b) das relações humanas com o mesocosmos e seus objectos; 2. a universalidade de tais noções é índice de uma comunidade figural e perceptual: os seres humanos, independentemente da sua educação ou localização geográfica, apreendem e conhecem noções proto-geométricas de modo fundamentalmente equivalente; 3. esta universalidade entronca na pressuposição de um transcendental geométrico.

§108. Atente-se então no programa da Epistemologia Evolucionária: *«considere-se, por exemplo, [...] uma vespa solitária. A fêmea deposita os seus ovos em pequenas cavidades, provê algum alimento, e sela a câmara. Após nascer, a jovem vespa nunca viu ninguém da sua espécie, e contudo consegue caminhar, voar, comer, encontrar um parceiro, acasalar, encontrar presas, e desempenhar uma batelada de outros padrões comportamentais complexos. Tudo isto é feito sem nenhuma aprendizagem com outros indivíduos. É espantoso perceber que tantos (e alguns deles muito complexos) padrões comportamentais possam ser determinados pelos genes»* (J. T. Bonner, *apud* Yehuda Rav in [Hersh, 2006, 79-80]).

A Epistemologia Evolucionária aplica o pensamento darwinista à percepto-cognição e às actividades epistémicas, tomando os paradigmas da selecção-natural, da mutação e da adaptação, para enquadrar e realçar a importância da cognição na adaptação, desenvolvimento e evolução das espécies; e vice-versa. A ênfase é colocada na dinâmica filogénese-ontogénese: pela filogénese, estuda a evolução morfológica e

funcional, tomando atenção ao papel que os processos de desenvolvimento percepto-cognitivo tiveram na evolução da espécie; pela ontogénese, estuda-se a replicação particular da filogénese em cada indivíduo e o modo como o seu desenvolvimento particular contribui para a filogenia. Como é bom de ver, o elemento em destaque é a afinação epistemológica e a sua dinâmica dual: como ela impulsiona o desenvolvimento bio-fisiológico e, reversamente, como este último molda e faz evoluir a percepto-cognição. A constituição de conhecimento é vista como um processo essencialmente evolutivo, o qual codifica as partes mais vantajosas do conhecimento da realidade e inscreve-as quer nos indivíduos em particular, quer na espécie como um todo, especificamente no seu código genético.

Uma das compreensões mais interessantes fornecidas por este quadro teórico para o ponto em análise é a que foi produzida acerca da noção de *inato*, sobretudo a partir do diálogo que os seus principais autores estabeleceram com o conceito de *a priori* em Kant. A Epistemologia Evolucionária defende a existência de conhecimento inato, e esse conhecimento é, diz-nos Franz Wuketits [Wuketits et al., 1984, 6] no seu segundo postulado para a teoria, «*o resultado da selecção natural; são os produtos de mecanismos selectivos, os quais, entre todos os “produtos iniciais”, favorecem e estabilizam aqueles que melhor se articulam com as condições da existência e sobrevivência*». Vollmer oferece outra formulação: «*uma estrutura é inata se e apenas se for geneticamente determinada*» [id., 80, sa]. Debruçar-me-ei sobre o pensamento de Kant e para já será suficiente dizer que o conceito kantiano de *a priori* compreende o conjunto de predisposições cognitivas intrínsecas ao sujeito que preparam todo o conhecimento possível e que são, por definição, anteriores a qualquer experiência. O *a priori* é o sustentáculo do pensamento transcendental kantiano: o sistema crítico ocupa-se com a análise dos elementos apriorísticos com que o sujeito está capacitado para sintetizar a experiência. E é a existência de tais elementos que determina o projecto transcendental: eles transcendem a experiência no sentido em que a preparam. A especificidade do *a priori* kantiano é que ele não só torna o conhecimento possível, como garante a verdade, a necessidade e a universalidade de certos conhecimentos, nomeadamente daqueles que se fundam apenas e só na aparelhagem transcendental. Esta parte do pensamento kantiano não é subscrita pela Epistemologia Evolucionária. Atenemos na parte que é: «*na medida em que o conhecimento humano é inato, ou geneticamente transmitido, é independente de qualquer experiência individual e ainda assim, em alguns casos, verdadeiro. É ontogeneticamente a priori. E na medida em que*

estruturas cognitivas inatas moldam ou tornam possível, ou constituem, o conhecimento humano, elas são inclusivamente transcendentais no sentido kantiano. Mas mesmo esta informação genética foi adquirida e testada no curso da evolução. É um produto de boas e más experiências durante milhares e milhões de anos. Portanto, é filogeneticamente a posteriori.» [Wuketits et al., 1984, 80-81, sa].

Aquilo que Kant terá encontrado como estabilizações cognitivas, com carácter pré-determinado e absoluto, são, segundo Vollmer, o resultado de milénios de adaptações e mutações ao mesocosmos, a parte do mundo, ou «*nicho cognitivo*» <*cognitive niche*>, ao qual a aparelhagem percepto-cognitiva humana se adaptou optimamente ao nível sensorio e motor. Assim, há então aspectos do *a priori* kantiano que não podem ser subscritos: a ideia de que ele oferece conhecimento *necessariamente* verdadeiro e universal. As adaptações evolutivas são optimais (as melhores possíveis), mas não ideais (perfeitas), i.e., elas revelam-se adequadas à superação dos problemas da existência e sobrevivência, mas estão sujeitas a erro e a margens de inadequação. O que é codificado no genoma são as adaptações que se revelam mais vantajosas numa escala e circunstâncias que, não obstante, dependem da dinâmica de uma realidade exterior. Aberto a essa dinâmica, elas revelam-se falíveis e por isso estão em constante processo adaptativo. Mas aquelas que se revelam sucessivamente mais adequadas persistem e são preservadas e afinadas. Será então esse o caso de certas noções de espaço e a justificação da sua recorrência entre Homens, mau-grado a sua dispersão geográfica e diferenças culturais.

§109. «Platão, ele próprio mestre nesta ciência [a geometria] – ao deparar com uma tal constituição original das coisas (a qual para ser descoberta implica que possamos afastar toda a experiência) e ao deparar também com a faculdade do ânimo que consiste em poder criar a harmonia dos seres a partir do seu princípio supra-sensível [...] entrou num entusiasmo que o elevou, por cima dos conceitos de experiência, a ideias que lhe pareceram somente explicar-se mediante uma comunidade intelectual com a origem de todos os seres. Não é pois de admirar que ele tenha expulso da sua escola os desconhecedores da arte de medir, na medida em que pensava deduzir da intuição pura que habita o íntimo do espírito humano, aquilo que Anaxágoras deduziu dos objectos da experiência e da respectiva ligação final. Na verdade é na necessidade daquilo que é conforme a fins e constituído como se fosse

preparado intencionalmente para o nosso uso, parecendo no entanto convir originalmente ao ser das coisas sem se referir a esse uso, que precisamente se encontra a razão da grande admiração pela natureza, não tanto fora de nós quanto na nossa própria razão» [Kant, CFJ, §62, 278-279].

Se quiser agora passar da investigação sobre o transcendental geométrico à relação entre esse transcendental geométrico e a percepto-cognição, penso que Platão constitui o caso primevo no que respeita ao pensamento da relação entre a geometria, a percepção e a cognição. Uma particular relação, entre a geometria e a conceptualização, foi especialmente sublinhada.

É famosa a veneração e a estima que nutria pela geometria, colocando-a a par com o mais alto nível do conhecimento. No *Teeteto*, Sócrates pergunta a Teodoro: «se aí algum dos jovens presta atenção à geometria ou a outra forma de filosofia» [*Teeteto*, 143d, 189, sm]. Em particular, Platão reconhecia na geometria um método privilegiado para bem conduzir o pensamento, sobretudo o raciocínio lógico – método cujo grande aperfeiçoamento lhe é atribuído (p. ex., [Cajori, 1919, 26]). Kant refere a lenda que garantia ter Platão mandado expulsar da Academia aqueles que não sabiam geometria, e feito inscrever sobre o pórtico de entrada «que não entre aqui quem não souber geometria»⁸². Finalmente, na consideração do supremo artífice como o grande geómetra, aquele que «geometriza eternamente». Num significativo passo do *Górgias* que já citei, ecoam as palavras com que Sócrates repreende Cálicles e que atestam a visão platónica da geometria como *uma lei suprema*, à qual estão sujeitos tanto mortais como imortais (vide supra, §33). Ora, além do *Ménon*⁸³, há outros dois diálogos onde Platão se debruça sobre a relação entre geometria e conhecimento: na *República* e no *Timeu*. Neste último, essa relação é expandida e experimentam-se, de modo notável, os vínculos entre geometria, percepção e cognição.

⁸² «*Ἀγεωμέτρητος μηδεις εισίτω*», atribuído a Elias Philosophus, in *Aristotelis Categorías Commentaria* (*Commentaria in Aristotelem Graeca*, A. Busse, ed. Berlim, 1900, 118.18), *apud* [Heidegger, 1993, 254];

⁸³ Na possível relação entre geometria e génese conceptual, o diálogo platónico sobre o tema da constituição dos conceitos que mais auspicioso podia parecer, *Crátilo*, não apresenta qualquer consideração. Com efeito, embora o problema discutido no *Crátilo* seja a constituição e adequação dos nomes, o facto é que não são apenas nomes próprios que são discutidos, mas também conceitos qualitativos. Embora seja um ponto controverso, em meu entender a noção de «nome» é, no *Crátilo*, equivalente à de conceito, e para o sustentar basta seguir o próprio raciocínio platónico. A formação do nome é congénere da formação do conceito pois, afirma Platão, o nome «*é um certo instrumento que instrui e discerne a essência*» [CR, 388c, 88], constituído observando a coisa ela-própria, (a *ideia*, ou a «*forma natural*» <*εἶδος*>, p. ex., a «*lançadeira em si*») [id., 389b, 90]; o nome é a capacidade de «*colocar [esta] forma em letras e sílabas*» [id., 390e, 91].

§110. A *República* apresenta dois passos fundamentais para compreender aquela concepção que Platão herdou dos pitagóricos e que levou mais longe: a matriz do sensível é o inteligível puro ou, dito de outro modo, a realidade física é a *imagem* <εικων>, a concretização sensível, de uma realidade matemática. Na passagem que prepara o plano para a *alegoria da caverna*, começada em [RP, 509d, 310 e ss.] e continuada em [526a, 334 e ss.], Sócrates pede a Glauco que imagine a existência de dois soberanos, o *Sol* <ἥλιος> e a ideia de *Bem* <αγαθος>, respectivamente reinando sobre o *mundo visível* <ορατον> e sobre *a espécie e o mundo inteligível* <τὸ μὲν νοητοῦ γένους τε καὶ τόπου>. Pede-lhe então que represente estes dois planos como uma mesma linha dividida em duas secções desiguais, uma cabendo ao visível, a outra ao inteligível, dividida porém de acordo com uma proporção comum, e finalmente que estes segmentos mais pequenos sejam divididos em dois novos segmentos, proporcionais à sua clareza ou obscuridade: trata-se de uma célebre metáfora geométrica, a *analogia da linha*⁸⁴. No plano do visível os dois segmentos são: um, as *imagens* (sombras, reflexos na água e em superfícies de textura polida, densa ou brilhante); o outro, tudo o que é equivalente a imagens (seres vivos e artefactos). No plano do inteligível, os dois segmentos são divididos assim: um, diz respeito àquilo que a alma investiga, e que no primeiro segmento do sensível foi tomado como imagens ou imitações, partindo de *hipóteses* <υποθέσεων> para obter conclusões; o outro segmento diz respeito às coisas equivalentes no segundo segmento do plano sensível, as quais a alma investiga partindo de hipóteses, mas desta vez não atingindo conclusões, antes *princípios absolutos* <ἀρχῆς ἀνυπόθετες>, as *ideias*, dispensando imagens.

Para melhor esclarecer o seu ponto, Sócrates serve-se do exemplo da geometria: quer estabelecer o método de investigação que permite passar do estudo dos sensíveis concretos para os inteligíveis que lhes estão na raiz, a saber, por meio de uma dedução que exhibe evidência e universalidade a todos comum. Ou seja, quando os géometras propõem «o par e o ímpar, as figuras, três espécies de ângulos» [RP, 510c, 312], assumem estes elementos, tomando-nos como universais. E, na sequência do raciocínio que sobre eles desenvolvem, pressupõem-nos a fim de atingir um certo elemento, digamos uma relação mais primitiva e universal, verdadeira.

⁸⁴ A analogia da linha é detalhadamente analisada, do ponto-de-vista lógico-matemático, nas obras de Paul Pritchard e de Anders Wedberg sobre a filosofia da matemática de Platão; vide [Pritchard, 1995, 89-98] e [Wedberg, 1955, 99-111].

§111. Platão aponta para dois elementos decisivos que a geometria e as ciências da natureza análogas exibem: o primeiro respeita à operação de *abstracção* fundamental que os elementos da geometria impõem ao espírito — abstracção que é uma forma de ver a estrutura mais pura dos objectos e o princípio de uma universalidade ideal (*ideal* porque, de acordo com o pensamento platónico, ela exhibe as próprias *ideias* ou *formas*); remeto para o passo da *República* citado na §58 deste trabalho. O segundo respeita ao método de raciocínio que a geometria exige, a dedução lógica, no seu aspecto mais puro e fidedigno: «*partindo daí e analisando todas as fases, e tirando as consequências, atingem o ponto a cuja investigação se tinham abalançado*» [RP, 510d-511a, 312 sm]. Trata-se do apuramento de um *facto*, no caso geométrico, de um teorema.

Platão, antes de Aristóteles, estabeleceu a *dedução* como o método de raciocínio com a segurança e validade adequadas para a ciência (as quais faltavam tanto à *indução* como à *analogia*). O método dedutivo encontra-se na base de uma das invenções platónicas, o método de *análise*, e está pressuposto nos passos que citei da *República*. São abundantes os exemplos nos seus diálogos; remeto, como ilustração, para o passo do *Ménon* iniciado em [87d, 97-102]. O problema apresentado nesta passagem da *República* diz então respeito ao método de raciocínio que a geometria exercita, a *dialéctica* <διαλεκτική> (o método filosófico de indagar), realizada sobre o estabelecimento de hipóteses⁸⁵, método que procura alcançar universais a partir dos particulares, as formas puras, inteligíveis e eternas, preferindo-as a manifestações individuadas, sensíveis, devenientes, incompletas, *corruptíveis*. Tal método tem a virtude de enunciar relações universalmente estáveis, i.e., uma vez demonstradas e provadas, sempre verdadeiras⁸⁶: «*aprende então o que quero dizer com o outro*

⁸⁵ A noção de *hipótese*, fundamental para o método dialéctico (elemento comum à geometria, à aritmética e à filosofia), está esclarecida num outro passo do *Ménon* que deve ser lido a par com estes passos da *República*: «*Sócrates: [...] eu emprego assim esta expressão “a partir de uma hipótese”, como os geómetras vêem frequentemente a referida expressão. Quando alguém os interroga, por exemplo, acerca de uma figura, “se é possível, dentro deste círculo, aqui, ser inscrita essa superfície triangular, acolá”, qualquer deles responderá: “ainda não sei se essa superfície triangular é de molde a inscrever-se, mas penso ter, a propósito, uma hipótese para a resolução de tal problema: se a dita superfície triangular for tal que, se construirmos uma figura ao longo de uma linha dada da mesma superfície triangular, ela parece-me que fica diminuída de um espaço semelhante ao que teria sido construído sobre a dita linha dada. Assim, parece-me que acontece, por um lado, uma coisa e, por outro, se for impossível acontecer tal coisa, parece-me que sucede outra. Ora eu, ao pôr esta hipótese, quero explicar-te o que acontece à inserção da tal superfície triangular dentro de um círculo, quer seja impossível, quer não.*» [MN, 86e-87b, 96]. A hipótese é uma experiência de pensamento, um elemento provisoriamente tomado para levar a cabo um raciocínio que pode revelar-se verdadeiro ou falso. As hipóteses, ao permitirem levar a cabo diversos raciocínios e averiguar da verdade ou falsidade tanto das conclusões como das próprias hipóteses, purificam o pensamento e o conhecimento. Uma hipótese que conduza a um pensamento evidente, portanto, indubitavelmente verdadeiro, transforma-se num *facto*, num princípio.

⁸⁶ Embora o método de prova em geometria só tenha feito a sua primeira aparição nos *Elementos* de Euclides, há notícia de uma certa consciência da possibilidade de provar alguns teoremas por

segmento do inteligível, daquele que o raciocínio atinge pelo poder da dialética, fazendo das hipóteses não princípios, mas hipóteses de facto, uma espécie de degraus e de pontos de apoio, para ir até àquilo que não admite hipóteses, que é o princípio de tudo [<παντὸς ἀρχήν>], atingido o qual desce, fixando-se em todas as consequências que daí decorrem, até chegar à conclusão, sem se servir em nada de qualquer outro dado sensível, mas passando das ideias umas às outras, e terminando em ideias» [RP, 511b-c, 312-313].

A geometria é, juntamente com a filosofia, o plano onde Platão encontra a possibilidade de investigar hipóteses que revelam princípios, os quais já não admitem dúvida⁸⁷. A filosofia deve treinar-se através da geometria, pois esta oferece um método para alcançar a certeza. Certeza que é um índice do conhecimento verdadeiro da realidade. A geometria, pelo seu método, «obriga a contemplar a essência» <γενεσις> [RP, 526e, 336], os princípios que por ela se atingem são «o conhecimento do que existe sempre» <τοῦ γὰρ ἀεὶ ὄντος ἡ γεωμετρικὴ γνῶσις ἐστίν> [id., 527b, 336], ela «atrai a alma para a verdade e produz o pensamento filosófico, que leva a voltar o espírito para as alturas e não cá para baixo, como agora fazemos, sem dever» [id., tradução adaptada].

§112. Outro passo da *República* [528a e ss., 337 e ss.], valioso enquanto notícia histórica, dá conta do carácter arcaico do estudo da geometria dos sólidos, a *estereometria*, o qual deixava Platão muito insatisfeito. Entre a geometria plana e a astronomia haveria uma «terceira ciência», que, «após a segunda dimensão, [trata] da terceira, que é a dos cubos e a que possui profundidade» [RP, 528b, 338]. A questão da *profundidade* <βαθος>, como aqui se vê e adiante se confirmará no *Timeu*, respeita o problema da tridimensionalidade e está na génese do problema do estudo matemático dos corpos sólidos; à época, a geometria plana tinha já conhecido desenvolvimentos notáveis, mas a geometria que implicava a profundidade, a terceira dimensão, não. É uma notícia de grande valor, pois, segundo este filósofo, acerca dos sólidos só tinham sido levadas a cabo «investigações débeis» [ibid.]⁸⁸.

demonstração lógica, e de métodos de verificação de resultados em algumas tabuinhas matemáticas mesopotâmicas (vide [Boyer, 1991, 61]).

⁸⁷ A noção de hipótese como fundamento do estudo da geometria encontrará o momento de mais intensa problematização no meado do séc. XIX com Riemann, que na investigação das suas hipóteses geométricas retomou a mesma atitude filosófica de Platão, num movimento inédito no pensamento matemático. Remeto para o meu estudo em [Pombo et al., 2011, 91-102].

⁸⁸ Para uma visão panóptica do desenvolvimento da geometria no tempo de Platão, vide [Milhaud, 1900, 157-184]; para a influência da Academia nos estudos de geometria, vide [Tannery, 1887, 130-141].

Em meu entender esta é uma das possíveis razões para que Platão não tenha indagado, com maior fôlego, sobre a relação entre os objectos físicos, tridimensionais e em movimento (ainda que, segundo Platão, o estudo do movimento dos corpos sólidos fosse matéria da astronomia, e teremos que esperar por Aristóteles para pensar a mecânica e a dinâmica), e o seu equivalente *ideal* ou *formal*, a saber, geométrico. Platão não dispunha de uma geometria suficientemente desenvolvida que lhe permitisse problematizar a relação entre as formas físicas e o aparelho perceptivo humano; a geometria plana só podia oferecer um esboço fraco desse estudo. Mesmo com esta insuficiência, Platão ensaia tal hipótese no *Timeu*, ainda que resulte numa hipótese truncada e dispersa na análise dos seus elementos. Platão, não dispondo de uma geometria dos sólidos sofisticada, não tinha ao seu alcance ferramentas para estabelecer analogias geométricas entre o mundo físico, a percepção e a cognição. Se é verdade que, como Kant frisa na passagem citada da §62 da *Crítica da Faculdade de Julgar*, a geometria grega se distingue por ser perseguida sem finalidade prática objectiva e determinada, «sem deixar-se influenciar por perguntas próprias de espíritos limitados, como por exemplo: para que servirá afinal este conhecimento?» [CFJ, §62, 273], a verdade é que Platão, respeitando a autonomia e objectividade das investigações geométricas, apresenta-se desejoso de relacionar esses estudos abstractos dos geómetras com os seus esforços epistemológicos. O carácter puríssimo das idealidades geométricas, a verdade que transportam e os processos anímicos que nela se implicam justifica as possíveis aproximações.

§113: → Apêndice IV, p. 478.

§114. Diferentemente da estrutura de outros diálogos, *Timeu* (que narraria o segundo momento de um longo simpósio, antecedido pela *República* e prosseguido com *Crítias*, diálogo inacabado, e por *Hermócrates*, o qual Platão nunca chegou a escrever⁸⁹) não privilegia uma estrutura argumentativa, configurando-se em lugar disso como o extenso monólogo de *Timeu*, «o mais entendido em astronomia, e o que mais se empenhou em conhecer a natureza do mundo [...], começando pela origem do mundo e

⁸⁹ A localização do *Timeu* no corpus platónico é interpretativa e polémica (vide, p. ex., [Guthrie, 1978, 243] e [Kavanaugh, 2007, 19]). Sigo aqui as interpretações cronológicas de Cornford em [Cornford, 1997, 1-8] e do próprio Guthrie, e julgo que os argumentos estilísticos apresentados por Taylor em [Taylor, 1928, 4] para situar este diálogo entre as obras da velhice são convincentes.

terminando na natureza do homem» [TM, 27a, 91-92]. É sobre o cumprimento deste programa que a obra versa. E, na condição de mito criador, o discurso é vertido sob a égide da legação de um património mitológico antigo, acolhido com a autoridade da palavra divina; o seu questionamento não compete aos ouvintes [TM, 40e, 116]. Todavia, o elemento mitológico não deve ser argumento para caluniar algumas das problematizações mais interessantes acerca das matérias que aqui interessam: a natureza do *espaço*, do *movimento*, da *organização do corpo humano*, da *estereometria* e da *teoria da percepção*. Para Platão, o quadro do problema é o de um universo matemático que, ao ser tornado sensível, materializado, assume *formas*. Releva do *Timeu* o problema central de uma realidade plena de formas, *uma matemática incarnada*. Platão reconhecerá talvez pela primeira vez no pensamento ocidental que o problema das formas da natureza e seus correspondentes eidéticos talvez sejam domínio da geometria.

A criação do Universo é atribuída a um demiurgo <θεος>, um *artífice*, ser supremamente perfeito e bom. Embora discutível, parece-me que o demiurgo é uma entidade de natureza inteligível, e a constituição do Universo é a obra generosa de a si próprio se atribuir um corpo. O universo material é o corpo do demiurgo, o aspecto sensível do qual ele era já a alma, inteligível [TM, 28b, 94-95]). *Timeu* afirma que o demiurgo constituiu o Universo de acordo com formas inteligíveis, *arquétipos* (ou *paradigmas* <παραδειγματα>), modelos perfeitos e eternos. Porém, o próprio universo é ambivalente: ao mesmo tempo que participa do carácter perfeito, eterno e imutável do arquétipo, ele concretiza o sensível, o devenida, o mutável [TM, 29a, 95-96].

O universo timaico não é todavia constituído a partir do nada ou de um vazio prévio. Um certo conjunto de elementos já existia. Para além do próprio demiurgo, outros inteligíveis estavam dados, p. ex, o *Ser* <ουσια>, o *Mesmo* <ταυτον>, o *Outro* <το ετερον>, a *Necessidade* <αναγκη>, a *Harmonia* <αρμονια> (ou a *Proporção*, i.e., a *Matemática*). Mas estavam também já dados alguns sensíveis, os quais serão propriamente os *elementos* <στοιχεια> a partir dos quais o demiurgo forja o universo material: *fogo* <πυρ>, *terra* <γη>, *água* <υδωρ> e *ar* <αηρ>. Estes sensíveis, na base da virtude constitutiva que manifestarão para a criação do mundo, não só guardam entre si relações proporcionais, matemáticas, cuja fertilidade grande parte da obra universal tributará, mas são eles próprios resultado de um substrato matemático, inteligível.

Numa passagem particularmente obscura⁹⁰, sobretudo em termos lógicos (Timeu previne-nos para «*um discurso insólito*» <ἀήθει λόγῳ> [TM, 53c, 140]), Platão afirma que os quatro elementos existiam *como se o deus estivesse ausente*, mas que por sua acção começaram a ser ordenados e configurados «*através de formas e de números*» <οὕτω δὴ τότε πεφυκότα ταῦτα πρῶτον διεσχηματίσατο εἶδεσί τε καὶ ἀριθμοῖς> [id., 53b, 140], i.e., é-lhes atribuída configuração geométrica (*forma* <διασχηματίζω>) e ordenação aritmética (*número* <ἀριθμός>), a qual lhes atribuiu a força criativa que antes não possuíam e que se revelará indispensável para o acto da criação universal⁹¹.

No entanto, para estabelecer e descrever as relações harmónicas entre os quatro elementos, Platão faz um interessante movimento. Afirma ele que «*o fogo, a terra, a água e o ar são corpos*» e que «*tudo o que é da espécie do corpo tem profundidade. Mas a profundidade envolve, necessariamente e por natureza, a superfície; e uma superfície plana é composta a partir de triângulos*» [TM, 53c, 140, sm]. Para tratar da natureza corpórea e das relações admissíveis entre corpos, Platão apercebe-se que tem, antes de qualquer outra coisa, de falar do *espaço* <χωρά> e de *superfícies* <ἐπίπεδος>. O espaço tem um carácter complexíssimo no *Timeu*, é uma espécie de pedra na sandália de Platão⁹². Isso mesmo Timeu já tinha afirmado no seu discurso: existe o *inteligível* (arquétipos) e o *sensível* (corpos), porém: «*há um terceiro género que é sempre: o do lugar* [<τρίτον δὲ αὖ γένος ὄν τὸ τῆς χώρας ἀεί>]; *não admite destruição e potencia um assento a tudo quanto pertence ao devir; é acessível por meio de um certo raciocínio bastardo, sem recurso aos sentidos, a custo credível; é que olhamos para ele a sonhar e dizemos que é inevitável que tudo quanto existe esteja num determinado local e lhe caiba um determinado lugar, e que aquilo que não está em algum sítio da Terra nem no céu não existe*»⁹³ [TM, 52a-b, 137-138, sm]. Ou seja, em relação ao que existe, há uma

⁹⁰ Obscura porque Platão está a inaugurar o pensamento e a inteligibilidade em campos complexos e nada intuitivos. Problemas para os quais não havia sequer aparelhagem conceptual disponível.

⁹¹ É precisamente a partir desta passagem que Claghorn funda a tese de que o conceito de Natureza em Platão corta com a anterior tradição filosófica, aparecendo agora como o domínio da razão; a Natureza já não é o domínio do caos e do acaso, mas sim daquilo que está necessariamente fundado numa lógica e numa causalidade: «*para Platão, a Natureza é o domínio [<world>] da Razão. [...] Tal foi justamente considerado um extraordinário passo na filosofia Grega, pois direccionou o conteúdo da Física da matéria sensível para algo racional*» [Claghorn, 1954, 124-125].

⁹² Sobre este tema, o terceiro capítulo da obra de Keimpe Algra oferece excelente acesso às complexidades da noção de *χωρά* no *Timeu* [Algra, 1995, 72-119]. Para uma análise mais sistemática que coloca o problema do espaço no *Timeu* em diálogo com outras concepções de espacialidade helénicas e sumérias, vide [Casey, 1998, 32-49].

⁹³ É irresistível visitar a *Estética Transcendental*, salvaguardando que a descrição platónica da *χωρά* não depende de nenhum sujeito, tem realidade autónoma, ao passo que para Kant o espaço é uma condição constitutiva do sujeito transcendental: «*o espaço não é um conceito empírico, extraído de experiências externas [...]. O espaço é uma representação necessária, a priori, que fundamenta todas as intuições externas. Não se pode nunca ter uma representação de que não haja espaço, embora se possa*

tripartição originária em função das suas características distintivas: «*o ser* [inteligível], *o lugar* [terceiro género] e *o devir* [sensível] são três coisas distintas» [TM, 52d, 139].

§115. No que respeita ao *lugar* onde o sensível se desenrola, ele é creditado com o papel mediador entre sensível e inteligível⁹⁴, tomando parte nos dois, mas destacando-se ontologicamente de ambos⁹⁵. Ele oferece a possibilidade de existir corporeamente, mas não é um corpo <σωμα>; e, embora não seja destrutível, o que o coloca na categoria dos inteligíveis, parece que a sua *existência* depende da condição de oferecer assento ao corpóreo. Mas os sentidos não o percebem, nenhuma imagem o representa. Só pelo pensamento se alcança, e até por um pensamento complexo, exótico e imaginativo, *um raciocínio bastardo*.

Esta realidade última do *lugar*, da *χωρα*, inapreensível discursivamente, provê todavia de assento as diversas superfícies que constituem os corpos que nele existem. Essas são descritas como elementos geométricos coordenados que configuram a própria matriz dos elementos sensíveis (fogo, terra...): as mais pequenas partículas do sensível, quer as constituintes dos corpos (topologicamente, os aglomerados que constituem a sua superfície), quer as que emanam dos corpos (responsáveis, p. ex., pelos efeitos da percepção humana) são figuras geométricas, *triângulos* <τριγωνα> (p. ex., [TM, 67d, 166-167], imperceptíveis por si, apenas visíveis «*quando reunidos em grande número numa massa consistente*» [TM, 56c, 146]. Estes triângulos, elementos infinitamente pequenos da realidade material, simultaneamente sensível e inteligível, são uma espécie de átomos dos elementos: além de serem os seus constituintes, só dificilmente, por um

perfeitamente pensar que não haja objectos alguns no espaço. Consideramos, por conseguinte, o espaço a condição de possibilidade dos fenómenos, não uma determinação que dependa deles; é uma representação a priori, que fundamenta necessariamente todos os fenómenos externos» [Kant, CRP, A23-24, 64]. Note-se, porém, que Platão aponta para a dificuldade em apreender a noção de espaço ao afirmar que se apreende por meio de um «*raciocínio bastardo, sem recurso aos sentidos, a custo credível*», e que olha-se para ele, *como se se estivesse a sonhar*, como se de uma visão do invisível se tratasse.

Já o caso do *tempo* ocupa neste texto platónico um plano diferente, fragmentado entre tempo inteligível, a *eternidade*, imóvel, indiviso, e o tempo sensível, ou fenoménico, móvel, fragmentado e dependente da realidade corpórea do universo, a «*imagem móvel da eternidade*. [...] *De facto, os dias, as noites, os meses e os anos não existiam antes de o céu ter sido gerado*» [TM, 37d-38c, 109-110]. Ou seja, o tempo tem uma feição inteligível e uma feição sensível, mas não conhece meio-termo, não goza, como o espaço, da propriedade de ser «*um terceiro género*».

⁹⁴ Sobre a relação entre sensível e inteligível no *Timeu* remeto para a notável análise de Eduard Zeller e Rodolfo Mondolfo em [Zeller, Mondolfo, 1974a, 88-186].

⁹⁵ Anne Freire Ashbaugh faz uma análise minuciosa do “terceiro género” no âmbito da teoria platónica das Ideias, na distinção entre *χωρα* e *τόπος*, e no papel mediador da *χωρα* entre sensível e inteligível. Remeto para o seu estudo, em particular [Ashbaugh, 1988, 111-137].

acto de pensamento, se irá além deles («quanto aos princípios ainda anteriores àqueles, conhece-os o deus e aqueles de quem, entre os homens, ele for amigo» [TM, 53d, 141]).

Note-se que estes triângulos-átomos são constituintes da superfície do universo e de todas as superfícies no universo; portanto são os constituintes últimos de todos os elementos que formam as suas estruturas materiais. A *superfície*, que envolve a *profundidade* [TM, 53c, 140], a qual, por sua vez, é uma exigência do que tem ou é *corpo*, é composta por minúsculos triângulos. Consoante a taxonomia geométrica (recto, isósceles ou escaleno), relações entre diferentes triângulos (dependendo da medida dos ângulos) e em diferente número produzem diferentes superfícies (novamente, a proporção matemática, a *harmonia*), que estabelecem a estrutura de diferentes corpos. É sobre este raciocínio que Platão fundamenta a famosa passagem sobre a constituição dos cinco sólidos regulares platónicos [TM, 54d e ss., 142 e ss.], crê-se, base do Livro XIII dos *Elementos* de Euclides.

§116. Porém, a superfície do universo constitui um caso particular nas superfícies, nomeadamente nas dos corpos sólidos. Visto que Platão concebe o universo como uma esfera (à Terra, pela sua dificuldade em mover-se, atribui a forma do cubo, cujas faces quadrangulares são também composições de triângulos [TM, 55d-e, 145]), tal superfície é constituída por triângulos rectângulos, em número indeterminado, num esquema porém afim àquele que formalmente os triângulos adoptam quando compõem os elementos, nomeadamente, o fogo. Na superfície do universo, os triângulos regulares fecham-se num corpo sólido curvo; na superfície da Terra, fecham-se num corpo sólido cujas faces das várias superfícies (seis) são planas, ao passo que nos elementos, no fogo em particular, Platão concebe um esquema de união cujo modelo sólido é a pirâmide (pois tem um vértice muito aguçado [id., 56b, 146], e os elementos do fogo, quando atingem os órgãos sensoriais humanos, causam a impressão de agulhas que espetam).

Timeu fala da relação dos elementos com a percepção humana, o fogo em especial, como podendo afectar os órgãos sensíveis humanos (a visão em particular) com maior ou menor intensidade, em função da agudeza dos vértices dos sólidos que os formam. I.e., diferentes estruturas topológicas traduzem-se em diferentes afecções sensoriais. Retenha-se também que Platão concebe a superfície de todos os corpos sensíveis como uma fina malha composta por triângulos, regra da qual nem o homem é excluído (para a cabeça — morada do intelecto, faculdade mais excelente e afim da natureza divina —,

os triângulos foram moldados com a forma de uma esfera <σφαῖρα>, por analogia entre a faculdade mais excelente e a esfera, a forma mais perfeita; [id., 33b, 44d, 102, 122].

§117. É interessante que Platão pense o fundo do universo material como uma realidade matemática, infinitamente pequena, quase imperceptível, cuja natureza ideal abre contudo para o campo concreto da diversidade material, das formas vivas, da poliformia. Esta ideia tem como fundo a hipótese de que de um conjunto reduzido de elementos geométrico-matemáticos (triângulos e a harmonia numérica que os medeia), se gera um campo infinito de formas possíveis. Sem dúvida que as doutrinas pitagóricas pesam neste diálogo o qual, de resto, é dos que mais tributa os pensadores pré-socráticos (Pitágoras e pitagóricos, Anaxágoras e Empédocles entre os mais salientes)⁹⁶; todavia, o pensamento sobre a diversidade sensível edificado sobre uma magra realidade inteligível alcança aqui força assombrosa, única no pensamento antigo: *«eis as causas por que foram gerados os corpos primeiros e puros; mas quanto ao motivo porque nasceram outros géneros nas suas formas, devemos apontar como causa a constituição dos elementos de cada corpo, pois cada uma delas não foi feita desde o princípio de modo a que o seu triângulo fosse único e de um tamanho só, já que havia uns mais pequenos e outros maiores, com um número de variações tão grande quanto o de géneros que há dentro das formas. Por isso é que, quando esses triângulos se misturam entre si ou com outros, decorre daí uma variedade infinita. Essa variedade deve merecer a atenção daqueles que tencionam fazer uso de um discurso verosímil sobre a natureza* [<ἥς δὴ δεῖ θεωροῦν γίνεσθαι τοὺς μέλλοντας περὶ φύσεως εἰκότι λόγῳ χρήσεσθαι>]» [TM, 57c-d, 148, sm].

Nesta passagem, mundo ideal matemático e realidade sensível são finamente enlaçadas: a diversidade infindável do sensível é um arranjo estrutural de uma colecção finita (e até reduzida) de idealidades matemáticas. A ênfase é posta no arranjo, na *relação estrutural* das idealidades matemáticas. Quem quiser conhecer e discursar sobre a natureza deve conhecer a matemática: quer os seus elementos, quer as relações entre esses elementos. Reversamente, conhecer a natureza, investigar o sensível, é conhecer a matemática, é abrir caminho no inteligível. O impacto deste gesto não está apenas em ser o primeiro; está também em ser aquele que tendo pressentido a relação entre geometria, realidade

⁹⁶ Taylor afirma mesmo que o *Timeu* «é incomparavelmente o mais importante documento que possuímos para a história do pensamento científico inicial grego» [Taylor, 1928, 11].

sensível, percepção e constituição de conceitos, a levou mais longe, como o programa de toda uma epistemologia a desenvolver.

§118. Discutivelmente, pode todavia dizer-se que a geometria era para os gregos uma ciência que pertencia à Terra, à sua dominação através da mensuração⁹⁷; mas Platão converte essa ciência de formas abstractas, ideais, na própria matéria-prima da realidade sensível que antes apenas media. Embora precedido pelo pitagorismo, este pensamento surpreende pela originalidade e amplitude, tanto mais tendo em conta o enquadramento histórico e cronológico; porém, atentando ao corpus platónico, ele surge quase como consequência necessária. Todo o pensamento platónico assenta na dinâmica entre sensível e inteligível, mediada pelo problema da participação de um no outro. Sendo a matemática e a geometria o pico do inteligível (elementos fundamentais da constituição do tríptico *Belo-Bom-Verdadeiro*), era natural que Platão acabasse por procurar neles a matriz do sensível.

Surpreende, de facto, que no *Timeu* (invocando as linhas fortes do pensamento platónico), a realidade sensível, obra do demiurgo, não seja apreciada pelo ângulo da sua pobreza ou da degradação que representa face ao ideal que a originou⁹⁸. O demiurgo constitui o mundo, os deuses, os homens e os animais num gesto generoso e reconhece que esta proliferação de formas vivas a partir dos seus arquétipos (perfeitos porém estáticos, exangues, incorruptos), possui riqueza e dignidade próprias⁹⁹. O universo pensado no *Timeu* é uma espécie de laboratório onde o demiurgo vê actualizar-se a interminável potência produtiva dos inteligíveis, os quais, encapsulados como sementes (para usar uma imagem de Anaxágoras preferida por *Timeu*¹⁰⁰), só revelam a sua espantosa fecundidade quando semeados. De resto, na sua perfeição, os inteligíveis parecem todavia manifestar um anseio pela energia da vida. O demiurgo, um inteligível perfeito e infinitamente bom, quis criar para si o universo como um corpo vivo, animado, bem certo deveniente e sujeito às leis da Necessidade (em particular, a finitude), mas um corpo de infindável poliformia, sempre em regeneração. Claro que é a

⁹⁷ Segundo a interpretação de Tales feita por Serres, Tales é excepção na medida em que terá encontrado na luz solar e na sombra que esta projectou tanto sob o gnómon como sob a pirâmide, uma relação geométrica, o *logos* ou *ratio*, método relacional de mensuração. Com ele a geometria sai da Terra e estende-se ao Universo como linguagem comum [OsG, §§219-227, 203-213].

⁹⁸ Anders Wedberg apresenta em [Wedberg, 1955, 62] um esquema onde esta dualidade entre realidade sensível e inteligível é bem ilustrada para o caso das ideias geométricas.

⁹⁹ Paul Pritchard concorda: vide [Pritchard, 1995, 127-145].

¹⁰⁰ Acerca dessas *sementes* <σπερματα>, homeomerias ou compostos primordiais, postuladas por Anaxágoras, vide p. ex., Simplicio, *Física*, 34, 28 ou [Aristóteles, 1994b, 302a, 495].

alma, a parte inteligível mais semelhante ao demiurgo, a levar a palma no capítulo da excelência e dignidade (e, conformemente com o corpus platónico, a tarefa dos homens é tornarem-se sábios e libertarem-se do jugo do corpo e das sucessivas reencarnações). De resto, todo o universo timaico é concebido como um colossal «*ser-vivo único que contém em si mesmo todos os outros seres-vivos, mortais e imortais*» [TM, 69c, 170; também 30c, 98-99], os quais não existem no modo actual, mas (passo a imperfeição do termo) em potência, pois a Terra, como receptáculo¹⁰¹, é um plano de actualização de possíveis. É Platão quem o diz: «*é necessário que aquele que recebe em si todos os géneros esteja desprovido de todas as formas*» [TM, 50e, 135].

§119. Propus, como uma das grandes originalidades do *Timeu*, o ter-se Platão lançado no projecto de apreender uma inapreensibilidade fundamental, a do *espaço*. Este projecto de inteligibilização passou pelo pensamento sobre as *superfícies*, as quais, não esgotando um problema, constituem um dos seus campos; portanto, pensá-las seria iluminar uma parte do enigma. Assim, vê-lo-emos relacionar diversidade topológica, fisionomia humana e percepção.

Retome-se por um momento o problema do espaço. Se for legítimo equacionar a *χωρα* platónica com uma certa noção de *extensão espacial* (intervalo que, a um tempo, une e separa as coisas, uma espécie de *entre* que não é todavia redutível à superfície que dá assento aos corpos), cuja realidade é congénere tanto da sensível como da inteligível (embora Platão não faça qualquer consideração sobre a criação ou a constituição deste *lugar*, ele parece surgir simples e espontaneamente no acto criativo do demiurgo), a noção mais geral de espaço concebida no *Timeu* surge dotada de características interessantes. Digna de nota é a que tem a ver com a sua estrutura dimensional e a relação privilegiada que o homem estabelece com ela: Platão concebe este espaço como sendo dotado de três dimensões, as quais deduz dos movimentos que nele é possível realizar: para cima e para baixo, para trás e para a frente, para a esquerda e para a direita [TM, 34a, 103-104]. Interessante é que a totalidade destes movimentos possíveis, que são um modo de afirmar e esgotar a estrutura tridimensional do espaço, é apenas concretizada pelo conjunto de seres-vivos que não são nem o demiurgo, nem os deuses, nem os corpos celestes (estes, devido à perfeição que Platão associa ao imutável e ao

¹⁰¹ *Receptáculo* <υποδοχη> é, no *Timeu*, um sinónimo da *χωρα*, e é uma condição fundamental da *γένεσις*, no sentido de *passagem ao ser*. Sobre o assunto, vide [Kavanaugh, 2007, 29-32].

eterno, movem-se o mínimo possível; p. ex., [id., 40b, 114-115]), ou seja, é concretizada pelo conjunto dos homens e dos animais, seres dotados de mobilidade.

Quer isto dizer que a tridimensionalidade do espaço, que está dada de modo absoluto (i.e., Platão não lhe atribui qualquer causa ou razão de ser, nem divina nem natural)¹⁰², é uma experiência fenoménica própria aos seres corpóreos que habitam a Terra e, como tal, sediada na possibilidade de movimento no espaço. O próprio mundo, embora seja dotado de corpo tridimensional, é apenas dotado do movimento de rotação, em torno de si próprio (bidimensional), despojado dos outros movimentos, embora os contenha em si (i.e., os seres vivos que habitam a Terra podem realizar esses movimentos, embora a Terra ela própria não os realize; vide [TM, 34a, 103-104]).

Interessante também, conforme desenvolverei, é que este espaço ou extensão universal não é, em si, *orientado*, devido à forma que Platão lhe atribui, a forma esférica: «*se o universo [<ολοξ>] é todo esférico, tal como acabo de dizer, não faz sentido dizer que um sítio é em baixo e outro é em cima*» [id., 63a, 158]; a sua orientabilidade surge da relação dinâmica que os seres animados, o corpo humano em especial, com ele estabelecem. Em meu entender, este é um dos pontos mais interessantes e surpreendentes do pensamento platónico sobre o espaço neste diálogo. Diz Timeu, em quem se detecta, ao longo de todo o diálogo, uma sensibilidade aguda à questão da simetria: «*o corpo [humano] é duplo, pois tem um lado direito e um esquerdo*» [id., 77d, 184] e «*tudo o que é bom é belo, e o que é belo não é assimétrico [<e o belo não é sem medida>: <τὸ δὲ καλὸν οὐκ ἄμετρον>]*; *estabelecamos que um ser-vivo, para ter estes*

¹⁰² Embora haja, neste diálogo, resquícios das problemáticas considerações feitas sobre a razão da tridimensionalidade do espaço. P. ex., numa passagem que começa em [31b, 100-101], Platão faz uma série de considerações, esboçadas tanto de um ponto-de-vista *estético* (i.e., pela exigência da beleza, e pela relação com a percepção sensível), de um ponto-de-vista *harmónico* (matemático), como de um ponto-de-vista *material*, pela sua relação com os elementos: primeiro, considera que o que é sensível, ou seja, deveniente, tem que ser *sólido* para que possa ser visível e tangível – ora é condição constituinte do sólido ser tridimensional (possuir comprimento, altura e profundidade); em segundo, o argumento estético, é que «*não é possível que duas coisas sejam compostas de forma bela sem uma terceira*» [id.]; seguidamente, o que é realmente problemático é que se o Universo fosse «*uma superfície plana, não tendo nenhuma profundidade*», tal implicaria que a relação entre os dois elementos que constituíam a superfície (fogo e terra), reverteria num intervalo que seria apenas em número de *um*; mas como os elementos são quatro, estabelecem em si um *triplo* intervalo, o número destes intervalos determinaria o número de dimensões do espaço (vide [32b, 101]); porém, para admitir este último raciocínio, era preciso pensar os elementos, não como corpos, mas como pontos, sem dimensão (se fossem sólidos pressuporiam já a tridimensionalidade), o que certamente não é o caso, dando ao raciocínio um carácter defeituoso. Trata-se todavia, de uma passagem muito obscura, e parece que na verdade Platão não está a referir-se aos intervalos entre elementos, mas aos intervalos entre números, se atribuíssemos a cada dimensão do espaço um número. Ora, supondo que o espaço era uma figura plana, há *uma* relação numérica entre cada um dos seus lados (num quadrado, o número correspondente à diagonal) se a figura for sólida existem *duas* relações, portanto *dois* números [parece que é disto que se trata em 32b]. Sobre o problema, o comentário de Marcílio Ficino ao *Timeu* oferece hipóteses interpretativas interessantes; vide [Farndell, 2010, 29-40].

atributos, terá que ser simétrico [<σύμμετρον>]» [id., 87c, 201]. É a simetria do corpo humano e, mais importante, a disposição dos órgãos sensoriais que estão localizados maioritariamente na sua dianteira [vide 45a, 124] que atribuirá ao espaço a possibilidade de ser orientado ou dividido, constituindo (aquilo que Kant desenvolveria em 1768) o *primeiro fundamento da diferença das regiões no espaço*.

Ao espaço que tudo pervade, receptáculo absoluto do sensível de matriz inteligível, é o corpo humano que vai lançar os desafios mais interessantes, inscrevendo nele possibilidades geométricas que os seres perfeitos conhecem, mas não realizam. I.e., o corpo humano realiza o conjunto de todas as possibilidades que são admitidas no espaço geométrico euclidiano¹⁰³.

§120. As reflexões e concepções sobre a experiência do corpo humano no espaço prosseguem. Elas não podem ser desligadas, no quadro da cosmogonia timaica, da relação entre corpo, geometria, estrutura formal do universo e inteligibilidade (ou alma). Talvez a passagem mais surpreendente surja com o estabelecimento da relação entre a movimentação humana no espaço e o desenvolvimento da razão, mediado pelo crescimento e pela aprendizagem.

Ela começa em [TM, 42d, 119], quando Timeu inicia a narração da constituição dos seres mortais, do homem em particular. Diz ele que tal tarefa coube, não ao demiurgo, mas aos deuses recém-gerados [id., 41b-d, 117], que levaram a cabo a tarefa, adicionando à alma humana (*«princípio imortal do ser vivo»* que já tinha sido gerada e que é congénere do demiurgo), o que lhe era necessário. Ora, o corpo humano mostra-se sujeito a *«um rio impetuoso»* de *«fluxos e refluxos»* [id., 43a, 120], metáfora platónica tanto para as funções fisiológicas (p. ex., o fluxo sanguíneo, as digestões, etc.), como para os estados emocionais (a cólera, p. ex.), rio que nem o homem comanda, nem pelo

¹⁰³ Aqui está o fundamento de um dos pressupostos da geometria euclidiana que, p. ex., Helmholtz, Hilbert e Poincaré vão condenar. Diz Euclides que a congruência entre duas figuras geométricas verifica-se se elas forem sobrepostas; ora Helmholtz e Poincaré notam que em lado nenhum dos *Elementos* é provado que se possa levar a cabo tal movimento de sobreposição: *«duas figuras são iguais quando podem ser sobrepostas; para as sobrepor, é necessário deslocar uma delas até que coincida com a outras; mas como deve ser deslocada? Se o perguntássemos, responder-nos-iam, sem dúvida, que se deve fazê-lo sem a deformar e à maneira de um sólido invariável. O círculo vicioso seria então evidente. De facto, esta definição [...] não teria qualquer significado para um ser que habitasse num mundo onde só houvesse fluidos. Se nos parece clara é por estarmos habituados às propriedades dos sólidos naturais que não diferem muito das dos sólidos ideais cujas dimensões são invariáveis. No entanto, por mais imperfeita que seja, esta definição implica um axioma»* [Poincaré, 2010, 212]; também, p. ex., [Gramwell, deGrasse Tyson, 2016, 158-159]. No raciocínio platónico vê-se a raiz de um desses «axiomas velados» que se imiscuem na geometria euclidiana. É a experiência do corpo no espaço que o constitui.

qual em rigor é comandado. Trata-se da natureza mais própria, mais homeostática do Homem. Ora, esta sujeição aos movimentos corpóreos próprios da fisiologia, levaram a que o homem se movesse «*globalmente [...], de forma desordenada, irracional e ao acaso, pois tinha em si todos os seis movimentos. [...] Errante, avançava em todas as direcções*» [id., 43b, 120]. Ou seja, o corpo humano, instalado na realidade física, não só tinha os seus movimentos internos próprios (o seu funcionamento orgânico, a fome, o desejo,...), como estava sujeito à afecção dos movimentos que lhe eram exteriores ou que vinham de fora, nomeadamente dos elementos (imagine-se, p. ex., o calor, a chuva, o vento, a acção dos alimentos,...), ou seja, o conjunto das *sensações* [ibid.].

Nesta fina passagem, Platão percebe que se gera um conflito de coordenação das órbitas do *Mesmo* e do *Outro*, categorias próprias da alma e do inteligível e cuja matriz é o demiurgo, que desempenham, no pensamento platónico, a íntima relação entre a *identidade* e a *alteridade*, as quais são mediadas, ou sintetizadas, pelo *Ser*, o espírito; i.e., trata-se do problema da relação entre o corpo e a alma. O *Mesmo* daria conta de tudo aquilo que pertence e é intrínseco a um ente, o *Outro* daria conta de tudo aquilo que ele recebe de fora, o que lhe é exterior e pelo qual é afectado. Ora, Platão quer aqui pensar justamente o problema da interacção entre Homem e o ambiente físico envolvente, o qual, não só causa perturbações ao nível sensível (físico), mas inteligível (alma); ou seja, perturba a relação entre o corpo e alma: «*esses movimentos [...] chamados sensações [...], provocam um movimento muito poderoso e intenso [...] e agitando com violência as órbitas da alma, bloqueiam por completo a órbita do Mesmo, por correrem em sentido oposto ao dele, impedindo-o de progredir e de governar, o que chega a desestabilizar a órbita do Outro [...] criando todo o tipo de rupturas e desordens nos círculos*» [TM, 43c-e, 121].

Os deuses que criaram os homens constatarem este problema elementar na relação entre o corpo e a alma humanos e tomam uma decisão: embora seja atribuída uma alma ao homem desde o nascimento, essa alma só desponta quando se resolve o problema do desenvolvimento do corpo *na relação que ele estabelece com o espaço físico*. O desenvolvimento da alma é posterior, quando a relação anterior é correctamente estabelecida e, de certo modo, só toma lugar se a relação anterior for alcançada com sucesso. Dito de outro modo, antes do desenvolvimento do *vovç*, é necessário o desenvolvimento do corpo na sua relação com o espaço; o desenvolvimento do *vovç* só pode ter lugar subsequentemente. Platão está indubitavelmente a falar da primeira fase

da vida, a infância; confirme-se: *«é por causa de todas estas impressões que, agora e tal como na sua origem, a alma é primeiro gerada sem intelecto [<ανους>], cada vez que é aprisionada num corpo mortal [<θνητόν σωμα>]. Mas logo que diminui o fluxo [<ρευμα>] que alimenta e que faz crescer, as órbitas retomam a acalmia e seguem o caminho que lhes é próprio e vão adquirindo maior estabilidade com o passar do tempo; então, as órbitas de cada um dos círculos que seguem a sua trajectória natural acertam-se, atribuindo correctamente as designações de Outro e de Mesmo, e acabam por tornar racional quem os possui. Se, depois, algum alimento correcto servir de complemento à educação, este tornar-se-á completamente perfeito e saudável, pois escapou à doença mais grave»* [TM, 44a-c, 122], que, esclarece Timeu em [id., 88b, 203] é «a ignorância» <αμαθια>.

§121. Vejo uma profunda e original compreensão platónica neste passo. Platão reconhece que a alma, sobretudo o uso das faculdades intelectivas, não podia ser entregue aos homens sem que antes se coordenasse a relação do corpo humano com o espaço, portanto, que essa relação fosse interiorizada pelo corpo num modo de conhecimento intuitivo, digamos, *pré-racional*; só então poderia começar a desenvolver-se correctamente a alma. Ou seja, Platão não concebe, no caso humano, a atribuição do inteligível ao sensível como uma injeção arbitrária da alma no corpo, mas pensa esta relação como o resultado de um necessário acordo entre ambos, do qual dependerá até o bom uso da inteligência. Melhor: o bom desenvolvimento da alma é consequência directa da experiência fenoménica do corpo no espaço. Os períodos em que este desenvolvimento toma lugar são a infância e a adolescência, digamos, o período que medeia o nascimento até à formação do corpo adulto (é preciso também ter em conta que, para Platão, *vovς* diz respeito ao uso racional das faculdades do espírito). Embora esta ideia tenha longa tradição no pensamento grego, de onde releva a enorme importância atribuída ao cultivo do corpo através da ginástica, Platão sustenta aqui uma argumentação que tem como fundamento a relação do corpo com as propriedades do espaço. Diz ele que os seres nascem com a capacidade de realizar os seis movimentos (cima-baixo, esquerda-direita, trás-frente), com uma natureza fisiológica, e com a capacidade de ser afectados por estímulos. O que lhe interessa porém é que é o desenvolvimento destes aspectos (que subsumem numa espécie de categoria *física*) a

abrir caminho para o correcto desenvolvimento do espírito. O desenvolvimento físico-fisiológico prepara o desenvolvimento cognitivo-conceptual.

Tal ideia, embora não seja exclusiva do *Timeu*, não pode deixar de ser surpreendente num pensador que, como referi, condena o corpo em favor da alma; mais ainda, para a alma, o ideal é libertar-se do corpo. Neste passo, além de complexificar esta visão com uma concepção que, sem dúvida, a ameaça (embora Platão nunca hesitasse em objectar às suas próprias concepções e embora a libertação do corpo implique sempre a ideia de uma purificação em graus até ao ponto em que a alma seria capaz de observar o puramente inteligível, sem necessidade do sensível, o que dispensaria o corpo), está a tomar partido de concepções sobre a relação entre o corpo e o desenvolvimento racional que só seriam retomadas, em termos próximos dos platónicos¹⁰⁴, p. ex. por Henri Poincaré, Edmund Husserl, Merleau-Ponty e Jean Piaget.

§122. Regressemos ao *Timeu*: por um lado, os deuses dotaram os homens de mobilidade e de alma; por outro lado, aperceberam-se que a sua atribuição não podia ser simultânea e que era necessário que o desenvolvimento da alma fosse preparado pelo desenvolvimento do corpo, o qual vai nutrir a alma de concepções fundamentais. Ora, parece-me que Platão, ainda que não afirme textualmente essa tese, concatena a *verdade* de alguns desses conceitos fundamentais com o adequado posicionamento do corpo humano no espaço (embora, recorde-se, o mundo não seja para Platão um espaço orientado, pois os seres perfeitos não carecem de movimento e a orientação é uma consequência da mobilidade). «[Os círculos do Mesmo e do outro] *a custo se mantiveram ligados uns com os outros, movendo-se irracionalmente, ora voltados ao contrário, ora de forma oblíqua, ora invertidos. Por exemplo, quando alguém se coloca em posição invertida, com a cabeça para o chão e projectando os pés para cima contra qualquer coisa, enquanto assim está, tanto do ponto-de-vista de quem nela se encontra, como de quem está a observá-lo, parece-lhes, tanto a uns como a outros, que a direita é a esquerda e a esquerda é a direita*» [TM, 43e, 121-122, sm]. Se a posição do corpo no espaço não proporcionar a correcta compreensão no espírito humano são os próprios fundamentos da verdade dos conceitos que ficam ameaçados. Portanto se à posição do corpo no espaço não corresponder um desenvolvimento correcto dos conceitos e vice-versa é toda a percepção e conhecimento da realidade que fica perturbada, ao ponto de

¹⁰⁴ Muito próximos pois neles não se defenderá que há um desenvolvimento do corpo que é anterior ao das faculdades cognitivas, mas sim que esse desenvolvimento é paralelo, interdependente.

se tomar por verdadeiro «*que a direita é a esquerda e a esquerda a direita*». Mais ainda, este conceito de verdade sobre o espaço é edificado sobre o corpo humano (que é simétrico) e sobre a distribuição dos órgãos da percepção, que se situam preferencialmente na dianteira do corpo. A sensação e a percepção espacial, sem inteligência, produzem apenas erro e que se tome o falso por verdadeiro; mas também a inteligência, sem uma prévia relação correctamente estabelecida entre o corpo e o espaço, fica pejada de conceitos errados. A este respeito, Platão fará outras considerações notáveis sobre a relação do corpo (desta vez sobre os órgãos da percepção) com a constituição do conhecimento. Isto porque embora a realidade inteligível seja a verdadeira, pura, imutável, o acesso a ela só é, todavia, possível através da corporeidade, nomeadamente através de um órgão privilegiado dos sentidos, os olhos: «*em meu entender, a visão [$\langle\omicron\psi\iota\varsigma\rangle$] foi gerada como causa da maior utilidade para nós, visto que nenhum dos discursos que temos vindo a fazer sobre o universo poderia de algum modo ser proferido sem termos visto os astros, o sol e o céu. Foi o facto de vermos o dia e a noite, os meses, o circuito dos anos, os equinócios e os solstícios que deu origem aos números que nos proporcionam a noção de tempo e a investigação sobre a natureza do universo*»¹⁰⁵ [TM, 47a, 127].

§123. A visão, porém, é possibilitada pelo fogo, sem o qual «*nada pode ser visível*» [TM, 31b, 100]; o fogo permite retornar à estrutura geométrica do mundo infinitamente pequeno e à relação que estabelece com a percepção humana. Como referi, para Platão o fogo é constituído por partículas que mais não são que pirâmides aguçadas, as quais, em função de um movimento mais forte ou mais brando afectam com prazer ou violência os sentidos. I.e., é a estrutura topológica infinitamente pequena da superfície dos elementos que é pensada por Platão como a causa dos diferentes tipos de afecção sensorial. São as propriedades topológicas dos elementos que constituem os

¹⁰⁵ Porém, Platão salvaguarda o risco de acreditar excessivamente no conhecimento obtido pela visão: os «*homens sem maldade e leves, [...] mas que, na sua ingenuidade, acreditam que as evidências mais seguras sobre estes assuntos são as fornecidas pela visão*» reencarnam em aves [TM, 91d-e, 209-210]. Acerca da importância da razão em detrimento da visão, também [RP, 527e, 337]. Este ponto que levanto, e que diz respeito à relação entre a percepção da realidade e a *verdade* dos conceitos, coloca um problema a Platão: se assim for, como explicar o carácter absoluto de algumas ideias? Haveria ideias que estariam reféns de uma relatividade insuperável: o conceito de *esquerda*, só poderia existir para os seres humanos; para os seres perfeitos, que não se movem, tal conceito não existiria. E necessariamente não existiria a *ideia* de esquerda. Ela seria o resultado de uma simples afecção sensível específica da experiência humana. Ou então, teria que existir a ideia, mas ela seria um simples dado inteligível, sem uma concretização sensível. Os seres perfeitos conheceriam a ideia de esquerda embora não a realizassem, do mesmo modo que os humanos conhecem a ideia de *imobilidade* embora nunca a possam realizar.

diversos corpos sensíveis deste mundo que determinam a natureza qualitativa das sensações que produzem: *«devemos agora tentar falar [...] do que se gera nas partes específicas do nosso corpo, das suas impressões e, mais uma vez, das causas dos seus agentes. [...] acerca dos sucos, e das impressões particulares da língua [...] estão relacionadas com a rugosidade e a lisura. [...] as mais rugosas apresentam-se-nos como amargas e as que são menos rugosas como azedas»* [id., 65b-e, 162-163]¹⁰⁶.

Os elementos que compõem os diversos corpos têm uma estrutura atômica geométrica, a qual vai determinar a natureza da sua superfície, portanto, de uma topologia que, por sua vez, determina o tipo de sensação que provoca nos homens, determinando consequentemente o conceito que se constitui e que se lhe entrega. Vejo aqui Platão a equacionar inequivocamente geometria e formação de conceitos sensíveis; mais ainda, elementos geométricos determinariam a natureza qualitativa de tais conceitos. Por outro lado, e uma vez que o próprio homem foi moldado pelos deuses a partir dos elementos cuja estrutura é geométrica, também ele é constituído de triângulos, triângulos que, uma vez mais medeiam o inteligível e o sensível; neste caso, contudo, o sensível tem mais peso: os triângulos que formam o homem, apesar do seu carácter geométrico ideal, estão sujeitos à corrupção do tempo, e é a sua degradação a causa da velhice; é na passagem sobre a corrupção do corpo que Timeu põe a nu, com maior evidência, a relação entre a estrutura geométrica (a matriz inteligível) que entretece todo o mundo sensível e as variações qualitativas nessa estrutura: *«no tempo em que toda a estrutura do ser-vivo é jovem, quando os seus triângulos são novos, [...] mantêm-se resistentes e coesos mutuamente, embora todo o corpo seja uma composição delicada, visto que foi acabada de gerar a partir da medula [<μυελος>]¹⁰⁷ e alimenta-se de leite. Quando os triângulos que envolve em si mesma e que provêm do exterior, aqueles de que se hão-de formar o alimento e a bebida, por serem mais velhos e mais frágeis do que os triângulos dela, domina-os e corta-os com os seus que são novos, e o ser-vivo faz-se maior por ser alimentado por muitas substâncias semelhantes. Mas quando o sustentáculo dos triângulos relaxa [...] todo o ser-vivo perece [...]; a esta impressão chamamos “velhice” [<γηρας>]»* [TM, 81b-d, 190-191]. Fica bem visível o profundo entrelaçamento entre a geometria e a constituição sensível do mundo, inteligível e sensível pensados a partir das propriedades geométricas do mundo sensível e da sua

¹⁰⁶ Para uma análise mais desenvolvida do paladar em Platão, vide [Beare, 1906, 170-174]

¹⁰⁷ Sobre a constituição geométrica da medula, com enfoque nas suas propriedades topológicas, vide [TM, 73b e ss., 176 e ss.].

topologia. Seguramente, nenhum pensador antigo levou tão longe a hipótese da realidade sensível ter fundo matemático, tal como os pitagóricos a tinham concebido.

Concluo com o modo igualmente inédito como Platão pensou que a fisionomia do corpo humano era resultado dos obstáculos que a topologia da superfície terrestre lhe colocavam. Tendo em conta que a Terra não é um espaço liso, i.e., «*tem altos e depressões de todo o tipo*» [TM, 44d, 123], portanto, não só os acidentes geológicos, mas a existência de corpos fluidos como o mar ou seres vivos que constituem obstáculos (as árvores) ou desafios (as feras), e para que o homem «*não tivesse dificuldade em transpor umas e sair de outras*», os deuses entenderam que a forma esférica, embora a mais perfeita, não era a ideal para se adaptar à topologia terrestre, pois um homem esférico só poderia rolar, acção que lhe granjearia mobilidade limitada. Então, neste raciocínio, Platão entrevê o corpo humano como aquele que melhor articula a topologia terrestre e a possibilidade da acção humana: «*deram-lhe este veículo para fácil deslocação; daí que o corpo seja comprido, e tenha por natureza quatro membros extensíveis e flexíveis, fabricados pelo deus para a deslocação*» [id., 44e, 123].

§124. Referi antes que além das questões da *reminiscência* e da aprioridade do conhecimento geométrico havia outro problema de interesse no *Ménon*: a definição de *figura*. Vou agora ocupar-me com ele para concluir o levantamento dos problemas que me interessam neste pensador.

No primeiro momento encontramos Sócrates a procurar uma analogia entre a *virtude* e a *figura* <σχημα> no esforço de apurar uma definição autónoma da primeira [MN, 73e e ss., 49 e ss.]. Acontece que a definição da segunda vai também levantar dificuldades de monta. A partir da *esfericidade* <στρογγυλοτης>, uma das propriedades geométricas possíveis (podem apresentar-se outras), lança-se o problema de saber como se define a figura em geral, de como se apreende a unidade do conjunto das múltiplas apresentações das figuras. Platão apercebe-se que a figura tem, não no seu *ειδος* mas na sua apresentação sensível, um problema de autonomia. É isso que acontece quando Sócrates sai do domínio das puras idealidades geométricas e propõe que a figura seja «*aquilo que, de entre os seres, consegue acompanhar sempre a cor*» [MN, 75b, 54], i.e., caracteriza a idealidade por meio de uma qualidade sensorial; e isto quando nenhum axioma ou definição de elementos geométricos se faz com recurso à noção de cor. Sócrates transita do domínio inteligível para o sensível na suposição implícita de um

entrelaçamento entre forma inteligível e forma sensível¹⁰⁸. Esta tentativa de definição, «*simplista*» <ενηθης> em termos dialécticos conforme objectará Ménon [id., 75c, 55], coloca-se no centro de um problema fundamental da experiência perceptiva humana: sem percepção da cor, não há percepção da figura. A ciência geométrica nunca se pôs este problema: é um problema especificamente humano. Põe-se a nu neste passo uma condição fundamental da experiência perceptiva, a dependência mútua da relação figura-cor, a qual coloca outro problema no campo da inteligibilidade, que Ménon bem identifica, o de saber como definir abstractamente a cor e a figura quando, suponhamos, queremos definir o que seja a figura perante alguém que nada saiba sobre a cor.

O caso é que tanto Sócrates como Ménon estão sob a tirania da *visão*: essa indissociabilidade é um problema se estivermos instalados no regime da experiência visual. E nem Sócrates nem Ménon precisam de pensar o caso de um invisual, que conhece a figura sem nada conhecer sobre a cor, para que no passo [76a, 56] transitem do regime visual para o regime táctil e concedam que a figura é «*tudo aquilo ao que o sólido põe limites* [<περας>] [...] *a figura é o limite do sólido*». Continua-se porém numa definição relacional: a definição da figura depende agora da de *limite*. Em [76d, 58] Sócrates inverte o raciocínio para condescender com Ménon, que lhe pede uma definição de cor <χρoαζω>, admitindo que no regime visual não seja a cor que determina o sólido, mas antes que «*a cor [seja] uma emanção das figuras, proporcionada e sensível à vista*». Mostrarei que é Sócrates que passa uma rasteira a Ménon, pois a si mesmo se meteu em embaraços.

O aspecto interessante do problema da definição da figura neste diálogo não se prende simplesmente com a apresentação de uma definição formal que a configure como um elemento geométrico, caso em que poria dificuldades análogas às da definição de ponto ou de linha recta. O que releva é que Platão está efectivamente a pensar o conjunto das condições da percepção da forma como a articulação de todo um aparato estésico. Está interessado na relação entre o problema da figura e o dos seres sensíveis, caso onde o conceito de figura e de contorno, fundamentais à apreensão da realidade sensível, vêm a sua autonomia enredada numa trama de qualidades que não se deixam separar pela agulha do intelecto. Num mundo de figuras, a figura não se deixa apreender *em si*.

¹⁰⁸ Bem certo que o próprio Platão não poderia compreender a mudança de regime, pois para ele a cor não é uma afecção dos sentidos, é uma idealidade objectiva e tem um *eidos* próprio. I.e., para este filósofo a cor existe no mundo. Sobre o tema da cor em Platão, vide [Beare, 1906, 48-53]. Sobre a concepção de geometria e sua relação com os dados dos sentidos, em particular no *Ménon*, vide [Wedberg, 1955, 47].

§125. Por outro lado, a passagem apresenta a melhor pedra-de-toque para a identificação da geometria com a própria realidade sensível: a partir da definição de figura, vemos Platão transitar entre o plano da geometria e o plano da realidade sensível, como se os elos entre ambos se estabelecessem numa continuidade natural. Lendo atentamente a passagem [74b, 51] transparece a assimilação de Platão entre geometria e realidade sensível, pensa-as a um tempo ou pelo menos dentro de uma mesma esquadria: a geometria, ciência dos inteligíveis, é invadida pelas características sensíveis nas suas definições; e isso, mesmo quando Sócrates diz a Ménon, que pense em «*superfícies*» e «*sólidos*», essas coisas «*de que falam lá em geometria*».

Ora, a cor era qualquer coisa que, Serres bem compreendeu, fora erradicada da geometria por Tales e Anaximandro com a invenção daquilo que Serres baptiza a «*cena teórica da luz*» [OsG, §§188-192, 179-183], a «*epifania da diafanidade*» i.e., a capacidade de imaginar em estereometria sólidos translúcidos, limpos de quaisquer atritos sensíveis, portanto, a capacidade de ver para dentro «*das entranhas negras dos volumes*»: «*eis o espaço da geometria pura, percorrida pela intuição do vazio transparente. É nesse momento, e apenas nesse momento, que nasce a pirâmide, o tetraedro puro, o primeiro dos cinco corpos platónicos*» [id., §189, 181]. Platão, que na passagem referida retoma o pensamento da figura sobre os sólidos geométricos, torna a tirá-los dessa cena teórica demasiado exangue para as definir no seio da realidade sensível, com recurso à cor e ao limite ou contorno (à forma).

É que Platão está exactamente na intersecção do problema da articulação entre o sensível e o inteligível e a participação de um no outro, pensamento que, a ser tomado a sério, enche-se de escolhos. Numa definição que será aporética, dá conta da insuficiência do seu raciocínio acerca da figura e do dédalo onde se viu embaraçado. Quando propõe a Ménon que tome a cor como emanção ou eflúvio das figuras, e dando-se este por satisfeito com tal resposta, Sócrates responde-lhe: «*talvez, porque ela te foi dada, segundo os teus hábitos; e, ao mesmo tempo, [...] suponho eu, compreendes que tens capacidade, devido a ela, de explicar o que é, não só a voz, o olfacto, mas também muitas outras coisas do mesmo género. [...] Agrada[-te] mais do que a que te dei [sobre a figura, mas] como eu próprio tento persuadir-me a mim mesmo, a outra é melhor*» [MN, 76e, 59].

E Platão concluiu com uma desculpa (e um certo embaraço de Sócrates, que admite a sua incapacidade para clarificar o problema) a aporia em que vai deixar o problema da

figura: «*Sócrates: Porém, penso que não te havia de parecer melhor, se, como ontem afirmavas, não te fosse necessário ires-te embora, antes dos Mistérios [...]. Ménon: Mas eu ficarei, Sócrates, se me explicares muitas coisas, como essas. S.: Acautela-te, no entanto!* Talvez não seja capaz de continuar a falar de muitos assuntos destes» [id., 76e-77a, 59-60, sm]. Tal franqueza só pode dar conta de um momento de espanto, o qual resulta de através da agudeza do aguilhão da inteligência e da inteligibilidade não ser capaz de desenlaçar a trama do sensível. Platão concede que geometria e mundo sensível estejam profundamente imiscuídos e crê que a afecção sensorial humana seja uma pedra-de-toque fundamental na demonstração de tal relação. Mas ainda não consegue ver claramente como se relacionam.

§§126-127: → Apêndice IV, p. 479.

§128. A análise que concluo válida a muito citada e incendiária afirmação de Whitehead em *Processo e Realidade*, segundo a qual «*a mais segura caracterização geral da tradição filosófica ocidental é a de que ela consiste numa série de notas de rodapé a Platão*» [Whitehead, 1978, 39]. Parece que a genealogia de qualquer tema filosófico acaba por conduzir-nos aos diálogos do gigante Aristócles, “Platão” pelos seus amplos ombros. Só que o realismo das entidades matemáticas que Platão concebeu e que constitui o aspecto central do chamado *full-blooded platonism* só me parece defensável a expensas de um conjunto de postulações de cariz eminentemente teológico. Dizer que as entidades matemáticas existem num plano autónomo que transcende a realidade física, onde é possível gozar de características tão assombrosas como universalidade, imutabilidade, a-espacialidade e supra-temporalidade é, no limite, uma afirmação equiparável à de que Deus existe. Por muitas pedras-de-toque que se recolham, poderemos chegar à sua prova e à sua demonstração? Melhor, alguma vez se chegará à certeza apodíctica? Podemos pensar que, para o assunto, a certeza ou a prova são indiferentes, havendo que dar preferência ao carácter heurístico da convicção. Defender que as entidades matemáticas existem é um voto de fé importante para a legitimidade da matemática e para a sua solidez (mau-grado, p. ex., possíveis dificuldades sobre alguns dos seus fundamentos; recorde-se, p. ex., que na aritmética de Peano, há postulações fundamentais que a meu ver redundam em questões de fé, como a da existência do “número” e do seu “sucessor” [Peano, 1973, 113]; dito de outro modo,

se não se “acreditar” na existência de 0 e de 1, não se pode elevar o sistema aritmético); por analogia, defender a existência de Deus e respectivas propriedades pode ser importante, p. ex., para atribuir sentido à vida humana. Por outro lado, preterir a ideia de que os objectos matemáticos existem em detrimento da ideia de que o que eles traduzem são propriedades de certos objectos não me parece resolver grande coisa. Não obstante, e por modéstia intelectual, parece-me uma afirmação mais tangível, razão pela qual a corrente do Realismo Estrutural me merece simpatia. Porém, no limite, dizer que o número “2” é uma propriedade de todos os conjuntos que contêm dois elementos equivalerá, no decurso do raciocínio, a dizer que se posso encontrar a propriedade “2” num conjunto de maçãs, de electrões ou de campos magnéticos, é porque tal propriedade, ao desprender-se desses vários objectos, deve então ter algum tipo de realidade que lhe garante essa estabilidade ontológica. Logo, encaminhará para algum tipo de realismo ontológico com implicações metafísicas análogas às do platonismo. Ocupar-me dos detalhes desta discussão não cabe na orientação geral deste estudo.

Para anestesiar estas aporias, acabamos por voltar-nos sempre para a aplicabilidade da matemática (de resto, continua também essa a ser uma das principais pedras-de-toque do Realismo Estrutural, a que chama o *no-miracles argument*). Das aproximações e modelizações matemáticas à realidade mais primevas, como contar e medir, chegámos hoje a uma tal sofisticação e complexidade que é muito difícil, senão impossível, a um só espírito apreender todo o seu campo e diversidade. Aquela ousada hipótese platónica da composição triangular das superfícies físicas é hoje uma ferramenta trivial, entre várias, nos softwares de modelização tridimensional. Em Física, Química e mesmo na Biologia¹⁰⁹, a modelização matemática no seu alcance estrutural atinge um tal grau de aproximação, uma tal capacidade descritiva e previsiva, que químicos como Michael Jacob e Sten Adersson são “tentados” a dizer «*que a estrutura dos cristais e a matemática tridimensional são sinónimos*» [Jacob, Anderson, 1998, 2] e, especificando a sua noção de «*matemática da natureza*», exemplificam: «*vemos topologias, mais ou menos por acaso, que são relevantes para as ciências naturais. Vemos movimento, atracção ou repelência sem as noções de tempo, velocidade ou aceleração. Vemos moléculas, ou estruturas cristalinas, sem a noção de energia. Fazemos moléculas ou estruturas a partir do teorema fundamental da álgebra. Fazemos moléculas ou*

¹⁰⁹ Ainda que, em Biologia, a matematização continue a revelar-se difícil no seu plano total; ou seja, há partes da biologia que são modelizáveis matematicamente, há outras que resistem a essa modelização. Fabio Sterpetti analisou as dificuldades de formalizar a teoria da evolução das espécies e alguns becos sem saída da matematização desta ciência em [Sterpetti, 2015].

estruturas a partir da função de distribuição de Gauss» [id., 3]. Numa palavra, a aproximação matemática à realidade parece não conhecer limites. E quando esses limites surgem, ou os matemáticos descobrem novas ferramentas, ou se encontram fertilidades em construções matemáticas até então aparentemente inúteis, antigas ou recentes, que novamente fazem brotar o néctar daquela «*cornucópia de abundância*». A ideia de que a matemática é apenas uma linguagem altamente formalizada a qual, graças precisamente a essa formalização, se torna capaz de fazer afirmações verdadeiras sobre o mundo, é interessante mas pobre. Claro que, ao assimilar a matemática à realidade pode estar confundir-se a realidade com os instrumentos que usamos para interpretá-la e modelizá-la. Mas a adequação das ferramentas matemáticas à realidade é simplesmente demasiado virtuosa, mesmo tendo em conta todos os processos selectivos e adaptativos que dela se faz em cada uma das suas aplicações a outras ciências e das simplificações a que os fenómenos são em geral sujeitos para poderem receber tratamento matemático¹¹⁰. Nas linguagens humanas, podemos descrever a saga de uma “noiva” que, por vingança, irá até ao limite do possível para matar o homem que tentou assassiná-la bem como à criança que trazia no ventre. Mas, a consecução dessa vingança será sempre um efeito da nossa imaginação e vontade: tanto pode alcançar a vingança, como não; a escolha cabe ao narrador¹¹¹. Todavia, através da linguagem matemática, fomos levados a acreditar que Neptuno tinha de existir, ainda antes de o ter observado directamente, pois de outro modo não se explicavam as perturbações observadas na órbita de Úrano. O exemplo é pobre, e poderia-se-ia escolher outro: p. ex., a recente detecção da existência do Bosão de Higgs, até aí uma hipótese físico-matemática. E mesmo sem recorrer aos sucessos da matemática na aplicação às ciências, a própria matemática goza, dentro de si, do estabelecimento de verdades, segundo condições inéditas quando comparadas com qualquer outra ciência, que se auto-justificam e legitimam pela sua consistência. As outras linguagens não gozam desta capacidade, e só as ciências que a si chamam o método matemático conseguem uma semelhante solidez.

Sem querer aqui entrar nessa advocação, acerca da qual a literatura é tão vasta quanto rica, tenho dificuldades em negar que a matemática existe e pertence – como sua parte integrante – ao sistema da natureza ou, mais abrangentemente, da realidade. Suspender essa convicção parece-me tão perigoso como suspender a convicção na realidade que habitamos: perde-se o pé e somos arrastados para o vazio do sem-sentido ou do

¹¹⁰ Mark Steiner é persuasivo neste ponto em [Shapiro et al., 2005, cap. 20].

¹¹¹ Robert Thomas, em [Van Kerkhove et al., 2007, 43-60], analisa as analogias e incomensurabilidades entre a matemática e a ficção narrativa, com ênfase nas estruturas de relações comuns a ambas.

arbitrário. Da mesma maneira, dizer que a matemática é uma invenção humana parece-me tão bizarro como defender que os princípios da identidade, da não-contradição ou do terceiro-excluído são invenções humanas: as suas formulações, enquanto princípios, são criações humanas, mas aquilo a que eles se reportam goza de uma validade que transcende a apreensão e formulação humanas. E isso, apesar das muitas complexidades que as possam envolver (pense-se nas hipóteses da lógica paraconsistente), ou até dos filtros que o pensamento humano lhes pode aplicar (à escala mesocósmica humana, o gato de Schrödinger ou está vivo ou está morto, mas na mecânica quântica há uma indeterminação na sobreposição de estados que obriga a conceber que o gato esteja simultaneamente vivo e morto). Estou convicto de que a matemática é uma dimensão intrínseca da realidade, e este estudo é uma primeira e limitada contribuição para a fundamentação dessa convicção, tão unanimemente partilhada quanto antiga. Toda a dificuldade está em compreender o seu lugar ôntico. Continuamos sem conseguir determinar esse lugar e, sem surpresas, ele persiste como um enigma. O platonismo é uma convicção possível, embora me custe acreditar que a realidade da matemática consista em entidades, existentes em algum lugar inefável. Parece-me muito mais interessante pensar que a matemática apreende propriedades intrínsecas da natureza e a forma nominal das suas relações estruturais e que, em certo sentido, essas propriedades são reificadas em conceitos, construções e abstracções matemáticas. Mas, como disse atrás, não estou seguro de que a segunda perspectiva tenha autonomia da primeira. O grande esforço de apreender a essência quer da natureza matemática, quer da matemática da natureza, continua a poder apenas socorrer-se das pedras-de-toque da aplicabilidade da matemática à realidade. Wigner cunhou famosamente o problema sob a ideia da “irrazoável eficácia das matemáticas” <*the unreasonable effectiveness of mathematics*>, que para o realismo platónico equivale ao *argumento da indispensabilidade*, e qualquer estudo que procure argumentar a favor da legitimidade do lugar ôntico da matemática pouco consegue ir além de elencar as bem-sucedidas modelizações matemáticas da realidade: Mario Livio, num exemplo entre inumeráveis, reactualizou recentemente esse projecto no muito acessível *Is God a Mathematician?* [Livio, 2009]. Tal como com as conjecturas de Poincaré ou de Goldbach até à sua prova foram matérias de convicção, estabelecer a verdade de que a matemática é uma parte intrínseca da realidade e não uma mera construção humana, ou uma teoria, ou um modelo, continua a ser uma matéria de convicção, agravada pela dificuldade de que não parece compadecer-se com uma desejável prova ou demonstração lógica. Steiner, num

artigo contra a visão que sublima a natureza matemática da realidade, escreve que «*a história da filosofia ocidental é a história das tentativas de compreender porque é que a matemática é aplicável à Natureza, apesar das aparentes boas razões para acreditar que não deveria ser*» [Shapiro et al., 2005, 625]. De resto, após um conjunto de exemplos onde apresenta os sucessos da matematização da natureza e os rebate segundo a tese de que tudo o que o sucesso da aplicação da matemática à natureza logra é mostrar a consistência da própria matemática, conclui, num tom irónico, que se o «*pitagorismo [for] uma teoria aceitável, [então] terminamos este artigo com maior de todas as ironias*» [id., 649, sa]. A única coisa que temos por garantida serão, num momento ou noutro, o surgimento de contradições e, consequentemente, de aporias.

§129. Para o presente âmbito, uma possibilidade mais palpável e acessível nos caminhos de investigação que abre é a de que a matemática pode traduzir estruturas do pensamento humano, as quais, pela ancestral imersão no sistema da natureza, concordam com ela e reflectem-na. A ideia platónica de que o Demiurgo fez os Homens à sua imagem, ou a cristã de que Deus fez o Homem à sua imagem, ou a leibniziana da co-naturalidade entre Homem e mundo são expressões mais amplas da convicção biológica de que filogénese e ontogénese nos fazem intérpretes bem-afinados da natureza e das suas estruturas fundamentais para efeitos de adaptação e sobrevivência.

Helen De Cruz, em [Van Kerkhove et al., 2009, 185 e ss.] socorreu-se de vários estudos experimentais sobre a navegação espacial em crianças e noutras espécies animais para reformular a tese kantiana de que os humanos possuem um sentido inato do espaço e que essa característica resulta das necessidades práticas de navegação no espaço. Refundindo a perspectiva kantiana, De Cruz avança com duas teses: a primeira, «*que os humanos possuem uma intuição inata de espaço*», a segunda, «*que esta intuição pura do espaço constrange e orienta o desenvolvimento da geometria formal*» [id., 187-8]. A observação de crianças entre os doze meses e os três anos no desempenho de tarefas de navegação revelou que essas tarefas eram resolvidas com preferencial recurso a intuições geométricas do espaço e não a características físicas ou marcas desse espaço navegado; só a partir dos três anos é que a orientação através de marcas espaciais ganhava preferência. O mesmo foi observado em outras espécies animais, como ratos e corvos, e numa criança invisual. O recurso a intuições geométricas na navegação espacial antes do recurso a outros elementos dados pela experiência (p. ex., a

observação da posição de certos objectos no espaço que possam servir de referências) leva De Cruz a arriscar, no espírito kantiano, que *«dado que o uso espontâneo de sugestões geométricas emerge antes da aquisição da linguagem e que é semelhante às das outras espécies que nos são mais proximamente aparentados, parece muito plausível que a cognição geométrica surja antes da experiência»* [id., 192] e que *«as intuições geométricas [sejam] um aspecto universal e estável da cognição humana»* [id., 196]. Não me parece que a argumentação do artigo a favor da segunda tese seja persuasiva, o que a autora admite. Não obstante, há boas razões para experimentar a naturalização de pelo menos parte das raízes do conhecimento matemático.

Stanislas Dehaene formulou explicitamente essa hipótese no seu *The Number Sense*, sobre a noção de número em particular. A sua tese geral é a de que esta noção está desde logo antecipada na própria estrutura do cérebro, chegando à ambiciosa hipótese de que *«nos nossos cérebros está ancorado um órgão especializado na percepção e representação de quantidades numéricas»* ([Dehaene, 1997, 86], que o autor associa a circuitos neuronais específicos do córtex parietal inferior [id., 194 e ss.]), fruto de *«uma herança do nosso passado evolucionário»* [id., 87]. O autor acumulou resultados que levam a crer que há neurónios afinados e especializados para a percepção numérica, ou melhor, que disparam quando o sujeito é confrontado com números ou cálculos (ainda que a sua sensibilidade pareça estar restrita a pequenas quantidades, ≤ 5); serão depois as linguagens humanas a construir e abstrair sobre estas capacidades “hardwired” e a expandi-las quer para quantidades superiores, quer para outros objectos matemáticos. É a este efeito da linguagem que Dehaene atribui a extraordinária sofisticação da matemática humana quando comparada com as intuições “matemáticas” (ou proto-matemáticas) de outras espécies, e é graças a ela que ganham legitimidade noções matemáticas que não têm contrapartida intuitiva (caso dos números negativos, cuja existência foi negada durante séculos pelo seu carácter “absurdo”; ao passo que é possível exemplificar um número inteiro natural com uma intuição perceptiva, o mesmo não se pode fazer com um número negativo).

A presença inata de noções de espaço, tempo e número foi estudada, por método de convergência evolutiva, em espécies de aves, peixes e macacos em [Dehaene et al., 2011a, cap. 13], concluindo os autores pela evidência de que há noções geométricas e numéricas que estão formadas e disponíveis à data do nascimento ou da eclosão, dependendo pouco da experiência para a sua operatividade. Embora um dos problemas

do estudo seja a dificuldade em extrapolar os seus resultados para o caso humano, a verdade é que a haver parentesco entre as espécies, há fortes indícios de que mecanismos análogos estejam igualmente disponíveis para a nossa espécie. No que aqui interessa, parece-me evidente que há que erradicar de uma vez por todas as ideias de que à data de nascimento um bebé humano seja uma *tabula rasa*.

§130. Curiosamente, Jean Piaget não partilhou dessa convicção. Embora a naturalização da matemática tenha sido um dos principais resultados dos seus estudos (e de colegas) sobre a origem de noções matemáticas nas crianças, entre elas as de número, de espaço e de geometria, a sua posição opôs-se quer à de Platão, quer à da contemporânea Epistemologia Evolutiva, pois Piaget concluiu pela negação da existência de noções matemáticas inatas. O surgimento destes conhecimentos nas crianças seria o resultado do complexo de relações que vão estabelecendo com o mundo, p. ex. a partir da sua movimentação no espaço, da relação com os objectos e sua persistência no seu campo visual, em paralelo com a extracção das propriedades lógicas abstractas da realidade que vão estruturar a conceptualização matemática. A ênfase de Piaget é nos conceitos de *operação* <opération> e de *acção* <action> [Piaget, 1970, 15-16, 21-22, 41-57]. As relações seriam filtradas e convertidas em esquemas operatórios que, graças a sucessivos graus de abstracção, dariam azo à formação de noções lógico-matemáticas cada vez mais gerais e abstractas: «a “intuição” do espaço não é uma “leitura” ou apreensão das propriedades dos objectos, mas, desde o primeiro instante, uma acção desempenhada sobre eles. É precisamente porque enriquece e desenvolve a realidade física em vez de meramente extrair dela um conjunto de estruturas já prontas, que a acção é finalmente capaz de transcender as limitações físicas e de criar esquemas operatórios que podem ser formalizados e posto a funcionar de maneira puramente abstracta e dedutiva. Da actividade sensório-motora rudimentar até às operações abstractas, o desenvolvimento da intuição geométrica é o de uma actividade [...]; começando com acções adaptativas que a ligam ao objecto, e ao mesmo tempo assimilando o objecto à sua estrutura funcional, transformando-o no processo tão completamente como a geometria transformou a física»^(LIII) [Piaget et al., 1967, 449].

E, embora concordando com a génese motora das noções geométricas proposta por Poincaré, Piaget e Inhelder rebatem a sua hipótese justamente por ela assentar na ideia que lhes subjaz um *a priori* a dirigi-las. Não há nada de inato segundo os autores, todo o

conhecimento matemático procede da operação com a realidade: essa é a fonte do conhecimento lógico-matemático, a qual se processa acompanhando os conhecidos estádios do desenvolvimento infantil descritos por Piaget¹¹².

A concepção piagetiana foi alvo de fortes e importantes críticas em dois principais aspectos: 1) a insistência no diálogo com os sujeitos dos experimentos (crianças e adolescentes) e interpretação desse diálogo, em idades onde o uso da linguagem diferirá do uso na fase adulta, i.e., a formulação de uma questão por um adulto pode não ser compreendida de modo igual por uma criança, da mesma maneira que a formulação de uma resposta por uma criança pode não ter exactamente o sentido que um adulto nela lê; 2) na quase total negligência da filogenia. Embora a epistemologia de Piaget seja cunhada de epistemologia genética, o termo genético reporta-se à origem do conhecimento e, em certo sentido, despreza a outra possível significação do termo, a da sua vinculação à informação transmitida pelos genes. Como tal, Piaget não valorizou suficientemente a hipótese de que uma criança não seja uma *tabula rasa*, mas esteja logo dotada de disposições de síntese da realidade que advêm da ancestral codificação da relação vantajosa com a realidade e sua integração no material genético¹¹³.

Mau-grado tais críticas, que em geral me parecem justas, há um aspecto importante e decisivo das investigações de Piaget que, tanto quanto sei, não foi equacionado. Historicamente, a primeira geometria a ser descoberta e formalizada foi a euclidiana. Só mais tarde outras foram descobertas e desenvolvidas, para o caso, em particular, a projectiva e a topologia (a última com particular importância para o desenvolvimento das geometrias não-euclidianas). Ora, uma das principais conclusões de Piaget sobre a origem das concepções de espaço e de geometria é a de que o surgimento e desenvolvimento destas noções na criança ocorre exactamente na ordem inversa à da origem histórica. No desenvolvimento infantil, noções como a de proximidade, ordem, continuidade e fechamento são mais primitivas que noções métricas de proporção, fundamentais em geometria euclidiana: segundo o autor, «*as relações topológicas precedem as [relações] projectivas e euclidianas*»^(LIV) [Piaget et al., 1967, 449].

¹¹² A saber, o *sensório-motor* (nascimento-2 anos), o *pré-operacional* (2-7 anos), o das *operações concretas* (7-11 anos) e o das *operações formais* (11-16 anos), estádios onde a interacção da criança com o mundo lhe permite extrair as propriedades lógico-formais que, sucessivamente, irão desligar a sua acção de uma relação estritamente empírica com a realidade e desenvolvem nela a capacidade de pensar abstractamente, ou formalmente, portanto na ausência do dado empírico.

¹¹³ Para o rebatido crítico das principais concepções piagetianas e respectiva fundamentação, vide, p. ex., [Dehaene, 1997, 41-63].

O aparato crítico à obra de Piaget insiste no aspecto exótico e paradoxal desta conclusão. Ora, a meu ver, ela encerra uma hipótese conceptual muito interessante: da mesma maneira que a ciência geométrica descobriu que, apesar de precedência histórica da geometria euclidiana, existiam geometrias mais arcaicas (justamente, como Serres notou, a topologia, inaugurada apenas no séc. XVII com o pensamento leibniziano da *analysis situs*), i.e., geometrias menos determinadas nos seus elementos, o que a descoberta de Piaget me parece assinalar é que também à formação da conceptualização espaço-geométrica infantil convém a menor determinação dos elementos, ou seja, uma possibilidade de maior flexibilização conceptual. É justamente isso que geometrias mais “arcaicas” como a topologia oferecem. Uma anedota narra que um topólogo é posto diante de um cubo e alguém lhe pergunta o que vê; a sua resposta: “uma esfera”. De modo análogo, a conclusão de Piaget leva a colocar a hipótese de que também a menor determinação da topologia, cuja axiomática e sistema de transformações permite coisas perceptivamente tão abstrusas como converter um cubo numa esfera, deve permitir que a relação da criança com o espaço e o mundo seja susceptível de uma maior flexibilidade na sintetização das formas que a experiência lhe apresenta. A “plasticidade” própria da axiomática topológica pode ser vantajosa, ainda que de modo não-formal ou proto-matemático, para a síntese que a criança faz do mundo. Ou seja, é como se à criança conviesse estar primeiramente preparada para lidar com a máxima indeterminação possível da experiência e só em função dela compor uma certa estrutura geométrica mais determinada ao espaço físico que vai conhecendo. Dito de outro modo, se uma criança humana nascesse num mundo cuja geometria física fosse hiperbólica, ela estaria preparada para desenvolver a sua conceptualização geométrica da realidade adequando-se a essa geometria hiperbólica. A menor determinação topológica na primeira relação com o espaço abre caminho à maior flexibilização da relação percepto-cognitiva da criança com o espaço. Isto não quer dizer que a criança deverá conhecer uma proto-topologia à maneira *a priori* kantiana. Quer dizer apenas que a analogia entre a topologia e os primeiros estádios do conhecimento geométrico da criança (a crer que as conclusões de Piaget não sejam completamente erradas) respondem justamente à necessária abertura de que um sistema perceptivo deve gozar para melhor se adequar à realidade, ainda que provavelmente esse sistema perceptivo venha já enformado por escolhas bem determinadas e fixadas no material genético. De momento, não saberei ir mais longe nesta hipótese, mas ela parece-me sugerir um caminho que, ainda que em termos puramente académicos e especulativos, merece ser explorado no futuro.

Capítulo IV

*Reconsiderar o papel da geometria no esquematismo dos conceitos
empíricos da faculdade de julgar: férteis hipóteses kantianas*

§131. Na enunciação da problemática sobre a relação entre geometria, percepção, cognição e génese conceptual que teve no pensamento de Platão o primeiro grande momento, dou agora um salto de aproximadamente vinte e dois séculos, do séc. IV a.C. até ao séc. XVIII d.C., para ir ao encontro do pensamento de Immanuel Kant.

Um tal salto justifica-se porque no intervalo que separa os dois pensadores o conjunto desta problemática não tornou a ser abordada como problema filosófico de direito, a merecer tratamento sistemático¹¹⁴. Não obstante, no longo hiato assistiu a muitos e decisivos desenvolvimentos científicos: Euclides produziria os *Elementos*, Alexandria acolheria Apolónio, Papo e Arquimedes entre os seus estudiosos, a compreensão da estrutura do sistema solar desenvolver-se-ia exponencialmente com Copérnico e Galileu, Desargues lançaria os fundamentos da geometria projectiva e Newton inventaria a física matemática moderna com os *Principia*...

Este património científico encontrou a sua tentativa de síntese com as condições percepto-cognitivas humanas em Kant, numa aproximação inédita em amplitude e profundidade, sobretudo no esforço de sistematização em que foi pensada. Kant experimentou e concebeu elos que, à luz do pensamento contemporâneo, têm tanto de original, audacioso e fértil como porventura de tateante, problemático e datado. Ao filósofo de Königsberg sucederem acontecimentos decisivos e que alterariam o modo de posicionar a problemática: a descoberta das geometrias não-euclidianas, o nascimento de disciplinas como a fisiologia e a neurociência (bem como a mais recente e especializada neurogeometria), o pensamento estruturalista, a declaração da impossibilidade de edificar novos sistemas¹¹⁵ feita pelos pensadores pós-modernos, a computação e estudo da inteligência artificial, a vibrante e fugaz Teoria das Catástrofes.

O programa que Platão primeiramente delineou, assente em pressupostos míticos e, ainda inscrito numa narrativa de modo mais ou menos fragmentário, é retomado por Kant dentro de um quadro epistemológico estruturado, assente num esforço de

¹¹⁴ Sublinho “tratamento sistemático” e “problema filosófico de direito”. Esforços como os de Reid, Berkeley e Leibniz, entre outros, não podem ser ignorados, mas não se constituem, no problema da relação entre geometria, percepção, cognição e génese conceptual, como pensamentos sistemáticos.

¹¹⁵ Pelo menos “sistemas estáveis”; vide, p. ex. [Lyotard, 1979, cap. 13, 88-97].

fundamentação procurado ao detalhe e concebido à luz da expectativa de desenhar uma ciência futura. Por isso, na problemática do transcendental, há uma actualidade no pensamento de Kant que continua a colocá-lo na primeira fila das investigações. Isso porque, por um lado, Kant desenha um projecto ideal que tem estética ou percepção sensível e empírica, cognição e razão, e génese conceptual elaboradas numa tal arquitectónica que fui incitado a ver na geometria um dos seus focos unificadores e basilares. Contudo, é o próprio Kant a dar conta da insuficiência da geometria para esse projecto e a alertar para as suas debilidades, levando a questionar se se trata de um projecto ideal destinado ao fracasso, ou se contém o germen de uma investigação cada vez mais profunda sobre aquela difícil e sedutora unidade fundamental. A sugestão desse projecto esbarra dramaticamente nas palavras com que Kant conclui o *Prólogo à Crítica da Faculdade de Julgar*: «com isto [CFJ] termino, portanto, a minha inteira tarefa crítica» [CFJ, X, 49].

Estaria de facto o projecto crítico concluído? Não teria tido grande utilidade uma *Kritik der Einbildungskraft*, a *Crítica da Imaginação*? E se tal obra tivesse vindo à estampa, não seriam os seus principais objectivos os de encontrar os *fundamentos* da unidade hipotético-regulativa do conhecimento (avançada na primeira *Crítica* e desenvolvida na terceira) e fazer expandir a doutrina do esquematismo a uma nova versão, a um esquematismo da faculdade de julgar? E não teria esse esquematismo que aprofundar a possível relação entre geometria e a constituição do esquema figural dos objectos, apenas aludida na versão apresentada na primeira *Crítica*?

É que a consideração dos temas do espaço, da fundação da geometria em juízos sintéticos *a priori* e finalmente dos princípios unificadores da razão no interesse do sistema do conhecimento (da Natureza em particular, suas formas e figuras) conduz ao problema de uma contingência, e todavia de uma afinidade, no reino da diversidade – um outro nome para Natureza –, acerca do qual muito parece ter ficado na sombra. O caso da figura e dos aspectos relacionados com a forma no espaço é apenas um caso particular dentro de um campo mais vasto e obscuro do qual a *Crítica da Faculdade de Julgar* é o pórtico. Esse problema começa com a constatação do interesse da razão na unidade do conhecimento, e na descoberta de que essa faculdade dá aos conceitos do entendimento uma pretensão de unificação – a qual não é objectiva, mas simplesmente ideal – que é, na verdade, o próprio princípio da faculdade de julgar. Esse princípio é o de pensar o fundamento do entendimento, ainda que desconhecido, segundo o qual as

suas leis e conceitos encontram unidade, decisiva para a constituição de um sistema de conhecimento que tem forçosamente que radicar numa afinidade estrutural de base. Afinidade detectável, a um tempo, na Natureza e nos mecanismos transcendentais do sujeito que sustentam a representação e constituição do conhecimento da Natureza. Trata-se do problema de desvelar a raiz comum que rege a actividade de faculdades essencialmente distintas.

Se é verdade que para Kant todas as faculdades estão subordinadas às formas puras e estruturais da representação, o espaço e o tempo nativos da sensibilidade, é igualmente verdade que o tempo sempre pareceu mais fácil de colocar como membro dessa raiz. E quanto ao espaço? O caso já não é tão límpido. Ainda que tudo parecesse indicar a Kant que o espaço era outro dos membros da raiz, a verdade é que a estrutura euclidiana a partir do qual ele era pensado parecia ser demasiado pobre para fornecer a esquadria de um sistema onde as formas, sua diversidade figural e dinâmica, só muito palidamente podiam ser enquadradas. Todavia, a tensão que esse pensamento sugeria nunca terá abandonado Kant: teria a afinidade estrutural na base do conhecimento uma matriz no espaço e sua estrutura geométrica? E se tivesse, como começar a pensar uma tal hipótese, quando a geometria é um sistema formal frio, regular, descarnado e os fenómenos se apresentam elásticos, irregulares, pejados de qualidades e metamorfoses? As palavras de António Marques, em *Organismo e Sistema em Kant*, apresentam as dificuldades da melhor forma: «a problemática maior da Crítica da Faculdade de Julgar, [...] diz respeito ao pensamento de uma unidade da multiplicidade das leis específicas e contingentes da natureza, [...] via d[e] determinação de uma unidade fundante, que seja a um tempo pensável, mas também representável [...]. Mas será ainda útil lembrar que, na obra referida, se Kant percebe como algo de muito forte a unidade fundamental que as figuras geométricas oferecem, tal unidade não é um analogon satisfatório da natureza. Efectivamente, a multiplicidade e a contingência que esta encerra são suficientemente vastas para que a determinação de um foco originário que apague a contingência dificilmente possa ser determinável» [Marques, 1987, 18].

Farei o levantamento de alguns pontos que parecem pôr este pensador no encalço de uma ligação entre geometria, percepção, conceptualização e cognição, através de hipóteses que só verdadeiramente o pensamento do séc. XX iria tomar a sério e converter em programas de investigação.

§132: → Apêndice V, p. 483.

§133. As três faculdades superiores do conhecimento, entendimento, razão e faculdade de julgar, são distintas em natureza e no domínio de objectos que tratam. Embora cada uma tome os objectos das outras para levar a cabo a sua actividade própria (o entendimento toma ideias da razão e juízos da faculdade de julgar para constituir e ordenar os seus conceitos, a faculdade de julgar toma os conceitos do entendimento e as ideias da razão para produzir juízos, bem como a razão toma os conceitos do entendimento e os juízos da faculdade de julgar para produzir ideias e raciocínios), trata-se de domínios fundamentalmente distintos. Não obstante, o conhecimento organiza-se num todo: coeso, estruturado e hierarquizado. Ou seja, dos conceitos passamos à ideia de espécie, da ideia de espécie à mais geral ideia de género, fazemos subsumir um conceito particular sobre a ideia de um género correspondente, atribuímos um género a um conjunto de espécies e, finalmente, constituímos géneros ou espécies a partir de um conceito forjado de um só particular. Quer isso dizer que tal capacidade de generalização deve residir nos fundamentos de uma unidade <Einheit> que o sujeito transcendental prescreve aos objectos. Ora: quais são os fundamentos desta unidade transversal a todos os objectos e que tornam o sujeito capaz de converter a rapsódia do diverso em conhecimento estruturado? Kant descobriu e enunciou uma parte dessa capacidade: a sensibilidade e o entendimento. A sensibilidade dá o plano fundamental da representação, perante a qual todos os objectos do pensamento têm uma estrutura elementar comum, a representação no espaço e no tempo. Por sua vez, o entendimento dá as estruturas lógicas puras, as categorias, a partir da qual se atribui aos objectos a forma lógica da sua representação. Não obstante, esta unidade na sensibilidade e no entendimento é de uma generalidade tal que só pode trazer inteligibilidade a uma parte do fundamento da dita capacidade. A outra parte, Kant também a enunciou, mas de forma elíptica e, até certo ponto, insuficiente: justamente a *imaginação*. Possuímos a imaginação como energia fundamental de associação e ligação, colaborando com todas as faculdades. Se a sensibilidade dá a matriz comum das representações e o entendimento a matriz lógico-formal, a imaginação é a energia das mimeses e das congruências e é também a mensageira que transporta essas mimeses e congruências de uns domínios para os outros. Acontece que, enquanto os fundamentos da representação na sensibilidade e no entendimento foram bem determinados por Kant em exposições

dedutivas, os fundamentos da associação e da ligação da imaginação nem tanto. De resto, quando Kant se debruça sobre a imaginação, sobre aspectos particulares da sua actividade, ou entrevendo os seus tentáculos em lugares inesperados, quase sempre menciona a obscuridade de uma actividade enigmática, cujos fundamentos dificilmente se arrancam à natureza: *«este esquematismo do nosso entendimento, em relação aos fenómenos e à sua mera forma, é uma arte oculta nas profundezas da alma humana [<eine verborgene Kunst in den Tiefen der menschlichen Seele>], cujo segredo de funcionamento dificilmente poderemos alguma vez arrancar à natureza e pôr a descoberto perante os nossos olhos»* [CRP, A141/B180-181, 183-184];

«A comunicabilidade universal da sensação (do comprazimento ou descomprazimento), e na verdade uma tal que ocorre sem conceito, a unanimidade, tanto quanto possível, de todos os tempos e povos com respeito a este sentimento na representação de certos objectos é o critério empírico, se bem que fraco e suficiente apenas para a suposição da derivação de um gosto, tão confirmado por exemplos, do profundamente oculto [<tief verborgenen>] fundamento comum a toda a humanidade no julgamento das formas sob as quais lhes são dados objectos» [CFJ, §17, 53, 123];

«De facto, não se concebe como poderia ter lugar um princípio lógico da unidade racional das regras, se não se supusesse um princípio transcendental, mediante o qual tal unidade sistemática, enquanto interesse inerente aos próprios objectos, é admitida a priori como necessária. Pois, com que direito pode a razão exigir que, no uso lógico, se trate como unidade simplesmente oculta [<eine blossversteckte Einheit>] a diversidade das forças que a natureza nos dá a conhecer e se derivem estas, tanto quanto se pode, de qualquer força fundamental, se lhe fosse lícito admitir que seria igualmente possível que todas as forças fossem heterogéneas e a unidade sistemática da sua derivação não fosse conforme com a natureza? Porque, nesse caso, procederia ao invés do seu destino, dando a si própria por alvo uma ideia totalmente contrária à constituição da natureza» [CRP, A650/B678, 538].

Kant nomeou a imaginação *Einbildungskraft* para pôr a ênfase na *Bildung*, na sua capacidade figurativa e formativa, na sua propensão para detectar estabilidades estruturais, as afinidades e, quando não são dadas, forjar ela própria os princípios das estruturas que permitirão constituir novos objectos de pensamento¹¹⁶.

¹¹⁶ John Llewelyn recorda que *Einbildungskraft* é «o poder de In-eins-bildung, o poder de formar num só <of forming into one>» [Llewelyn, 2000, 3, sa].

Tal não é imediatamente claro no texto kantiano. De facto, a presença da imaginação no seu sistema é por vezes tão subreptícia que temos de procurar nas entrelinhas os lugares em que tal faculdade está a espreitar. A última citação, onde a imaginação não é nomeada ainda que seja forçosamente nela que Kant pensa, põe-nos no encalço do lugar onde talvez se deva iniciar a sua investigação tendo em vista o problema desta dissertação. Trata-se de uma peça-chave da primeira *Crítica*, o *Apêndice à Dialéctica Transcendental* [CRP, A642/B670 e ss., 533-571].

§134. O *Apêndice* constitui o momento em que a rigidez do sistema até aí desenhado se abre à experiência de uma Natureza fulgurante, cheia de formas, de figuras, de dinâmicas, de hierarquias. Ora, se por um lado é o sujeito quem constrói o conhecimento da Natureza em função da sua estrutura transcendental (i.e., não percebemos a Natureza tal como ela é, mas como os nossos sistemas perceptivos e cognitivos estão desenhados para a perceber; a realidade *numénica* da Natureza, enquanto coisa-em-si <*Ding an sich selbst*>, está-nos vedada), também é certo que o sujeito nunca conhece toda a Natureza e todos os seus objectos. E todavia, as partes que dela conhece, conhece-as como se lhe tivesse sido dado de antemão o plano da sua estrutura total e soubesse como deve organizá-la num todo coeso e estruturado. Cabe então, no *Apêndice*, perceber como se explica esse mistério. Aí se desvela a utilidade das ideias *regulativas* <*regulativen*> da razão, regulativas porque dão unidade colectiva aos conceitos do entendimento, i.e., tornam o conjunto de conceitos dessa faculdade numa unidade orgânica; mais ainda, têm o papel de ampliar o sistema de ligações que entre os objectos do entendimento parecem legítimas, imprimindo nessa faculdade a ideia de que o seu uso é conforme ao fim de uma unidade fundamental, em direcção à qual convergem todos os seus conceitos. Essa ideia regulativa – usada dentro de limites legítimos, um uso *imanente* <*immanent Gebrauch*> – funciona como um princípio *a priori*, i.e., é ela que fornece ao entendimento a antevisão de uma estrutura dentro da qual os conceitos encontrarão o lugar que lhes cabe. Uma tal ideia estruturante do sistema de conhecimento não só é *a priori*, como deve ser o fundamento da ordem segundo a qual conhecemos a Natureza.

Em favor da demonstração desta unidade, Kant introduz uma hipótese decisiva: subjacendo todas as faculdades, e no interesse da razão na unidade do conhecimento mas também da coesão transcendental do próprio sujeito cognitivo, não haverá uma

faculdade fundamental <Grundkraft> prescrevendo a direcção de uma unidade ideal, simplesmente regulativa, para a qual todas as forças cognitivas do sujeito devem dirigir a sua actividade? «*A ideia de uma faculdade fundamental de que a lógica, aliás, não nos descobre a existência, é, pelo menos, o problema de uma representação sistemática da diversidade das faculdades. O princípio lógico da razão exige que se realize, tanto quanto possível, esta unidade e, quanto mais idênticos se encontrem os fenómenos de uma e de outra força, tanto mais verosímil é que sejam apenas diferentes manifestações de uma e a mesma força que se pode denominar (comparativamente) a sua força fundamental [<Grundkraft>]*» [CRP, A649/B677, 537 sa].

E que exemplo dá Kant para sustentar essa hipótese? A imaginação: «*os diferentes fenómenos de uma mesma substância mostram, à primeira vista, tal heterogeneidade, que se tem de admitir de início quase tantas espécies de faculdades quanto os efeitos produzidos, tal como na alma humana a sensação, a consciência, a imaginação, a memória, o engenho, o discernimento, o prazer, o desejo, etc.. Ao princípio, uma máxima lógica impõe que se restrinja tanto quanto possível esta aparente diversidade, que se descubra, por comparação, a identidade oculta e se indague se a imaginação, aliada à consciência, não será memória, engenho e discernimento, e até porventura entendimento e razão*» [id., A648/B676, 537, sm]. Kant não afirma que a imaginação é essa faculdade fundamental. Mas o exemplo não é aleatório, pois o *Apêndice* está elevado sobre a ideia de uma afinidade fundamental que aproxima o diverso e o unifica, sem prejuízo da dignidade desse mesmo diverso. Se recorrer à sinopse que fiz na §132, não é difícil identificar a faculdade cujo princípio é a afinidade: a imaginação.

§135. Tal hipótese é sugestiva, mas difícil de deslindar na sua totalidade, pois estamos na *Dialéctica*, secção da *Crítica* que se ocupa do estudo da razão. Ora, o que o *Apêndice* trata, como hipótese problemática, é a relação entre razão e imaginação, no sentido em que a última deve servir o interesse sistemático da primeira. O problema é: como é que tal acontece? Qual é, afinal, o fundamento oculto da unidade estrutural que a imaginação favorece? O rigor dialéctico e dedutivo levou Kant a postular a ideia de uma tal faculdade fundamental, mas a obscuridade em que tal faculdade se envolve impede-o de ir mais além na sua determinação, sob risco de cair em determinações puramente especulativas ou ficções epistemológicas. Mas o *Apêndice* coloca-nos decididamente no encaço do fundamento dos princípios que legitimarão a unidade de

um sistema que é, na sua apresentação, fundamentalmente diverso. Surge então o problema: se a afinidade é o princípio de unificação de todo o diverso, então quais são os elementos estruturais sobre os quais esse princípio elaborará a unificação, sobretudo observando a constituição do conhecimento da Natureza? Pois é neles que Kant deve estar a pensar quando nos remete para o fundamento genésico da Natureza através da ideia de uma *mãe comum original* [*eine gemeinschaftlichen Urmutter*] na §80 da *Crítica da Faculdade de Julgar*, prolongamento directo do *Apêndice* e solidificação da proposta da pressuposição de uma faculdade fundamental. Vale a pena citar abundantemente essa secção porque ela tanto nos põe no encalço da descoberta dos princípios dessa unidade, como postula por princípio a impossibilidade de alcançá-los: «[...] o investigador da natureza [*<der Naturforscher>*] tem que, quando ajuizar coisas cujo conceito é inquestionavelmente fundado como fins da natureza (seres organizados), colocar como fundamento sempre uma qualquer organização original [*<eine ursprüngliche Organisation>*], a qual utilize aquele próprio mecanismo para produzir outras formas organizadas ou para desenvolver as suas próprias em novas formas [...]. É louvável, através da anatomia comparada, percorrer a grande criação de naturezas organizadas [*<organisierter Naturen>*: seres vivos] para ver se aí não se encontra algo parecido com um sistema e na verdade segundo o princípio da geração, sem que tenhamos necessidade de nos ater ao simples princípio do julgamento (o qual não dá qualquer esclarecimento para a perspicácia [*<einsicht>*] das suas gerações) e desistirmos, desanimados, de toda a pretensão a uma perspicácia da natureza neste campo. A concordância de tantas espécies animais num certo esquema comum [*<in einem gewissen gemeinsamen Schema>*] que parece estar na base, não somente da arquitectura do seu esqueleto, mas também na disposição das restantes partes, onde uma maravilhosa simplicidade do plano pode produzir uma tão grande multiplicidade de espécies, através do encurtamento de umas partes e do alongamento doutras, envolvendo esta, desenvolvendo aquela, lança no ânimo uma luz de esperança, ainda que fraca, de neste caso algo se poder alcançar com o princípio do mecanismo da natureza, sem o qual não pode existir qualquer ciência da natureza. Esta analogia das formas, na medida em que parecem, com todas as suas diferenças, ser geradas de acordo com uma imagem original [*<in einem gemeinschaftlichen Urbilde>*], fortalece a presunção de um parentesco efectivo das mesmas na geração de uma mãe comum original, mediante a aproximação por degraus das espécies animais a outras [...] Desta e das respectivas forças segundo leis mecânicas (semelhante àquelas com que actua

nos cristais) parece derivar toda a técnica da natureza [<die Technik der Natur>], a qual nos é tão incompreensível em seres organizados, que acreditamos ser necessário pensar para isso um outro princípio» [CFJ, §80, 345-346, sa].¹¹⁷

Não obstante, Kant à partida vota este projecto de determinação de um princípio fundamental a um quase fracasso, pois um tal princípio deverá estar guardado na estrutura numérica da Natureza, cujos fenómenos que dela recebemos deve ter nas nossas estruturas cognitivas um acordo com a própria estrutura numérica da Natureza, sem que todavia possamos chegar a conhecer a sua raiz: «[...] é razoável e meritório até, perseguir o mecanismo da natureza em prol de uma explicação dos produtos da natureza tão longe quanto ele acontecer com boa probabilidade e mesmo não desistir desta tentativa pelo facto de em si ser impossível por essa via encontrar a conformidade a fins da natureza, mas somente porque para nós, como seres humanos é impossível. Com efeito, para isso seria exigível uma outra intuição diferente da [intuição] sensível e um conhecimento determinado do substrato inteligível da natureza [<des intelligibelen Substrats der Natur>], do qual pudesse mesmo ser dado um fundamento do mecanismo dos fenómenos segundo leis particulares, coisa que ultrapassa completamente toda a nossa faculdade.» [CFJ, §80, 345]

§136. Ainda que o princípio oculto da Natureza enquanto tal, *númeno* <*noumenon*>, nos esteja vedado – e daí a impossibilidade de que Kant fala – o seu princípio co-natural que se encontra em nós e que legitima a capacidade que temos de fazer dela um sistema organizado (que deve subjacer quer à nossa intuição, quer à nossa percepção, quer à nossa cognição, enfim, à dita faculdade fundamental), deve poder ser conhecido. Se por um lado é o sujeito transcendental como um todo a torná-lo possível, por outro essa sua capacidade radica num fundamento determinado, a *afinidade transcendental* que orienta a imaginação na ligação desse todo. Mas essas determinações não deixaram Kant satisfeito, e parece que há todo um plano de princípios que alimentam a afinidade na unificação desse diverso que é o problema fundamental da relação entre sujeito transcendental e Natureza. Atentando sobre os principais conceitos que Kant usa nestas passagens, temos uma ideia do caminho a

¹¹⁷ De resto, quase dispensa referência que estas palavras constituem o coração daquilo que no pensamento de Kant foi interpretado como uma antecipação do darwinismo. John Zammito dá conta do carácter erróneo dessa interpretação no cap. 9 de [Zammito, 1992]. Mark Fisher faz uma apresentação sintética do pensamento biológico de Kant, desde o período pré-crítico à CFJ, com particular ênfase nas suas concepções sobre a geração e classificação dos organismos, em [Huneman et al., 2007, 101-121].

seguir. Esses conceitos constituem uma comunidade: “*organização*”, “*fim*”, “*fundamento*”, “*forma*”, “*anatomia comparada*”, “*princípio de geração*”, “*esquema comum*”, “*princípio do mecanismo da Natureza*”, “*analogia das formas*”, “*imagem original*”, “*parentesco*”, “*mãe comum original*”, “*técnica da Natureza*”. Podemos organizar estes conceitos em três grupos. Os membros do primeiro grupo constituem o grupo *formativo*: *princípio* (*princípio de geração*), *fundamento*, *organização*; o segundo grupo tem apenas um membro, constitui o grupo *objectivo*, e pode considerar-se resultado do anterior: *forma*; os membros do terceiro grupo constituem o grupo *intelectivo* ou *inteligibilizador* e reportam-se aos dois grupos anteriores, no sentido em que tentam desvendar nas formas um *logos comum*: *arquétipo* (*esquema comum*, *imagem original*, *mãe comum original*), *finalidade* (*fim*), *analogia* (*anatomia comparada*, *analogia das formas*), *afinidade* (*parentesco*), *técnica* (*princípio do mecanismo*¹¹⁸ *da Natureza*, *técnica da natureza*). Determinar uma faculdade fundamental é então a prossecução de uma hipótese ideal, regulativa e especulativa, a qual tem todavia como objectivo explicar a unificação completa das formas dadas na experiência, pelo acordo radical das formas entre si e pelo acordo das faculdades no tratamento dessas formas.

O que se ganharia com a determinação de uma faculdade fundamental, assim como das raízes da sua actividade? Ganhar-se-ia a compreensão do problema teleológico, i.e, do problema do acordo das partes da Natureza na colaboração para um fim que, por ora, nos aparece indeterminado. Mas ganhar-se-ia também a compreensão e a explicitação dos fundamentos desse acordo. Seria como compreender o plano último sobre o qual radica, a um tempo, a unidade e a multiplicidade da Natureza, assim como do acordo com esse plano que as nossas faculdades manifestam.

Se estamos no reino das figuras e das formas naturais, nas suas determinações, dinâmicas, metamorfoses e filiações, estamos no reino empírico e no campo da sua

¹¹⁸ *Mecanismo* <*Mechanism*> em Kant diz respeito à dinâmica físico-matemática na Natureza. Opõe-se a *organismo* (o termo mais utilizado por Kant é *ser organizado* <*organisiertes Wesen*>), no sentido em que aquele é apenas um produto de forças e relações (de dinâmicas, p. ex., físico-químicas), e este implica um princípio ânimo ou vital e a ideia de uma finalidade, ainda que nos seja muito difícil compreender em que possa isso consistir. É assim porque, embora Kant conceba um princípio anímico ou vital específico dos seres organizados, isso não me parece necessariamente empurrar Kant para o vitalismo, i.e., para a concepção de uma alma ou princípio supra-sensível no âmago desses seres. Todavia, considero este um dos pontos difíceis e obscuros do pensamento da terceira *Crítica*; Clark Zumbach dá um argumento simples e convincente contra o vitalismo em Kant: invocar uma entidade vital é *mutatis mutandis* invocar a ideia de uma divindade, algo cujo alcance está para lá dos limites racionais (Rajiva desenvolve argumentação análoga em [Heidemann et al., 2010, 175-176]). Ora, Kant repudiou o acesso a, e o alcance explicativo de, tais subterfúgios, quer na quarta antinomia da CRP, quer na §68 da CFJ. Para o assunto, vide, p. ex., [Zumbach, 1984, 80-85].

representação sobre as estruturas fundamentais da sensibilidade, espaço e tempo. Ou seja, investigar as raízes da suposta faculdade fundamental deve, porventura, começar por investigar o modo como as formas da sensibilidade se transformam, estruturalmente, para acolher os fenómenos que as impressionam. Será que essa transformação da sensibilidade não conhece, desde logo, regras estruturais, pré-definidas? Ocorre logo uma passagem dos *Axiomas da Intuição* na primeira *Crítica* onde a matemática, como conjunto de construções puras *a priori* na intuição sensível parece ser quem dá a estrutura da representação dos objectos na experiência: «sobre [a] síntese sucessiva da imaginação produtiva na produção das figuras se funda a matemática da extensão (geometria), com seus axiomas, que exprimem as condições da intuição sensível *a priori*, únicas que permitem que se estabeleça, subordinado a elas, o esquema de um conceito puro do fenómeno externo, como este, por exemplo: entre dois pontos só é possível uma linha recta; [...] Este princípio transcendental da matemática dos fenómenos alarga, consideravelmente, o nosso conhecimento *a priori*. Com efeito, só ele permite a aplicação da matemática pura, com toda a sua exactidão, aos objectos da experiência, o que, sem este princípio, não seria assim tão evidente e até já deu origem a muitas contradições. Os fenómenos não são coisas em si. A intuição empírica só é possível mediante a intuição pura (do espaço e do tempo); o que a geometria diz de uma deverá irrefutavelmente valer para a outra e têm de acabar subterfúgios, tais como o de os objectos dos sentidos não serem conformes com as regras da construção no espaço [...]. Porque assim se negaria a validade objectiva do espaço e, com ela, ao mesmo tempo, a de toda a matemática, deixando de saber-se porquê e até que ponto poderia aplicar-se aos fenómenos. A síntese dos espaços e dos tempos [operada pela imaginação], considerada forma essencial de toda a intuição, é o que torna possível, simultaneamente, a apreensão do fenómeno, portanto toda a experiência externa e, assim, todo o conhecimento dos objectos dessa experiência; e o que a matemática, no seu uso puro, demonstra em relação a essa síntese, é o que necessariamente é válido para esta» [CRP, A163/B204, A165/B206, 199-201]. Afirmção posteriormente confirmada no Apêndice: «na Analítica Transcendental distinguimos entre os princípios dinâmicos [<dynamischen>] do entendimento, princípios simplesmente regulativos da intuição, e os matemáticos [<mathematischen>] que, em relação a esta última, são constitutivos.» [id., A664/B692, 546]

Kant não está a circunscrever a matemática, a geometria em particular, à descrição científica dos fenómenos: está inequivocamente a colocá-la na matriz da nossa

representação dos fenómenos na intuição. Nós intuímos os fenómenos na sensibilidade de acordo com estruturas que a ciência matemática desvelou; aritmética e geometria são os seus principais sistemas de regras.

Devemos então, atendendo à primeira *Crítica*, pensar que uma faculdade fundamental, a existir, e a querer estudar-se a parte relativa à representação da figura dos fenómenos na intuição, deve encontrar na matemática um dos seus princípios. A intuição, que vai servir de base à percepção como estrutura que a antecipa e a prepara, é modelizada pela matemática. No caso particular da figura, pela geometria.

Porém, esta tese, que está na base do pensamento da primeira *Crítica* é, todavia, abandonada quando Kant se debruça sobre o estudo dos organismos vivos e, sobretudo, da ideia teleológica. Aí, a complexidade da Natureza e a pressuposição de um foco que a dirigisse para uma unidade radical deixam de encontrar na matemática a sua matriz: *«as propriedades da natureza que se deixam demonstrar a priori, e por isso, segundo a sua possibilidade, se deixam descortinar segundos princípios universais sem qualquer contribuição da experiência, não podem de modo nenhum, se bem que tragam consigo uma conformidade a fins técnica, porque são simplesmente necessários, entrar mesmo assim na conta da teleologia da natureza como um método para a resolução dos problemas desta. Analogias matemáticas [o termo kantiano é <aritméticas>, <arithmetische>] e geométricas e do mesmo modo leis mecânicas universais, por muito surpreendente e digno de admiração que também nos possa aparecer a unificação de tantas regras aparentemente independentes umas das outras num princípio, não exigem por esse facto que as consideremos na Física como princípios das explicações teleológicos. E ainda que mereçam ser tomadas em consideração na teoria geral da conformidade a fins das coisas da natureza em geral [<allgemeinen Theorie der Zweckmässigkeit der Dinge der Natur überhaupt>], teria no entanto esta conformidade um outro lugar, nomeadamente na Metafísica e não constituiria qualquer princípio da ciência da natureza.»* [CFJ, §68, 301]

Porque parece afinal que a unidade fundamental das formas empíricas, das suas figuras em particular, deixou de ter na geometria o foco convergente que tanto se desejava desvelar. Se em Platão o projecto de geometrização da percepto-cognição falha pela inexistência de uma estereometria suficientemente sofisticada, qual a razão para que também o velho Kant descubra na geometria uma insuficiência que faz capitular a tentativa de a ela fazer remontar a diversidade do reino das figuras naturais e a

construção cognitiva que dele fazemos? Entrever uma resposta para esse difícil problema implicará a reconstrução de alguns elementos do pensamento kantiano.

§137. Que Kant encontrou na geometria um plano basilar para o seu pensamento fica claro quando recordamos que alguns dos pilares decisivos do sistema transcendental têm nela os seus alicerces. Kant detectou-lhe o rasto em três lugares: 1) como *esquema*, ou mais precisamente *modelo*, da estrutura da intuição pura do espaço; 2) como protótipo da representação figural dos fenómenos na sensibilidade; 3) como agente da formação de certo tipo de conceitos, e na mediação e aplicação destes à experiência. Tanto a letra de Kant é clara, como o comentário ao seu pensamento é copioso no que respeita ao estudo e análise do lugar 1). Não acontece o mesmo com 2 e 3). Portanto, é com esses lugares que principalmente me ocuparei.

Tanto a geometria euclidiana (a matemática pura em geral) como a física newtoniana¹¹⁹ foram tomadas por Kant como ciências assentes em princípios que são juízos sintéticos *a priori*, únicos capazes de oferecer conhecimento verdadeiro e universal, i.e., fundados em leis necessárias e garante de certezas apodícticas [CRP, B14-18, 46-48]. A principal característica de um juízo sintético *a priori* consiste na constatação de que se analisarmos as premissas e a conclusão do juízo, verificamos que a conclusão não está contida nas premissas, revelando assim nestes juízos a propriedade de ampliarem um dado conhecimento. Não obstante, a conclusão exprime uma verdade, uma verdade *intersubjectiva*. Para Kant, isso constitui índice da aprioridade do juízo, ratificada pela verificação de três características: *universalidade* <Allgemeinheit>, *necessidade* <Notwendigkeit> e *apodicticidade* <Apodiktizität>, três das características que propus para o transcendental. Portanto, se uma teoria do conhecimento quisesse elevar-se a ciência deve procurar os juízos sintéticos *a priori* que deverão estar na sua raiz e que legitimam a designação de *transcendental* ([Kant, 2005, nota 17 das *Observações*], [CRP, nota a Bxviii, 21] e [Kant, 2004c, xxiii, xxviii, §10, nota I e III à §13]).

Devo atentar em alguns aspectos do pensamento kantiano para se compreender a tese do carácter transcendental da geometria pela sua fundação em princípios *a priori*. Pela *Crítica da Razão Pura* e pela *Crítica da Faculdade de Julgar* é relativamente simples remontar o raciocínio. Ei-lo: 1) o conhecimento humano está dividido em dois troncos, a *sensibilidade* e o *entendimento*; a sensibilidade diz respeito à doação dos objectos e o

¹¹⁹ Palmquist acrescenta, com propriedade, a lógica aristotélica [Palmquist, 1990, 88].

entendimento à pensabilidade dos objectos dados [CRP, B29/A15, 55]; 2) o conhecimento começa com a experiência; a experiência implica que a sensibilidade será afectada por fenómenos dos quais a estrutura transcendental do sujeito produzirá representações; as representações podem ser de três tipos, os quais correspondem também a três faculdades distintas: i) *intuições* <Anschauungen>, que pertencem à sensibilidade e podem ser puras ou empíricas; ii) *conceitos* <Begriffe>, que pertencem ao entendimento e, como vimos, podem ser puros (quando são endógenos ao próprio entendimento chamam-se categorias), empíricos (quando se reportam a um fenómeno, congregando dados da experiência empírica e da sensibilidade pura), ou sensíveis (quando remetem exclusivamente para as intuições puras); iii) *ideias* <Ideen>, que pertencem à razão e que tomam os conceitos do entendimento como ponto de partida; podem ser sensíveis (quando os conceitos que as regem pertencem ao domínio da Natureza e portanto são fenómenos submetidos à legislação do entendimento) ou supra-sensíveis (quando os conceitos que as regem pertencem ao domínio da Liberdade e não podem ter uma intuição sensível que lhes corresponda). Se nos focarmos na sensibilidade e na lição da *Estética Transcendental*, os objectos das intuições *empíricas* são os fenómenos e as intuições empíricas são dadas à sensibilidade quando esta é afectada por estímulos que lhe são exteriores, i.e., intuições cuja inteireza o sujeito não pode encontrar em si próprio (p. ex., estímulos dos órgãos sensoriais). Por outro lado, os objectos das intuições *puras* definem-se por consistirem numa doação de certos tipos de representação que não contêm em si nada de empírico, i.e., nada que tenha sido tomado da experiência, intuições que a sensibilidade pode encontrar na sua inteireza em si própria. Pela análise da forma dos fenómenos, Kant descobriu que há na sua representação sempre duas constantes: a *extensão* <Ausdehnung> e a *figura* <Gestalt>. A extensão remete para o *tempo*, a figura remete para o *espaço*. Daí Kant deduz as duas formas puras da sensibilidade, espaço e tempo, pureza que se define por sempre estruturarem qualquer intuição; espaço e tempo são os objectos da *estética* (da teoria da receptividade) para o sujeito transcendental, pois são os únicos elementos da intuição que a sensibilidade contém inteiramente em si própria [CRP, A17/B31-A22/B36, 61-63]; [CFJ, xvi-xx, 54-57]; 3) o pensamento (o *entendimento*) só pode exercer-se quando a sensibilidade recebe intuições, i.e., um objecto só é pensável se tiver uma intuição que lhe corresponda [CRP, A17/B31, 61]; 4) todavia, se as intuições puras sustentam a apresentação de fenómenos ou simplesmente de representações, os quais sempre surgem eivados de outras predicacões qualitativas e que se apresentam sempre como casos

particulares, Kant descobre que há representações que o entendimento consegue pensar como universais, sem ligá-las a nenhum particular específico nem a nenhuma intuição empírica. É o caso dos objectos matemáticos. O que aí sucede é que o entendimento é capaz de aplicar as suas regras lógicas de pensabilidade exclusivamente ao conteúdo das intuições puras, espaço e tempo, sem qualquer contaminação empírica ou necessidade de recorrer à experiência. Ora, se nestes casos o entendimento está a aplicar a sua legislação pura às duas intuições puras da sensibilidade – e apenas a elas –, significa que estamos perante objectos que caem exclusivamente sob a alçada das condições transcendentais do conhecimento, ou seja, tudo o que neles entra é dado *a priori*.

Dito de outro modo, os conceitos que fundamentam quer a geometria euclidiana, quer a física matemática (newtoniana), são inteiramente *constitutíveis* sobre as intuições puras da sensibilidade a partir do categorial transcendental. «*A matemática fornece o exemplo mais brilhante* [<das glänzendste Beispiel>]» [CRP, A712/B740, 579] para esta noção de construção dos conceitos, i.e., para a apresentação de um conceito integral e exclusivamente nas intuições puras. O que acontece com os conceitos da matemática é que a imaginação, mediando a relação entre sensibilidade e entendimento, recorre apenas às intuições puras e mesmo assim é capaz de forjar uma regra de construção que abstrai de qualquer instanciação particular [id., A713/B741, 580], que exprime todavia um conceito sob o qual cabem todas as representações possíveis desse mesmo conceito. Essa regra de construção é um *esquema*, o qual tem a particularidade de, no caso matemático, não requerer mais do que espaço e tempo para que seja operativo. Kant exemplifica com a construção de um triângulo particular sobre uma folha de papel: por um lado, nenhuma experiência empírica alimentou o conceito deste triângulo que tenho na imaginação e que dá o modelo ao triângulo que desenho no papel; por outro lado, este triângulo que desenho *exemplifica* o esquema de triângulo que tenho na imaginação, mas não o esgota, pois posso desenhar outro triângulo com outras medidas nas arestas ou nos ângulos e todavia essa infinidade de figuras que posso representar empiricamente continuam sempre a subsumir no mesmo conceito de triângulo que a minha imaginação construiu sobre as intuições puras. Ou seja, o que o esquema dos conceitos matemáticos enuncia é tão-só uma regra de construção. E, diferentemente dos outros, os esquema dos conceitos matemáticos só precisam do espaço e do tempo para

serem construídos (a este respeito, cf. com [CRP, *A disciplina da razão pura no uso dogmático*, A712/B740 e ss., 579 e ss.] e [Kant, 2004b, 469-471, 5-7])¹²⁰.

§138. Também a estrutura da ciência geométrica é, tal como apresentada nos *Elementos* de Euclides, aquela que segundo Kant deve modelar a organização e estruturação de uma ciência. A descoberta de princípios *a priori* e o método dedutivo que usa para desdobrar esses princípios em juízos verdadeiros (os teoremas) são para Kant – já o eram para Platão – paradigma da estrutura ideal que deve modelar a configuração do seu projecto de elevação da metafísica a uma ciência. Modelar, porque a metafísica não deve ter a pretensão de copiar as matemáticas: a geometria é tão só o modelo por excelência do conhecimento certo [CRP, A726/B754, 588]. Neste particular, Kant inscreve-se numa tradição que os pensadores da Modernidade (Descartes, Espinosa¹²¹ e Leibniz serão os mais sonantes) consolidaram, a saber, a boa organização do conhecimento segue o *ordine geometrico*¹²². Kant cita a máxima de Newton legitimadora da admiração por essa ciência: «*Gloriosa geometria, que de tão poucos princípios [...] tanto consegue produzir*»^(LV) [Kant, 2004b, 479].

Tal como a Platão, também a geometria merecia a Kant a mais alta estima e veneração. Além de ter leccionado a doutrina de Euclides [Jørgensen, 2005, 10], as referências a esta ciência são transversais à sua obra filosófica. A entrada da geometria no pensamento kantiano dá-se através da célebre controvérsia entre Leibniz e Newton acerca da natureza do espaço. Kant tomou parte na controvérsia, partidizando-se por Newton e pelo «espaço absoluto». É com a entrada nessa discussão que começa a

¹²⁰ Michael Friedman remontou com clareza o que Kant teria em mente quando liga a construção de um conceito matemático às intuições puras [Friedman, 1998, 56-58] em *Kant and the exact sciences*: em primeiro lugar, Kant teria pressuposto que, para construir o conceito de uma figura geométrica eu tenho sempre de desenhá-la na imaginação, de produzir uma representação sua (literalmente, *imaginar a figura*) no meu *espaço* mental; em segundo lugar, a construção não é dada instantaneamente, desenrola-se num *tempo*, i.e., para desenhar o triângulo na imaginação, tenho de tomar um ponto (uma entidade espacial) e deslocá-lo continuamente (tempo) de modo a que ele produza as linhas que formam a figura. Ao falarmos de conceitos geométricos como ponto ou linha, verificamos que nenhuma intuição empírica pode corresponder-lhes, pelo que a possibilidade da imaginação desenhar o seu esquema só pode assentar no recurso exclusivo às intuições puras (para a argumentação sobre as deficiências do raciocínio de Kant, vide [Friedman, *ibid.*]). Estas características do modo de construção dos objectos matemáticos que sustentam a geometria euclidiana e a física newtoniana garantem a estas ciências uma total pertença ao campo do conhecimento *a priori* e, simultaneamente, revelam o fundamento metafísico de ambas. Também devo aqui sublinhar uma das mais importantes teses kantianas: «*tudo o que nos deve ser dado como objecto tem de nos ser dado na intuição*» [PMF, A62, 57].

¹²¹ A influência da organização geométrica do pensamento e do conhecimento encontra na *Ethica more geometrico demonstrata* de Espinosa o seu grau máximo, com o tratado de Espinosa a seguir quer na forma, quer na terminologia, o tratado geométrico de Euclides.

¹²² Sobre o tema vide, p. ex., o artigo de Jean-Paul Margot, [Margot, 2009].

engendrar-se a longa afinação da ideia de espaço até à forma acabada da *Crítica da Razão Pura*¹²³. Para compreender como Kant relaciona a geometria euclidiana com o espaço físico, com o espaço perceptivo (i.e., assente na intuição pura) e com o espaço lógico ou conceptual, e para eliminar alguns preconceitos acerca dessa relação, vale a pena visitar um texto pré-crítico particular que abre, numa perspectiva problematizante, para as grandes teses e problemas kantianos sobre o espaço.

§139. A meu ver, o tema do espaço absoluto tem em Kant a aparição mais luminosa no texto de 1768, *Acerca do Primeiro Fundamento da Diferença das Regiões no Espaço* <Von dem ersten Grunde des Unterschiedes der Gegenden im Raume> [Kant, 1983, 165-174]. Kant aparece disposto a contribuir para a determinação de um problema que a disciplina inventada por Leibniz¹²⁴, a *analysis situs*, quisera atacar: «determinar a grandeza [<die Grösse>] matematicamente» [Kant, id., 167]; sucede porém que Kant encontra um inquietante problema que a acção humana não consegue solucionar dentro do espaço físico tridimensional. Em certo sentido, esse problema desvela uma antinomia, a qual a *Estética Transcendental* da *Crítica* resolve. Kant apresenta-se aí com o seguinte projecto: «verificar se se poderá encontrar nos juízos intuitivos relativamente à extensão, tal como os encontramos na geometria [<Messkunst>], uma prova evidente de que o espaço absoluto, independente da existência de toda a matéria, considerado como primeiro fundamento da possibilidade da sua composição, comporta uma realidade que lhe é própria. [...] A prova que eu procuro aqui deve oferecer [...] aos próprios géometras [<Messkünstlern>], uma razão convincente para afirmar, com a evidência que lhe é habitual, a realidade do seu espaço absoluto» [Kant, 1983, 168-9, sa].

A investigação da *natureza* do espaço, ao procurar aferir a *realidade* que lhe é própria, revelará um ponto crítico. O *realismo* do espaço absoluto diz respeito à possibilidade da sua existência independentemente da existência de objectos que o povoem e que o determinem como receptáculo de existentes (concepção newtoniana que se põe contra a

¹²³ Para o desenvolvimento do conceito de espaço em Kant, p. ex., [Gil, 1984, 310-332] ou [Garnett, 1939, 89-206].

¹²⁴ A influência de Hume sobre Kant está por demais sublinhada e estudada; o mesmo não acontece com a influência de Leibniz. Ora, o pensamento de Leibniz é um dos pensamentos contra os quais o pensamento de Kant decisivamente se desenha. Foi Fernando Gil quem primeiro me chamou a atenção para as profundas ressonâncias leibnizianas no *Apêndice à Dialéctica Transcendental*. Sobre esse vínculo veja-se o breve artigo de Predrag Cicovacki em [Bird et al., 2006a, 79-92].

ideia de um «espaço ideal e relacional» de Leibniz)¹²⁵. Kant reivindica a existência do «espaço absoluto» como entidade mesmo que ela seja o vazio absoluto, pois esse espaço é concebível dentro dos «juízos intuitivos», i.e., é pensável e representável. Para determinar a existência desse espaço absoluto, Kant vai procurar o dito fundamento da diferença entre as regiões do espaço, a saber, que o espaço não se define por relações mereológicas (das partes do espaço umas com as outras), mas na relação destas partes a um todo *abstracto* do espaço¹²⁶. Kant enceta então uma analítica do espaço sediada nos constrangimentos da percepção humana e liga as três dimensões do plano geométrico euclidiano às três relações do corpo humano à superfície terrestre: «*O plano sobre o qual assenta, perpendicularmente, o comprimento do nosso corpo chama-se horizontal em relação a nós; [...] constitui a razão da distinção das regiões que nós designamos por “alto” e “baixo”. Sobre este plano podem permanecer, perpendicularmente e ao mesmo tempo cruzarem-se, em ângulo recto, dois outros planos [...]. Um destes planos verticais divide o corpo em duas partes exteriores semelhantes e dá o fundamento da diferença do lado esquerdo e do lado direito. O outro que se situa perpendicularmente a este, faz com que possamos ter conceitos de “à frente” e de “atrás”*» [id., 169].

Como Platão, também Kant estabelece uma relação seminal entre as dimensões do plano geométrico e a posição do corpo no espaço, pondo-se contra a arbitrariedade da primeira linguagem geométrica: ela teve o corpo humano como referência. Há uma relação íntima entre as três dimensões do espaço e os eixos da relação humana (do corpo enquanto sólido) ao espaço. Porém, Kant detém-se na diferença específica entre o eixo esquerdo e o direito do corpo, o corte sagital, porque está interessado na simetria que ambas as partes exibem: introduz assim um dos mais recorrentes elementos das suas reflexões sobre o espaço, o paradoxo dos enantiomorfos, i.e., dos objectos incongruentes¹²⁷. Se dividirmos o corpo horizontalmente em duas metades pela altura, a metade superior é diferente da inferior; se o dividir verticalmente em duas metades segundo os conceitos de “trás” e de “frente” também temos duas metades diferentes; porém, se o dividirmos verticalmente de acordo com os conceitos “direita” e “esquerda”, surgem-nos duas partes iguais, sendo que uma espelha a outra e vice-versa.

¹²⁵ Sobre o tema vide, p. ex., [Van Fraassen, 1970, 108-137], [Vailati, 1997, 109-137], bem como a correspondência entre Leibniz e Samuel Clarke [Leibniz, 2000].

¹²⁶ Denominado «espaço *absoluto e originário*» <*absolute und ursprünglichen Raum*> [Kant, 1983, 174]; no texto defende-se a sua existência e a necessidade de determiná-lo para apurar as leis que segrega e que regem a organização e a relação dos diferentes espaços que compõem o espaço absoluto.

¹²⁷ O paradoxo dos objectos incongruentes aparecerá em todas as investigações de Kant sobre o espaço: na *Dissertação de 1770*, na *Crítica da Razão Pura* e nos *Prolegómenos*. Vide [Van Cleve et al., 1991].

Só que a luva esquerda não serve na mão direita; mesmo operando uma série de rotações no espaço tridimensional, a luva continuará a não servir. Do mesmo modo, não é possível sobrepor a mão direita à esquerda e vice-versa obtendo uma total congruência entre ambas: *«a mão direita é igual e idêntica à esquerda e, se tivermos apenas em conta a sua proporção, a situação das suas partes [<die Lage der Theile>] umas em relação às outras e da grandeza ao todo, uma descrição completa de uma deve também valer em tudo relativamente à outra. Chamo corpo não-congruente [<incongruent>] a um corpo que é perfeitamente igual e idêntico a este, sem poder ser, no entanto, encerrado nos mesmos limites [<Grenzen>]»* [id., p. 172].

Os corpos mantêm uma relação “heteronímica” com o espaço exterior, i.e., embora o corpo seja um espaço, ele é um espaço aposto a outro espaço que é o seu “fora”, continente, o qual lhe empresta os seus limites físicos. O meu corpo é uma região do espaço que tem fronteiras; onde elas acabam, inicia-se uma outra região do espaço, p. ex., a sala onde estou; e onde essa região acaba inicia-se outro espaço, a casa onde estou, e por aí fora. Esta é a relação dos espaços uns aos outros. Mas Kant está atento a outro nível do problema: é que o corpo tem uma relação espacial consigo próprio que só pode remeter para a própria ideia de um espaço absoluto, digamos *transcendente* (no sentido em que ultrapassa os limites da experiência e da acção humana). Os organismos estão ordenados segundo uma lei de simetria, de acordo com a qual uma metade do corpo é igual à outra metade, porém, simétrica e incongruente, de tal modo que, apesar da exacta igualdade, não há projecção ou rotação que as possa encerrar nos mesmos limites físicos do mesmo espaço. A luva direita e a luva esquerda, supondo que são exactamente iguais, não podem todavia ser encerradas nos mesmos limites do espaço, por muitas rotações que se tentem. Ora, a simetria é, atendendo ao corte sagital, uma lei que instrui a formação interna do corpo físico. Temos uma metade direita e uma esquerda; ambas são iguais (simétricas), mas não podem ser encerradas nos mesmos limites. Portanto: eu, sujeito capaz de percepção do espaço que me envolve, sou um corpo cuja lei interna criativa de constituição introduz a mais subtil violação nas leis do espaço que percepciono e sobre o qual ajo, pois mesmo onde em mim a Natureza produz um igual, esse igual é fundamentalmente diferente. Acontece que essa subtil violação abre, por um lado, para o constrangimento fundamental da minha organização da percepção dos espaços (cujo eixo determinante é o esquerda/direita) e, por outro, para a própria ideia de um espaço absoluto que se reflecte, que se dobra sobre si mesmo produzindo um *diferente* nos seus actos criativos; e este diferente, a reflexão, a simetria,

a incongruência – numa palavra, a *direccionalidade*¹²⁸ – são, de acordo com Kant, o primeiro fundamento da minha forma de organizar a percepção do espaço, um fundamento todavia de natureza *transcendental* e de realidade absoluta.

§140. Mas Kant pensa, mais do que nas implicações da percepção dos corpos físicos, nas implicações metafísicas que tal constatação acarreta para a determinação da estrutura e natureza do espaço. Uma espécie de buraco negro abre-se na percepção natural e ingénua do espaço, pois na referência a si próprio, o corpo dá-se uma lei da percepção do espaço que tanto é a sua lei criativa interna¹²⁹, como coincide com a própria problematização da ontologia do espaço: *«já é evidente, a partir do exemplo comum das duas mãos, que a figura de um corpo pode ser completamente idêntica à figura de um outro, e a grandeza das suas dimensões perfeitamente igual, subsistindo, no entanto, uma diferença interna, a saber, que é impossível que a superfície que encerra uma possa encerrar a segunda. Dado que a superfície que limita o espaço corporal de um corpo, se o virarmos e o voltarmos a virar como nos apeter, não pode servir de limite ao segundo, esta diferença deve ser de tal espécie que possua um fundamento interno. [...] De tal forma que, se considerarmos [...] que é uma mão de homem, é necessário que esta seja esquerda ou direita e, para criar a primeira, a operação da causa criadora terá que ser necessariamente diferente daquela pela qual poderia ser feita a sua réplica»* [id., 173, sm].

Não houvesse esta espécie de irregularidade, i.e., nenhuma diferença entre uma mão direita e uma esquerda (pois a sua determinação espacial seria apenas a consideração do espaço que a mão ocupa), deveria ser possível, através de um conjunto de rotações, encerrar a mão direita no mesmo espaço da esquerda. Kant desvela assim um problema que diz respeito à intimidade da percepção do corpo com uma essência não-trivial do espaço, não só condicionando a percepção que tenho de todo o espaço, como sendo intrínseca à própria ordem interna do espaço: à sua *legislação interna*, a qual se manifesta na produção dos organismos da natureza, onde amiúde a simetria rege.

As ricas aberturas da conclusão do texto vão em sentido oposto às que Kant fará na *Crítica*: recusa-se o espaço como uma entidade puramente ideal e atribui-se-lhe uma realidade ontológica deduzida do seu próprio esquema criativo, porque há qualquer

¹²⁸ Kant não usa o termo *<Direktionalität>*. Martin Schönfeld sugere-o em [Schönfeld, 2000, 187-188].

¹²⁹ Diz o filósofo que esta lei criativa interna *«encontra-se na própria semente [<Samen>]»* dos produtos da natureza [Kant, 1983, 171].

coisa que escapa à percepção que dele tenho: «há como que uma irracionalidade intrínseca, uma ininteligibilidade fundamental do espaço que o torna irreduzível à plena elucidação conceptual» [Gil, 1984, 313, sa]. Ora, é exactamente este problema a abrir para os grandes problemas da *Dissertação de 1770*. Isto porque, se parece verdadeiro que o espaço tenha de ter realidade própria, i.e., não seja «uma simples coisa do pensamento» [Kant, 1983, 174], a verdade é que «as dificuldades acerca do seu conceito não faltam, quando queremos apreender a sua realidade através das ideias da razão quando ela é suficientemente acessível através da intuição graças ao sentido interno [sentido interno <innern Sinne> significa aqui *reflexão* e não *tempo*]]» [Kant, ibid.]. Ora, estas dificuldades são um outro nome para uma antinomia. Vejamos.

Kant conclui que o espaço que conhecemos aparece referido à organização do nosso próprio corpo; porém, essa organização exhibe um princípio constitutivo, a simetria, que 1) dá o fundamento da diferença entre as regiões do espaço; 2) talvez dê conta de uma natureza própria do espaço, a qual não é susceptível de ser inteiramente clarificada pela razão, e 3) furta-se à acção sobre o espaço tridimensional fazendo uso da geometria euclidiana¹³⁰. I.e., não consigo encerrar dois objectos iguais, porém simétricos, no mesmo espaço físico. Logo, isso revela 1) que a percepção humana do espaço físico encontra limites segregados pela natureza desse próprio espaço; 2) que há um princípio intrínseco, intuitivo porém não discursivo, da natureza do espaço que é, todavia, o princípio que distingue regiões desse mesmo espaço que não são sobreponíveis; e 3) esse princípio intrínseco organiza os corpos como organismos e como sensórios (de novo, é o próprio *fundamento da diferença* entre regiões do espaço).

§141. Kant retomou aqui o ataque ao problema levantado no seu primeiro texto publicado em 1747, *Pensamentos sobre a verdadeira estimativa das forças vivas* (<*Gedanken von der wahren Schätzung der lebendigen Kräfte...*>), a saber, «que o fundamento da tripla dimensão do espaço é ainda desconhecido» [AA, I, 23]). O problema não fica resolvido dentro da estrutura da relação humano do corpo com o espaço, pois a simetria dos corpos invoca uma lei de geração que remete para uma legislação do espaço que proporciona um descolamento entre a *natureza* do espaço físico, da qual a geometria euclidiana é o modelo, e a acção humana *sobre* o espaço

¹³⁰ Seguindo o reparo feito pelo Prof. Franco de Oliveira, em geometria euclidiana mão direita e esquerda são congruentes pois há isometrias entre ambas graças às quais é possível *transformar* uma na outra. Kant não descarta isso no texto (vide [Kant, 1983, 173]), mas o argumento é o de que a possibilidade geométrica conceptual, ou abstracta, não corresponde uma possibilidade física actual, concreta.

físico. Se a dimensionalidade assenta em três eixos que a geometria euclidiana apreende¹³¹, quando se observam estes aspectos no mundo físico, para o caso a simetria, nem a geometria nem a relação física com o espaço conseguem responder-lhes suficientemente. I.e., surge uma antinomia entre a natureza do espaço físico e a natureza do espaço perceptual que o apreende, pois o segundo encontra limites dentro do primeiro. A questão é que ambos, pressupõe-se, deveriam ser equivalentes ao espaço da geometria euclidiana. A antinomia que resulta poderia exprimir-se assim:

Tese: o espaço físico e o espaço da geometria euclidiana são um mesmo.

Antítese: o espaço físico e o espaço da geometria euclidiana não são um mesmo.

A favor da tese, Kant tem sobretudo a herança de uma tradição que vê na geometria euclidiana a ciência que descreve o espaço físico¹³². Tem também a herança do espaço absoluto newtoniano e a fertilidade da relação entre geometria euclidiana e dinâmica nos fenómenos mecânicos. A favor da antítese, Kant descobre que há aspectos da natureza do espaço que transcendem: a) a acção humana no espaço físico; é impossível rodar, no espaço tridimensional, a luva da mão esquerda de forma a servir na mão direita; b) transcendem também as equivalências entre as operações geométricas e o espaço físico, porque ainda que haja isomorfismos dos enantiomorfos a permitir transformar um no outro, isso não veicula a aplicabilidade da geometria euclidiana para a resolução do paradoxo dos objectos incongruentes no mundo físico, pois a operação ideal geométrica de transformação não tem equivalente numa operação de rotação concreta, física. Ou seja, estamos perante dois objectos iguais que são todavia intrinsecamente diferentes, e o fundamento dessa diferença só pode residir na própria natureza do espaço. Daí resulta, parece-me, um problema que pode ser facilmente posto sob a forma de argumento: se eu percebo o espaço físico segundo as leis da geometria euclidiana; se eu não consigo, no espaço físico, rodar a luva direita de modo a servir na esquerda, embora consiga fazê-lo no plano ideal da geometria euclidiana; então há algo na minha percepção do espaço físico que cai fora da alçada da geometria euclidiana.

¹³¹ Nos *Prolegómenos*, Kant dá o axioma geométrico-euclidiano da tridimensionalidade: «num ponto, não pode haver mais de três linhas que se cortam rectangularmente» [PMF, A56, 53].

¹³² Palmquist recorda que «o consenso da opinião na sua época era que a geometria euclidiana era inegavelmente verdadeira; como tal podia ser pacificamente tomada como uma premissa de uma maneira que seria hoje impossível» [Palmquist, 1990, 92].

§142. A resposta final à antinomia é a *Estética Transcendental*. E essa resposta não aparece sob a forma de uma antinomia, constando da *Dialéctica*, porque Kant descobre entretanto que o espaço não é uma ideia da razão, mas sim uma *forma pura* da sensibilidade. E descobre-o logo na *Dissertação de 1770 (De mundi sensibilis atque intelligibilis forma et principiis)* [D1770, §23, 217]. A síntese da antinomia pela descoberta do carácter transcendental do espaço, resolve dois problemas: primeiro, o da discussão acerca da geometria ser a forma do espaço físico. A geometria não é a forma do espaço físico, ela apenas dá a forma da intuição dos fenómenos desse espaço físico, em si ignoto, que atingem a sensibilidade humana. Uma vez que a sensibilidade humana está, do ponto-de-vista transcendental, regida pelas intuições puras do espaço e do tempo; uma vez que se descobriu que os princípios da geometria são juízos sintéticos *a priori*, i.e., construtíveis sobre as intuições puras; uma vez que só podemos intuir fenómenos e não númenos, i.e., coisas em si; então, a geometria euclidiana é a matriz da intuição sensível humana, mas só na medida em que é um formato da percepção e da cognição que só se aplica *aos fenómenos*. Em relação às coisas em si, à estrutura do espaço físico a que hoje chamamos “o espaço físico real”, é-nos interdito o acesso, pelo que a sua forma pode ou pode não ser euclidiana: mas isso fica fora do alcance da nossa capacidade cognitiva. Como tal, o problema da natureza última e absoluta do espaço, revelado pelos objectos incongruentes, só poderia ser resolvido se pudéssemos sair para fora dos formatos puros da nossa cognição o que, segundo Kant, é impossível¹³³.

Impõe-se então perguntar: como é que os objectos incongruentes conseguem abrir para propriedades do espaço às quais não deveríamos ter acesso, pois caem fora da esquadria euclidiana, e a nossa sensibilidade está estrangida pela geometria euclidiana? Porque uma coisa é intuir, outra é pensar. Ou seja, podemos não intuir certas propriedades dos objectos, porque caem fora da representação possível nas formas puras da sensibilidade. Mas ainda que não possamos intuí-las, devemos, por raciocínio lógico, poder aceder-lhes e pensá-las. Aí pesa a relação essencial entre sensibilidade, entendimento e razão. Sobretudo, pela mediação entre entendimento e razão através da imaginação. A

¹³³ Palmquist chama a atenção para esse pormenor crucial, o da cisão kantiana entre fenómeno e númeno, através das palavras da conclusão da *Exposição Transcendental do Conceito de Espaço*, palavras, segundo este autor, «subvalorizadas ou ignoradas pela maioria dos críticos de Kant» [Palmquist, 1990, 92]: «[...] o conceito transcendental dos fenómenos no espaço é uma advertência crítica de que nada, em suma, do que é intuído no espaço é uma coisa em si [*eine Sache an sich*], de que o espaço não é uma forma das coisas, forma que lhes seria própria, de certa maneira, em si, mas que nenhum objecto em si mesmo nos é conhecido e que os chamados objectos exteriores são apenas simples representações da nossa sensibilidade, cuja forma é o espaço, mas cujo verdadeiro correlato, isto é, a coisa em si, não é nem pode ser conhecida por seu intermédio; de resto, jamais se pergunta por ela na experiência» [CRP, A30/B45].

sensibilidade está formatada pela geometria euclidiana, e os conceitos do entendimento pela sua representação nas intuições da sensibilidade. Mas as ideias da razão não. E a razão pode pensar, com o concurso da actividade imaginativa, a partir de conceitos do entendimento, focando-se em propriedades lógicas dos objectos, ainda que os objectos com estas propriedades não possam ser exibidos ou representados na sensibilidade.

§143. A valer este argumento, parece-me injustificado pensar que o sistema transcendental de Kant se torna uma peça de museu com o surgimento das geometrias não-euclidianas. Com efeito, podemos pensar as não-euclidianas, mas não podemos intuí-las (sendo intuição sinónimo de visualização), da mesma forma que dificilmente conseguimos visualizar um espaço a quatro ou mais dimensões (e recupere-se a solução de Vollmer, pela noção de *projecção no mesocosmos*, que apresentei nas §§11-12). Essa parece ser a posição kantiana: pela distinção entre fenómeno e númeno, Kant diz-nos que temos limites para intuir os fenómenos, os quais podem possuir características numéricas que transcendem a experiência possível. Não obstante, podemos pensar essas características pela força e perspicácia da imaginação. Ideia poderosíssima que está patente logo no primeiro escrito de Kant, o de 1747, abrindo para a possibilidade da existência de outras geometrias e outros espaços que não o euclidiano: «[a lei que determina que o espaço] *tem a propriedade de tripla dimensão [...] é arbitrária* [*<willkürlich>*], e Deus poderia ter escolhido outra [...] lei [a partir da qual] *uma extensão com outras propriedades e dimensões podia ter surgido. Uma ciência de todos estes possíveis tipos de espaço seria inquestionavelmente o mais elevado empreendimento que um entendimento finito poderia levar a cabo no campo da geometria*» [AA, I, 24].

Por outro lado, a cisão entre os fenómenos que o sujeito transcendental pode intuir e o númeno que está no inacessível campo das coisas em si, cisão que conduz à adopção da geometria euclidiana como formato da sensibilidade, torna incorrectas supostas ambiguidades que lhe são apontadas, p. ex., por W. H. Walsh [*apud* Hannah, 2001, 211]: «*uma dificuldade imediata acerca de toda a questão [da Estética Transcendental] é saber se Kant está a discutir o espaço e o tempo, se as ideias de espaço e de tempo*». Kant não discute o espaço e o tempo nem as *ideias* de espaço e de tempo. Primeiro porque, como defende, o espaço e o tempo não são acessíveis, *em si*; segundo porque espaço e tempo, naquilo que deles é acessível ao conhecimento objectivo (imane),

não são *ideias*, mas formatos puros da sensibilidade. O que Kant discute na *Estética Transcendental* são as duas formas fundamentais do modo *humano* de intuição dos fenómenos. E Hannah é muito incisivo na sua observação acerca do espaço e da restrição da geometria euclidiana (e suas verdades *a priori*) ao exclusivo domínio da intuição humana: «*as verdades sintéticas a priori são necessárias, mas elas não são absolutamente necessárias. Elas são restrictamente necessárias, ou verdadeiras, em todos os mundos humanamente intuíveis ou objectivamente experienciáveis, e só neles*» [Hannah, 2001, 267]. Se o espaço fosse uma ideia, seria discutido na *Dialéctica*; se fosse para ser discutido como coisa em si simplesmente não teria lugar no sistema crítico porque ele ocupa-se do transcendental e não do transcendente (vide supra §15). A tese de que espaço e tempo são formatos que constroem o modo humano de apreensão dos fenómenos está explícita logo na *Dissertação de 1770*. Aí, pela distinção entre fenómeno e númeno [§3, 39], Kant não lhes chama intuições puras da sensibilidade, mas *fenómenos*, atendendo já à presença destas duas noções na presentificação dos objectos à sensibilidade: «[...] *estas noções [espaço e tempo] não são absolutamente racionais, nem são ideias objectivas de qualquer nexo, mas fenómenos, e [...], sem dúvida, elas dão testemunho de algum princípio comum do nexo universal, mas não o expõem*» [id., §2, II, 34, sa].

§144. E que os «*princípios da forma sensitiva*», i.e., da representação no espaço e seus objectos na sensibilidade são os da geometria euclidiana é aí transparente. A essa proposta subliminar alude a §5 da *Dissertação*, convertida em tese na §7 (só plenamente sustentada na *Crítica*), quando dá exemplos acerca da *distinção* <*distinctio*> e *confusão* <*confusio*> do conhecimento, para dissipar a ideia que o conhecimento sensitivo é mais confuso e o conhecimento intelectual (noção erradicada da *Crítica*) mais claro. O conhecimento sensitivo, que já na *Dissertação* diz respeito ao fenómeno, pode ser até o mais claro dos conhecimentos e, para erradicar os vestígios da conotação impura que o pensamento cartesiano deu ao conhecimento sensível, Kant exhibe o exemplo que enuncia a tese fundamental da sua doutrina do espaço: «*os [conhecimentos] sensitivos podem ser absolutamente distintos e os intelectuais maximamente confusos. Observa-se o primeiro caso no protótipo do conhecimento sensitivo [in sensitivae cognitionis prototypo], a geometria, e o segundo no organon de todos os conhecimentos intelectuais, a metafísica*» [id., §7, 42 sa]. Eis não só a afirmação chave da colagem da

intuição pura do espaço à geometria euclidiana (que, sublinho, Kant só justificaria argumentativamente na primeira *Crítica*), como os fundamentos do projecto crítico enquanto empreendimento que visa esclarecer os fundamentos da metafísica a fim de que ela possa erguer-se como ciência.

O carácter transcendental do espaço da intuição define-se pela sua capacidade de gerar proposições sintéticas *a priori* e para Kant a geometria euclidiana assenta em proposições sintéticas *a priori*. Duas passagens logo na abertura da *Crítica* tornam-no explícito: em [CRP, B16, 47], Kant diz-nos que um axioma fundamental da geometria euclidiana, *a linha recta é o caminho mais curto entre dois pontos*, é um princípio sintético *a priori*; em [CRP, A25/B41, 67], afirma que a tridimensionalidade do espaço é uma proposição necessária e apodíctica, i.e., *a priori*. Nos *Prolegómenos* a colagem entre sensibilidade e geometria euclidiana é inequívoca: «*as proposições da geometria [...] são necessariamente válidas para o espaço e, por consequência, para tudo o que se pode encontrar no espaço, porque o espaço nada mais é do que a forma de todos os fenómenos exteriores sob a qual apenas os objectos dos sentidos nos podem ser dados. A sensibilidade, sobre cuja forma se funda a geometria* [<Die Sinnlichkeit, deren Form die Geometrie zum Grunde legt>], *é aquilo de que depende a possibilidade dos fenómenos exteriores; portanto, estes nunca podem conter outra coisa senão o que a geometria lhes prescreve. [...] Se [...] esta intuição formal é a propriedade essencial da nossa sensibilidade mediante a qual unicamente os objectos nos são dados e se esta sensibilidade não representa as coisas em si mesmas, mas apenas os seus fenómenos, então, é muito fácil compreender e está incontestavelmente provado que todos os objectos exteriores do mundo sensível devem necessariamente coincidir de um modo preciso com as proposições da geometria* [<dass alle äussere Gegenstände unserer Sinnewelt nothwendig mit den Sätzen der Geometrie nach aller Pünktlichkeit übereinstimmen müssen>], *porque a sensibilidade, graças à sua forma de intuição externa (o espaço), de que o geómetra se ocupa, torna primeiramente possíveis aqueles objectos enquanto simples fenómenos*» [PMF, A59-61, 55-56].

Todavia, reformulando, se há uma distinção entre fenómeno e númeno, e se podemos conhecer os fenómenos mas não os númenos, e finalmente se todos os fenómenos nos chegam formatados pelas intuições puras, como podemos pensar aspectos da realidade ou de um mundo possível que não estejam espartilhados pela forma das nossas intuições puras? Não basta dizer que intuir e pensar são coisas diferentes porque – e aqui está o

busilís – para todo o pensamento tem de haver uma intuição correspondente. Essa intuição ou é pura ou é empírica, mas seja de que género for, terá de obdecer sempre ao carácter transcendental da forma pura das intuições. Como tal, por muito vigorosos que sejam pensamento e imaginação, no limite todo o pensamento tem de ter uma intuição sensível que lhe corresponda e lhe forneça objecto, que o *ilustre*. E a forma dessa intuição, se o modelo da intuição pura do espaço é a geometria euclidiana, será necessariamente conforme aos princípios da geometria. Portanto, tudo o que cair fora da geometria euclidiana não pode ser fornecido como objecto de intuição ao entendimento. Qualquer pensamento deve assentar num conceito e o conceito tem de ter sempre uma intuição correspondente. Se as intuições são por força modeladas pela geometria euclidiana, então os conceitos são necessariamente ilustrados por intuições correspondentes à geometria euclidiana. Para pensar com objectos que não tivessem uma intuição sensível correspondente, p. ex., certos objectos das geometrias não-euclidianas, esses objectos, na medida em que não podem ser presentificados numa intuição, não poderiam ser conceitos; na melhor das hipóteses seriam ideias. Mas ainda que as ideias possam ter referente na sensibilidade, elas não são construtíveis sobre as intuições puras. Portanto, no limite, as geometrias não-euclidianas teriam como objectos i) não conceitos, mas ideias e ii) essas ideias não poderiam ser, por definição, objectos matemáticos, pois nem seriam construtíveis com intuições, nem poderiam, por consequência, exprimir verdades puras *a priori*. A quantidade de paradoxos daqui decorrentes era vasta: p. ex., segundo o pensamento kantiano, as geometrias não-euclidianas não poderiam ser consideradas matemática¹³⁴.

§145: → Apêndice V, p. 487.

§146. Da consideração deste aspecto do pensamento kantiano fortifica-se a tese que avancei no início deste capítulo e o papel que tal pensamento terá na terceira parte deste estudo: Kant fechou prematuramente o sistema crítico.

Atente-se novamente na distinção entre sensibilidade e entendimento. A sensibilidade apresenta um plano *representativo*, o entendimento um plano lógico ou *intelectual*. Como tal, à sensibilidade só caberia oferecer os elementos fundamentais para lograr

¹³⁴ Apresentei alguns destes paradoxos, de modo ainda pouco amadurecido, no artigo *The fundamental inaprehensibility of space*, cap. 15 de [Moreno et al., 2012, 243-254].

representações, as quais seriam completamente vazias de qualquer conteúdo lógico, o qual de resto, a existir, limitaria a possibilidade das representações, e, conversamente, a limitação das representações limitaria a capacidade intelectual do entendimento. O conteúdo lógico teria de ser sempre oferecido pelo entendimento, ao qual cabem as regras que vão estruturar o tipo de representação a fazer com os planos da sensibilidade (espaço e tempo). Pense-se numa analogia: a sensibilidade seria como um bloco de plasticina; o entendimento, as regras para moldar figuras com a plasticina. À partida, o bloco de plasticina tem propriedades que lhe são intrínsecas: densidade, humidade, volume, etc.. Mas se há acordo entre sensibilidade e entendimento, tem de haver acordo entre a capacidade da sensibilidade representar o que o entendimento lhe prescreve e vice-versa. Se o bloco de plasticina da nossa sensibilidade tiver 30cm^3 , ou for branco, e o entendimento lhe pedir a representação de uma figura com 60cm^3 , ou verde, a sensibilidade não pode preencher a prescrição do entendimento. Reversamente, como a sensibilidade está à partida limitada pela sua dimensão (30cm^3) e pela sua cor (branca), é desde logo impossível que o entendimento conceba um objecto maior que 30cm^3 ou de cor diferente da branca, pois só pode pensar com intuições que a sensibilidade lhe forneça; i.e., o pensamento só prescreveria regras para objectos menores ou iguais a 30cm^3 e não daria instruções sobre a cor, porque só tinha uma escolha, o branco.

Esta analogia ilustra alguns pontos simples. Por muito “elástica” que seja a sensibilidade, ela deverá ter sempre algum tipo de limite, limite com o qual o entendimento tem de acordar-se, pois de outro modo, quer a representação, quer a pensabilidade, do ponto-de-vista da sua liberdade imaginativa, propiciam casos impossíveis. Que a elasticidade da sensibilidade (e suas formas puras) é muita, parece ter sido a constatação kantiana ao fazer-nos apelar, na *estética transcendental*, à ideia de um espaço infinito <unendlich> por trás de todos os outros espaços, ou à possibilidade de representar o espaço sem objectos [CRP, A25/B39, 65-66]. Mas se por um lado Kant quis levar a elasticidade ao máximo, por outro não admitiu o carácter *amorfo* do espaço da sensibilidade. Para que o espaço, enquanto intuição pura, possa prestar-se a qualquer representação possível, ele deve ter de ser plano de possibilidade, mas não ser constrangido por nenhuma forma determinada. O acto de dar forma é um acto de atribuição de regras. E quem deveria atribuir as regras seria o entendimento, pois a essa faculdade concernem os princípios lógicos que devem estruturar qualquer representação. Se o espaço pensado por Kant fosse um plano representativo amorfo, o entendimento poderia aplicar-lhe qualquer conjunto de regras lógicas que estruturariam

uma qualquer intuição. I.e., não tendo forma, o entendimento poderia prescrever à intuição pura do espaço regras lógicas que passariam a representar na intuição um pensamento sobre um certo tipo de espaço lógico não-euclidiano. O problema é que o espaço da intuição pura kantiano não é amorfo: ele apresenta-se com uma forma lógica pré-determinada que limita a capacidade representativa do entendimento e da aplicação das suas regras lógicas¹³⁵. E esse espaço puro da sensibilidade é de corte euclidiano: «*a geometria é uma ciência que determina sinteticamente e contudo a priori, as propriedades do espaço*» [CRP, A25/B40, 66]. O espaço da intuição pura está pré-determinado e tem um recorte lógico específico. Assim, é impossível ao entendimento dar-lhe as instruções lógicas que o permitam figurar ou representar um triângulo cuja soma dos ângulos internos seja superior a 180°, da mesma maneira que seria impossível representar com a nossa plasticina branca um objecto verde. I.e., primeiro obstáculo, o espaço da intuição pura não é amorfo, logo as regras lógicas do entendimento, por muito abrangente e sofisticada que fosse a lógica desta faculdade, não poderiam encontrar uma intuição espacial correspondente porque ela está formalmente pré-determinada. O segundo obstáculo é que o entendimento só pode pensar um objecto se a sensibilidade lhe oferecer uma intuição correspondente. À pergunta “*pode o entendimento pensar um objecto não-euclidiano, ainda que seja logicamente consistente?*”, a resposta é não, porque a) a sensibilidade não pode representá-lo e b) como a sensibilidade não pode representá-lo, o entendimento não podia sequer pensá-lo e, por circularidade, invalidaria logo por princípio qualquer possibilidade de representação. Consequentemente, teríamos de ter um pensamento sem uma intuição correspondente, o que invocaria uma complexíssima autonomia entre sensibilidade e entendimento, ou a transição para as ideias da razão, violando a doutrina da construção dos objectos matemáticos. Porém, sabemos hoje que pensamos objectos dos quais não temos intuição, no sentido de percepção ou visualização: espaços n -dimensionais e geometrias não-euclidianas são exemplo. Não só os pensamos, como reconhecemos a sua consistência lógica, e também operamos com eles. E disso nos separamos do sujeito transcendental desenhado por Kant: é que para tal sujeito isso seria impossível.

Na verdade, é minha convicção que se Kant tivesse vivido o suficiente para assistir ao nascimento das geometrias não-euclidianas, esse acontecimento ter-lhe-ia dado muito

¹³⁵ Em certo sentido, conforme vimos no final do capítulo sobre Husserl, a ideia de uma estrutura amorfa não é viável como plano transcendental justamente observando o problema de fundo considerado pela ontologia relacional: para haver representação é necessário haver regras (lógica), mas para haver regras é preciso que já haja elementos com os quais representar.

que pensar e mereceria ao sistema crítico alguns reparos, da mesma forma que a *Crítica da Faculdade de Julgar* nasceu da constatação de que a Natureza orgânica não parecia poder ser suficientemente representada pela geometria, como o era a Natureza inorgânica (*matemática* ou *sistemática*). E se assim fosse, penso que Kant teria de rever as palavras citadas com que fechou o prólogo à *Crítica da Faculdade de Julgar*. Porque, segundo creio, o problema a considerar jaz numa faculdade crucial, a imaginação, faculdade, ou melhor, energia mediadora entre sensibilidade e entendimento. E, quase sem dúvida, teríamos hoje uma *Kritik der Einbildungskraft*¹³⁶.

§147: → Apêndice V, p. 488.

§148. Até agora procurei esclarecer os fundamentos da relação entre a geometria e a forma pura da intuição espacial no pensamento de Kant. Enfoquei também, na letra kantiana, os momentos em que ela é indicada como fornecendo o protótipo para a representação figural dos fenómenos na sensibilidade. Falta compreender se ela desempenha um papel na formação de certos conceitos, e na mediação e aplicação destes à experiência. E se desempenha esse papel, como é que isso é concebido. Ora, este terceiro aspecto constitui o momento mais obscuro do pensamento kantiano sobre a geometria e suas funções percepto-cognitivas no sujeito transcendental. Não obstante, como defendo naquilo que constitui o segundo momento decisivo deste trabalho, este aspecto comporta uma pretensão essencial e rica para os caminhos da investigação contemporânea.

¹³⁶ O quinto capítulo de [Kneller, 2007, 95 e ss.] versa exactamente sobre as dificuldades de Kant com a imaginação e, pela análise de diversos autores, esclarece alguns dos motivos, em particular históricos, devido aos quais Kant terá talvez deixado tão inacabado o seu tratamento da imaginação (contra a acusação de cobardia imputada por Heidegger que afirmou que perante a imaginação, o desconhecido, Kant deu um passo atrás, [Heidegger, 1990, §31, 112]). Essas dificuldades terão estado, p. ex., «*fundadas em equívocos psicológicos de proporções fóbicas*» sobre a concepção de imaginação à época de Kant [Kneller, 2007, 97]; na concepção de que a unidade das faculdades – à qual a imaginação deveria presidir – para Kant só poderia ser feita «*“teleologicamente”, pelo que avançar para a imaginação como origem transcendental está fora de questão*» [id., 98]; ou que «*a recusa em explorar a raiz comum da sensibilidade e do entendimento [na imaginação] nada tem a ver com a atitude de Kant para com a imaginação, mas antes representa a sua adopção da perspectiva, já direccionada contra Christian Wolff por [...] Crusius, de que não se pode fazer remontar a subjectividade a uma única faculdade ou princípio fundamentais*» [id., 95]. Mais ainda, é de notar o esforço que Jane Kneller faz em recuperar o difícil fascínio e admiração que Kant teve por esta faculdade (a qual, a meu ver, só perde terreno na *Crítica da Razão Prática*), contra uma certa ideia propalada por alguns comentadores de Kant de que o filósofo, se não tinha uma visão negativa da imaginação, era pelo menos desfavorável.

A primeira dificuldade é boa de ver: a geometria é uma ciência, uma construção racional (bem certo sobre o que de mais intrínseco Kant encontrou no sujeito transcendental, a estrutura da sensibilidade e do entendimento puros), i.e., não é em princípio um conhecimento espontâneo, directo, imediato. Ao passo que os conceitos puros do entendimento são espontaneamente accionados e postos em prática quando a experiência se inicia, nenhuma passagem nos textos kantianos afirma que o mesmo aconteça com os conceitos sensíveis geométrico-matemáticos. Mas se os fenómenos que intuímos e representamos são necessariamente conformes com as verdades que a ciência geométrica desvela, não implica isso que haja uma proto-geometria, ou pelo menos uma geometrização intuitiva, na representação dos fenómenos? Senão, como fundamentar a alegada concordância da representação desses fenómenos com as afirmações verdadeiras sobre a natureza do espaço que faz o sistema geométrico? Se não fosse esse acordo elementar, em que se sustentaria a Física matemática na descrição geométrica dos fenómenos naturais? Temos então que admitir que, do mesmo modo que os conceitos puros do entendimento são espontaneamente activados quando se inicia a experiência, também uma geometria espontânea é posta em marcha quando se inicia a experiência, pois é essa geometria que vai estruturar a representação dos fenómenos, pelo menos no que respeita à sua figura. Mas da mesma forma que foi necessário o empreendimento crítico para desvelar as estruturas puras do sujeito transcendental, também é necessária uma ciência para desvelar a estrutura pura da geometria. Não obstante, mesmo sem a filosofia crítica ou sem a ciência geométrica, os homens conhecem e representam o mundo. Consequentemente, parece-me que há em Kant uma forma da ciência geométrica que é espontânea e participa na mais elementar actividade representativa e cognitiva do sujeito.

Decorre desta outra questão: a hipótese de a geometria mediar ou homogeneizar conceito do entendimento e intuição empírica (no que respeita ao conhecimento das figuras naturais) tem lugar no problema da articulação entre universal e particular, cabendo nesta separação a concretude da apresentação do particular contra a ideia (uma certa *abstracção*), que corresponde à universalidade do conceito.

Kant precisava de encontrar, no sistema cognitivo e por método transcendental, uma solução para aquilo que Leibniz considerou no *Discurso de Metafísica* um dos notáveis predicados de Deus, a extraordinária economia de meios para obter uma multiplicidade de fins, que encontra pedra-de-toque na parcimónia das teorias científicas [Leibniz,

2002a, 5, 12]. Foi isso que quer a tradição científica quer a tradição filosófica glorificaram no sistema de Euclides: de poucos princípios, uma infinidade de efeitos. No caso do sistema cognitivo, perante um mundo de vastíssima diversidade, Kant tinha de encontrar no campo transcendental os princípios que permitiam ao entendimento, através da razão, estabelecer focos originários na natureza que pudessem conduzir à reunião da diversidade, não só tornando o conhecimento possível como agilizando as mais simples funções perceptivas, indiciando a existência, p. ex., de uma unificação fundamental, ainda que problemática e hipotética, no reino das figuras naturais.

§149. O esquematismo <*schematismus*> é o primeiro momento do pensamento crítico em que se inicia o ataque a um tal problema. Nasce da descoberta da necessidade de um elemento comum e congénere entre o formalismo do entendimento e a estrutura onto-genésica do que a sensibilidade intui, unidade e co-naturalidade que tem de ser pressuposta pois sem ela não parece haver homogeneização possível. Toma forma no *terceiro termo* <*Drittes*> entre sensibilidade e entendimento que a imaginação forja, mas cuja essência dificilmente se apreende discursivamente. O esquema é uma operação de *produção de regras* a qual é, na sua essência e pela letra kantiana, inefável.

Isto no campo do esquematismo. Mas, já o vimos, a unidade do diverso tem, na filosofia transcendental de Kant, duas possíveis estruturações: pelo *conceito* e pela *ideia*. A primeira estruturação empenha-se, via entendimento e imaginação, na sintetização do diverso de uma experiência, que é assim congregado num objecto uno: o conceito. Já as ideias resultam de uma acção da razão que, não actuando directamente sobre os fenómenos e as intuições particulares, tomam os conceitos do entendimento e procuram neles alcançar afinidades, estruturas não imediatamente congéneres mas que podem conhecer aproximações *mediadas*, simbólicas, através de ideias *regulativas*. Regulativas, disse-o já, pois encaminham a actividade de pensar do entendimento para «*uma certa unidade colectiva*», i.e., dirigem-no «*para um certo fim, onde convergem num ponto as linhas directivas de todas as suas regras*» [CRP, A644/B672, 534].

Por ter sentido a necessidade da existência de um tal mecanismo de aproximação, a que chamou *as forças fundamentais comparativas* <*die komparativen Grundkräfte*> do ânimo [id., A649/B677, 537], Kant estabeleceu, no *Apêndice*, que os conhecimentos do entendimento e sua heterogeneidade encaminham a razão a colocar no seu horizonte a *ideia* de um *foco originário* <*focus imaginarius*> ao qual todo esse diverso ascende e

graças ao qual é passível de sistematização e organização (p. ex., [id., A337/B395, 323-324]). A razão prepara o campo ao entendimento porque «*existem tantas formas múltiplas da natureza, como se fossem outras tantas modificações dos conceitos da natureza universais e transcendentais que serão deixados indeterminados por aquelas leis, dadas a priori pelo entendimento puro – já que as mesmas só dizem respeito à possibilidade de uma natureza em geral (como objecto dos sentidos) – que para tal multiplicidade têm de existir leis, as quais na verdade, enquanto empíricas, podem ser contingentes, segundo a perspicácia intelectual. Porém se merecem o nome de leis [...], têm que ser consideradas necessárias e provenientes de um princípio da unidade do múltiplo, ainda que desconhecido*» [CFJ, IV, XXVI, 60-61, sa].

É que o acordo entre natureza e entendimento é tal que Kant tem de admitir, na terceira *Crítica* que a natureza seja resultado de um design inteligente, e que o fundamento desse acordo radique num princípio suprasensível, «*como se um entendimento (ainda que não o nosso) as tivesse dado [tais leis] em favor da nossa faculdade de conhecimento [zum unserer Erkenntnisvermögen], para tornar possível um sistema da experiência segundo leis da natureza particulares*» [id., XXVII, 63]¹³⁷.

Os particulares que a natureza oferece são o problema: como é que as regras lógicas altamente abstractas e universais do entendimento conseguem apreender e conceptualizar as subtilezas com que os fenómenos particulares se oferecem? Porque tudo se processa como se a arquitectura da natureza convergisse para uma unidade conforme com a arquitectura do sistema de conhecimento humano, alcançando aí acordo¹³⁸. São os termos desse acordo que é preciso descortinar. Recorde-se que uma tal pressuposição é hipotética, é um *como se* <als ob> simplesmente regulativo que assiste o empreendimento cognitivo humano, quase uma ficção heurística. Ora, aquilo que o entendimento conhece e pensa nos objectos é um diverso, i.e., *um conhecimento por partes que o conceito reúne*.

¹³⁷ O que, como sublinha Vaihinger, não é mais que uma ficção heurística, um *como se* que se estabelece sobre a ideia de que a perfeição que a razão encontra na natureza e no acordo com ela leva a que «*a razão conceba a divindade*» [Vaihinger, 1935, 302]. Não obstante, é claro para Kant que daí não se passa à postulação da existência da divindade, nem isso constitui qualquer prova da sua existência (vide, [CFJ, §68, 300-301]. Clark Zumbach estuda detidamente a impossibilidade da prova psicoteológica especificamente na *Crítica da Faculdade de Julgar* no terceiro capítulo de [Zumbach, 1984, 58-77].

¹³⁸ Acordo maximamente alcançado na experiência do belo na natureza e na arte. Aliás, para Kant são exactamente eles que estimulam o apetite da razão e que desvelam o supra-sensível; Douglas Burnham nota-o bem: «*através do juízo estético, a finalidade da natureza dá-nos uma “sugestão” [hint] do supra-sensível [o que inspira] da parte da razão um imediato interesse no belo*» [Burnham, 2000, 122].

§150. Mostrei já que todo o pensamento kantiano nos empurra para a hipótese de que, se nos debruçarmos sobre aquilo que no conhecimento estrutural dos objectos do mundo empírico respeita à figura, é provável que esse foco originário se encontre na geometria. O sistema de princípios da geometria daria o modelo formal a partir do qual toda a poliformia do mundo poderia descender, justamente porque Kant tinha localizado a geometria no campo do conhecimento *a priori*. Ou seja, no aspecto que respeita à figura não se pode, por método transcendental, remontar atrás da geometria.

Neste particular, há que notar que quando o caso diz respeito ao simples efeito de conhecimento das apresentações empíricas *figurais* dos fenómenos, o *analogon* entre figura empírica e figura geométrica é não só justo, como é legitimado, *por aproximação*, graças ao sucesso da descrição geométrica na ciência física. Mostrei esta posição logo no pensamento pré-crítico, em particular na *Dissertação de 1770* onde, se Kant ainda não plasma directamente a estrutura da sensibilidade sobre a geometria, entrevê nela pelo menos o *protótipo* do conhecimento sensível. Mostrei também que esse vínculo é expandido, na primeira *Crítica*, ao conhecimento dos fenómenos empíricos: aparece expresso nos *Axiomas da Intuição*. Os pressupostos da aproximação são simples: a estrutura pura da sensibilidade é constituída por espaço e tempo; espaço e tempo são formas da sensibilidade que o sujeito *impõe* ao conhecimento dos fenómenos externos; a forma externa da intuição sensível, o espaço, é conforme com a geometria euclidiana; consequentemente, a representação de todos os fenómenos tem de concordar com a geometria euclidiana.

Imediatamente sobressaem duas questões: a primeira, o que quer dizer Kant com a afirmação de que a geometria euclidiana enforma a intuição sensível do espaço?; a segunda, como se articula a intuição pura do espaço e a experiência empírica dos fenómenos no que respeita às figuras?

§151. Começarei pela primeira questão, recorrendo a uma experiência de pensamento ao estilo das de Poincaré ou de Abbott ([Poincaré, 1902, cap. 3], [Poincaré, 1921], [Abbott, 1884]). Supunhamos que um homem, habitando no nosso mundo, toda a vida usou lentes caleidoscópicas que abrangem o seu inteiro campo visual, e que nunca teve outro acesso visual à realidade senão através desses filtros. Os caleidoscópios das lentes deformam o espaço físico, suponhamos, repetindo diversas vezes o mesmo campo visual, atribuindo-lhe uma forma esférica e restringindo a sua abrangência.

Apesar da diferente percepção visual deste homem, os restantes estímulos sensoriais que recebe não sofrem distorção e são iguais aos dos outros homens. A realidade que este homem intui é diferente daquela que os outros homens intuem? É visualmente diferente, mas é estruturalmente igual. Embora tenha, p. ex., diferente percepção visual das distâncias, o tempo que demora a percorrê-las é igual ao que os outros homens demoram. Portanto, a informação sensório-motora que recebe dos outros órgãos sensoriais deverá corrigir ou pelo menos adaptar aquilo que a percepção visual deforma. Também as imagens que vê repetidas deverão ter sido, a certo ponto do seu desenvolvimento (e na medida em que não fornecem informação acessória), ignoradas, posto que o cérebro é um órgão plástico e valoriza a economia de informação (p. ex. embora o nariz esteja sempre no nosso campo visual, o cérebro “opta” por ignorá-lo). Tudo leva a crer portanto que, embora o que este homem vê seja diferente do que nós vemos, a sua percepção da realidade concordará com a de qualquer outro homem. Porém, ao passo que onde outro homem vê um caminho a direito, e percorrendo-o tem a percepção de estar a fazer um percurso recto, este homem imaginário, dada a esfericidade da sua percepção visual, percorrendo o mesmo caminho recto teria a percepção de estar a percorrer um geodésico, i.e., a descrever uma curva. Ele não a compreenderia como uma curva, pois aquilo a que chamamos um geodésico e que intuimos como um arco de círculo é o que este homem sempre viu e percepcionou como *rectidão*. Consequentemente, a noção de linha recta deste homem não será diferente da dos outros? E se for, como se expressa essa diferença? Será que quando lhe ensinassem geometria euclidiana não lhe causaria enorme confusão tudo o que diz respeito, p. ex., à goniometria e ao paralelismo? Pois para ele, a soma dos ângulos internos de um triângulo nunca seria igual a 180° . Do mesmo modo, duas linhas paralelas, prolongadas até ao infinito, nunca guardariam igual distância entre todos os seus pontos; guardariam apenas a mesma distância num ponto central, sendo que todos os outros pontos se distanciariam numa razão contínua; apenas se este homem pudesse continuamente focar o seu olhar num ponto comum às duas linhas e acompanhá-lo continuamente como se caminhasse teria o *conceito* de paralelismo que corresponde ao da nossa geometria euclidiana, mas nunca teria a *percepção* desse paralelismo, pois duas linhas paralelas são para ele percebidas como dois arcos de círculo que se afastam simetricamente numa razão contínua a partir de um ponto central¹³⁹. Como tal, se este homem tivesse de

¹³⁹ Julgo que foi Thomas Reid o primeiro pensador a pôr em causa a ideia de que a geometria perceptiva fosse euclidiana, a partir da descrição da observação dos geodésicos de uma esfera a partir do seu interior: embora se saiba que é um arco de circunferência, o geodésico que aparece em frente ao olho é percebido

escolher uma geometria com que trabalhar, não renunciaria à geometria euclidiana, preferindo uma geometria esférica? Pois embora a sua percepção táctil e proprioceptiva correspondesse à de um percurso em linha recta, a informação visual correspondente era a daquilo a que chamamos um geodésico ou um arco de círculo. Portanto, embora partilhássemos com este homem um mesmo mundo, a geometria euclidiana, que a nós nos parece melhor acomodar-se à realidade visual que percebemos, seria todavia para este homem fonte de grande confusão e estaria pejada de afirmações que a sua intuição visual não poderia tomar como verdadeiras.

De um modo simples e pouco técnico, pode então entender-se *a intuição pura do espaço* em Kant como aquela que respeita a uma estrutura fundamental que subjaz sempre qualquer cenário perceptivo, independentemente dos objectos que o povoem e a arquitectura dos órgãos perceptivos que o intuem. Ora, como essa estrutura fundamental não é experienciável por si (apenas como objecto de uma ideia) e aparece sempre sob a forma de objectos e de relações entre objectos, *a intuição sensível no espaço* diz respeito à forma como essa realidade espacial é percebida, tendo em conta i) a sua arquitectura intrínseca e ii) a arquitectura dos órgãos perceptivos que a intuem. Parece-me que é ii) que Kant tem em mente quando pensa na intuição sensível dos fenómenos espaciais. Tendo em conta a escala do corpo humano, a sua adaptação evolutiva ao meio, a estrutura e dimensão do campo visual, etc., Kant, como outros antes dele, terá sido levado a crer que a arquitectura dos órgãos perceptivos impunha à arquitectura intrínseca dos fenómenos uma estrutura euclidiana. Perceptivamente, sabemos hoje que isso é uma assumpção correcta: a percepção humana do espaço visual é aproximadamente euclidiana. Argumentei que onde Kant deu um passo em falso foi em tomar a geometria da forma sensível dos fenómenos como a própria forma da arquitectura que subjaz toda a apresentação dos fenómenos no espaço. É que a arquitectura da realidade espacial é uma mesma, mas a percepção visual humana da realidade é uma entre muitas possíveis. Outras espécies com que partilhamos o planeta têm uma percepção visual muito distinta da nossa. Espécies voadores, como as águias, têm um campo visual mais abrangente que o humano (de estrutura tendencialmente esférica), e a sua visão está afinada sobretudo para a detecção de movimento; os morcegos vêm em níveis de luminosidade muito baixos e as abelhas são sensíveis a

como um segmento de recta [Reid, 1823, 117 e ss.]. Angell, em [Angell, 1974], desenvolveu a tese de Reid e notou, entre outros exemplos, que se estivermos no canto de uma sala rectangular e olharmos o canto do tecto à nossa frente (numa diagonal), embora saibamos que o ângulo desse canto é um ângulo recto percebemos-lo como um ângulo obtuso. Para o detalhe do tema em Reid, vide também [Hopkins, 1973], [Van Cleve, 2002] e [Yaffe, 2002].

muitas mais cores que nós; outras espécies, pela sua pequena dimensão, têm campos visuais muito mais limitados que o nosso. A visão bifocal dos camaleões assenta na autonomia da percepção de cada olho, autonomia que o seu cérebro conduz a um quadro uno; as aranhas têm em geral quatro pares de olhos, mas a sua “visão” da realidade envolvente é sobretudo tátil, dependente da palpação das patas ou da vibração dos pêlos espalhados pelo corpo. Numa palavra: partilhamos um mundo comum, mas a realidade visual de cada espécie é muito distinta, i.e., sobre a percepção visual vigora a relatividade (sobre o assunto, p. ex., [Lazareva et al., 2012] e [Smythe, 1975]). Não obstante, todas estas espécies vivem e sobrevivem no seu meio. Mas se uma aranha fizesse geometria, escolheria postulados e axiomas euclidianos? Dificilmente.

§152. Se vertermos isto para o sistema kantiano, todas estas espécies têm uma intuição pura do espaço; no limite, esse espaço deve ser até numericamente o mesmo para todas. Mas a apresentação figural dos diversos fenómenos nesse espaço é diferente para cada uma das espécies e, provavelmente, também o será a geometria que melhor os descreve a essa escala. A arquitectura visual que cada espécie *impõe* à sua intuição pura do espaço é determinada pela relação que cada espécie estabelece com a realidade: aí entram variáveis como o tamanho dos indivíduos dessa espécie, as características do seu habitat, as suas necessidades vitais, etc. Portanto, a intuição dos fenómenos no espaço, que tem a intuição pura do espaço como suporte, consiste no conjunto de predicacões – por um lado o meio, por outro as características bio-físicas que a espécie desenvolve para se adaptar ao meio – que produzem a arquitectura canónica que uma espécie *impõe* ao espaço e através do qual o *compreende* e se *relaciona* com ele. A intuição dos fenómenos no espaço é o resultado da relação entre a intuição pura do espaço e a aparelhagem perceptiva imposta à compreensão da realidade espacial. Como esta realidade varia de espécie para espécie, existem diversas arquitecturas do espaço. A euclidiana é apenas uma idealização aproximada de uma delas. Isto é, evidentemente, uma tentativa de corrigir e adequar as propostas kantianas. É difícil sustentá-la textualmente; todavia, não creio que ela seja adversa ao espírito do seu pensamento.

Resta-me a segunda questão acima colocada: como se articula a intuição pura do espaço e a intuição empírica dos fenómenos? Numa primeira aproximação, recorro de novo à analogia da plasticina. A plasticina da intuição pura tem de ser translúcida, ilimitada, amorfa; são as regras que usamos para modelar a plasticina que lhe dão forma. No

sistema kantiano, tais regras residem no entendimento e podem variar tanto quanto podem variar as suas possibilidades lógicas, de tal modo que a nossa plasticina amorfa deve poder assumir configurações muito diferentes. Mas Kant não a concebe assim. À partida, a plasticina da intuição pura kantiana já obedece a regras definidas e quaisquer outras regras que lhes queiramos aplicar têm de estar de acordo (pelo menos não entrar em contradição) com as regras que já lhe estão dadas. Então, como é que o campo da geometria (*a priori*, intuição pura do espaço) se articula com o campo empírico das figuras dos fenómenos? Era preciso que dois domínios convergissem: a construção dos conceitos matemáticos e o conhecimento por conceitos que rege o domínio empírico. Esta é uma questão complexa, portanto vou dividi-la.

§153. Se o busílis do problema respeita um possível papel engendrador da geometria na obtenção de conceitos empíricos e sua esquematização, é preciso começar por perceber como Kant pensa a formação do conceito empírico: pensa-a como a reunião de um diverso da intuição numa representação. I.e., o conceito realiza uma unificação formal (lógica e epistémica) de uma diversidade de elementos que se apresentam dispostos a ser associados e organizados.

Na *Introdução B* à *CRP* Kant mostra que o conceito de *corpo* <*Körper*> é uma associação de elementos, estratificada e cumulativa: primeiro as intuições puras (espaço e tempo), depois a predicação categorial (substância ou inerência a uma substância) e só então se sai da determinação *a priori* para a empírica (cor, rugosidade, macieza, peso, impenetrabilidade) [CRP, B5-6, 39]. Intuições onde o espírito percebe elos possíveis organizam-se e compõem outras mais complexas que se relacionam produzindo assim um novo objecto epistémico. Seguindo as lições, p. ex., de [Couturat, 1905] e [Jørgensen, 2005], o conceito em Kant é o nome para uma composição de conceitos parciais e/ou de marcas <*Merkmale*> prototípicas que resulta numa representação indispensável para que os objectos possam ser indexados e *pensados*: Louis Couturat, bem certo numa análise que se ocupa dos conceitos matemáticos, sustenta que «[Kant] considera um conceito como uma associação de “conceitos parciais” que neles são os “caracteres essenciais”» [Couturat, 1905, 240], mas Jørgensen estende essa interpretação aos conceitos empíricos: «o conceito de cão é a colecção das chamadas marcas (*Merkmale*) e como o conceito não é puro, esta colecção pode variar entre

humanos» [Jørgensen, 2005, 8]¹⁴⁰. Então, se o conceito é a síntese de um diverso arbitrário, ele tem de definir-se como *uma regra* de apreensão e unificação desse arbitrário com vista à construção da forma lógica de objectos que vai permitir a sua *representação*. Depurando: o conceito é *uma regra para a composição de uma representação* (p. ex., [CRP, A126, 168]). Por agora, vou dividir a apresentação do conceito como *regra* e a definição do *esquema* do conceito como regra, embora ambos os movimentos façam parte de uma síntese una, da qual o esquema é o monograma <Monogramm>: o conceito engendra a regra de composição de uma representação a partir do diverso da intuição; o esquema faz o movimento inverso, engendra a regra que permite subsumir um fenómeno num conceito já composto. Num movimento faz-se a constituição ontológica de instrumentos conceptuais, no outro a aplicação epistemológica desses instrumentos conceptuais constituídos. Mas no processo geral, no esquema e no conceito, põe-se o problema da unificação de domínios heterogêneos: a relação entre o terreno *sensível* das intuições e o terreno *lógico-formal* do entendimento. Neste particular, Deleuze chamou a atenção para um dos aspectos problemáticos do

¹⁴⁰ Embora, como noutros momentos da sua análise crítica da filosofia da matemática de Kant, Couturat refute uma tal visão na p. 257-258: «*mas quem nos diz que todos os conceitos são “compostos” de conceitos parciais, de tal modo que é suficiente “decompô-los” [les “décomposer”] para descobrir todas as suas propriedades? Eis uma hipótese gratuita da velha Lógica, que pode aplicar-se a certos conceitos empíricos, mas que precisamente não se aplica aos conceitos matemáticos*». A crítica de Couturat vai contra a visão atomista dos elementos que compõem o conceito, incapaz de explicar a emergência de novas entidades conceptuais a partir das unidades atômicas «imutáveis» que constituem o conceito. A meu ver, uma tal crítica é justa apenas no âmbito epistemológico da primeira *Crítica*. Na terceira *Crítica*, Kant debate-se com a existência de objectos para os quais a composição conceptual não responde nem explica a unidade do objecto final, caso em que é preciso assumir a hipótese da existência de objectos para os quais não há sequer conceito determinado. O caso extremo da emergência de uma representação que não resulta de uma unificação lógica de conceitos parciais é a obra de arte: perante uma obra de Turner, p. ex., reconhecemos os conceitos de “tela”, de “paisagem”, de “mar”, de “navio”, de “tempestade”, mas a composição destes conceitos num conceito geral, p. ex., *O Navio dos Escravos* (1840), resulta, surpreendentemente, não na descrição de uma cena por via conceptual do tipo «navio destruído na tempestade», mas sim numa unidade representacional que ultrapassa as fronteiras da associação e descrição conceptuais, provocando ou um acordo cognitivo total – todavia sem ser consequência causal dessa composição (o que se traduz num sentimento de prazer) –, ou um colapso cognitivo que ultrapassa em muito o acordo conceptual e culmina num sentimento de sublime. O prazer estético está exactamente fundado na emergência de uma relação (nos juízos) entre diferentes conceitos que compõem a obra, emergência que não é consequência directa e lógica dessa composição. Quer pelo acordo, quer pela ruptura com ele. Dito de outro modo, a representação do objecto não é suficientemente suprida por uma associação conceptual atomística e estritamente lógica. E nesse caso, a razão é chamada à cena. Kant encontrou também exemplo afim deste caso na conceptualização de seres vivos, caso onde a composição por conceitos parciais não só não é suficiente como tem de ser enriquecida com *ideias*, externas ao âmbito conceptual do entendimento, nomeadamente as de *espécie* e de *finalidade*. Tais considerações rompem com uma visão associacionista por *marcas essenciais ou prototípicas*, pelo menos no sentido em que ela possa ser suficiente. Um tal associacionismo, forma de ligação radicada na noção fundamental de *afinidade*, talvez só possa responder a funções lógicas do entendimento bastante elementares e fracas, porém já no princípio que as rege muito obscuras: pois como formular, na relação entre sujeito e objectos, um princípio geral de unificação para todos os objectos que se apresentam numa poliformia infundável? Que *afinidade* é comum à visão frontal e à visão lateral do cão, que afinidade é comum entre a rosa e o abeto e finalmente que afinidade é comum a todas estas afinidades?

pensamento kantiano: é que além da diferença fundamental da natureza das diferentes faculdades, que se distinguem pelos princípios que as regem, há sobretudo o problema do modo como faculdades com naturezas fundamentalmente distintas se relacionam: «em Kant, o problema da relação entre sujeito e objecto tende portanto a internalizar-se [*<s'intérioriser>*]¹⁴¹: torna-se o problema de uma relação entre faculdades subjectivas que diferem quanto à sua natureza (a sensibilidade receptiva e o entendimento activo)» [Deleuze, 2004, 23-24]. Um tal aspecto não só exige aquele misterioso princípio fundamental da unidade entre sensibilidade e entendimento para o conhecimento transcendental (a *raiz comum* às duas faculdades)¹⁴², como exige *mediadores* da transição entre o domínio próprio de cada faculdade; o *esquema*, a

¹⁴¹ Algo claro quando se lêem as seguintes palavras de Kant, emblema de todo o seu sistema metafísico e da sua filosofia da ciência: «as leis não existem nos fenómenos, só em relação ao sujeito a que os fenómenos são inerentes, na medida em que este possui um entendimento [...]. Às coisas em si deveria competir, necessariamente, uma legalidade própria [*<i>ihre Gesetzmässigkeit>*], independentemente de um entendimento que a conheça. Mas os fenómenos são apenas representações de coisas, que são desconhecidas quanto ao que possam ser em si. Como simples representações não se encontram, porém, submetidas a qualquer lei de ligação [*<Gesetze der Verknüpfung>*], que não seja a que prescreve a faculdade de ligar. Ora o que liga o diverso da intuição sensível é a imaginação, que depende do entendimento quanto à unidade da sua síntese intelectual, e da sensibilidade quanto à diversidade da sua apreensão» [CRP, B164, 167]. O idealismo transcendental cinde com a possibilidade de conhecer a natureza da coisa em si, e portanto o problema da definição da natureza do objecto transita para o sujeito e para os diferentes sistemas que dão tratamento aos diferentes elementos que integram a representação; é por isso que o problema da heterogeneidade constitutiva do objecto é, como diz Deleuze, *internalizado*.

¹⁴² Que Heidegger, famosamente, vai colocar na imaginação: «o fundamento para a possibilidade do conhecimento sintético a priori é o poder transcendental da imaginação. [...] Esta não está “entre” ambos os estames previamente mencionados [sensibilidade e entendimento], é antes a sua raiz. Esta [raiz] é indicada através do facto de que pura sensibilidade e puro entendimento reconduzem ao poder da imaginação – e não só apenas isso, mas à razão teórica e prática na sua distinção e unidade»^(LVI) [Heidegger, 1990, 192]. Rosenberg, sem tomar a interpretação heideggeriana da *raiz comum*, em espírito concorda com essa compreensão e esclarece-a: «Se Kant quisesse ser consentâneo com a sua descrição da experiência como resultando da colaboração entre sensibilidade passiva com entendimento activo, então as funções aqui atribuídas à imaginação devem revelar-se actividades do entendimento – e é o que acontece. A imaginação, por assim dizer, tem um pé em cada campo. Ela é, em essência, o entendimento porquanto se relaciona com a sensibilidade» [Rosenberg, 2005, 113, *sa*]. Fernando Gil chega ao ponto de colocar a imaginação no pico da cognição: «a imaginação é um outro nome da actividade cognitiva» [Gil, 1984, 501, 503]. A meu ver, estas interpretações são apenas certas, nada têm de polémico, pois é exactamente isso que Kant parece pensar nas passagens [B151-153, 150-152] da *CRP*. A imaginação *unifica*, ela estabelece pontes sobre os abismos entre os dois domínios heterogêneos do espírito – tanto no que toca o abismo entre sensibilidade e entendimento, como no mais complexo abismo entre razão teórica e razão prática. Chaves importantes para a travessia dos abismos são dadas no *Apêndice* e, em larga medida, a *CFJ* tem de ser lida como derradeiro esforço kantiano para estabelecer um acordo fundamental entre os dois domínios. E é sempre a imaginação, quer na sua relação com a razão, quer com a faculdade de julgar, que vai oferecer a Kant os elementos para pensar a travessia. É nesse sentido que, mais do que como uma faculdade, creio que a imaginação deve ser vista como uma *energia*, a energia própria e espontânea do espírito, a qual coloca as suas funções mais poderosas em marcha (e devo à Prof.^a Filomena Molder esta concepção). É um poder activador que, Kant bem notou, se alimenta do princípio da afinidade, mas não goza de legislação própria. Melhor ainda: ela deve possuir legislação própria, mas tal legislação permanece-nos desconhecida. Entre todas as funções operatórias do espírito, a imaginação releva como energia, apesar das suas funções figurativas que, não sendo regidas por legislação intrínseca (mas sempre tomada do entendimento, da razão ou da faculdade de julgar), estão motivadas para as consequências *formativas* mais importantes do espírito. Por isso reafirmo que se a obra de Kant lançou um desafio epistemológico de peso, ele prende-se com a compreensão da natureza desta faculdade.

imagem pairante, e o *símbolo* constituirão propostas para essas difíceis transições pensadas por Kant, as duas primeiras para o campo epistemológico, a última para o campo moral. Assim se impõe a acção fundamental da *imaginação*. Pois se sabemos que os conceitos são produtos do entendimento e sendo o conceito *uma representação*, ele deve ser a reunião sintetizada de apresentações. Mas antes de haver síntese e reunião no conceito (e logo pensamento), é necessário que haja constituição perceptual, o que exige prévia síntese e reunião da diversidade das intuições que afectam a sensibilidade, as quais têm de ser tratadas. Historicamente, reconhece-se Kant como o pensador que descobriu nesta necessidade do tratamento da diversidade das intuições uma acção da faculdade da imaginação transcendental¹⁴³. Os conceitos, mesmo sendo produtos que pela sua forma lógica pertencem ao entendimento, são produzidos através de actividades de apreensão, síntese e recognição operadas pela imaginação¹⁴⁴.

§154. Esclarecendo as funções sintéticas e constitutivas da imaginação, percebe-se como pode o conceito empírico ser compreendido enquanto regra, e como é que a constituição da regra nos pode encaminhar para a compreensão das diversas partes que participam na associação de elementos que desemboca no conceito. A análise da produção do conceito e a sua divisão em partes abre caminho para compreender um possível lugar da geometria na constituição dos conceitos empíricos.

O conhecimento é possível quando há a *intuição* de um objecto e há um *conceito* através do qual a intuição é pensada [CRP, A92/B125, 124]. Ao passo que a intuição a que no presente caso Kant se refere é uma simples cognição não-mediada resultante de afecções sensíveis, i.e., pela simples afecção da receptividade (a exposição a estímulos de objectos, que surgem como *aparências* dos *fenómenos*, exposição que resulta numa modificação na sensibilidade), já o conceito requer o envolvimento do ânimo na produção de representações mediadas. A intuição oferece apenas a forma sensível dos objectos, a qual compete ao entendimento pensar. *Pensar* a forma do objecto significa apreendê-la na constituição de um conceito adequado à produção de um juízo ou de um

¹⁴³ Tanto o aspecto histórico da novidade kantiana no tratamento da imaginação como a análise da génese das funções desta faculdade, estão tratadas com profundidade e sistematicidade na obra de R. Makkreel, *Imagination and interpretation in Kant*, em particular na primeira parte ([Makkreel, 1990, 9-20].

¹⁴⁴ Kant tê-lo-á descoberto numa fase tardia da composição da *Crítica*, fazendo disso prova um certo espanto que as suas notas da passagem 23:18 das *Notas e Fragmentos* testemunham [Kant, 2005, 258]. Arrisco ver aí a génese da *Dedução*.

raciocínio. No entanto, para pensar a forma do objecto é necessário que o objecto intuído seja já conforme às condições de possibilidade do conhecimento.

Aqui Kant compreende um ponto decisivo da estrutura transcendental do entendimento: ele predica o conhecimento do objecto, pois a intuição tem de concordar com as condições de possibilidade do entendimento que fundam a receptividade do espírito aos objectos. Sem esse acordo, a receptividade pode ser impressionada por objectos, mas esses objectos não encontram via para chegar às funções mais elevadas da cognição. Essa condição transcendental é estabelecida pelas categorias, conceitos puros do entendimento que parametrizam o esqueleto da cognição objectual e sua consequente representação conceptual. São quatro as principais categorias, *quantidade* <Quantität>, *qualidade* <Qualität>, *relação* <Relation> e *modalidade* <Modalität>, as quais determinam os parâmetros em que a representação do objecto no conceito se enquadrará. I.e., é como se o categorial formasse uma variedade a seis dimensões (estas quatro, espaço e tempo), dentro da qual o objecto intuído é inscrito, sendo-lhe atribuída uma predicação, i.e., um valor quantitativo ou qualitativo em cada uma das dimensões do categorial (não obstante, há intuições que não são representadas em todas as dimensões do categorial; p. ex., os conceitos matemáticos seriam representáveis apenas nas categorias da quantidade e da relação).

Dizia que este acordo entre o entendimento na predicação dos objectos e os dados da intuição constitui uma relevante descoberta *crítica* (a de que são os conceitos puros do entendimento que possibilitam a experiência, descoberta que Kant nomeia «*um sistema de epigénese*¹⁴⁵ *da razão pura*» <ein System der Epigenesis der reinen Vernunft> [CRP, B167, 170]), fundando a necessidade das investigações conduzidas na secção da *Dedução dos conceitos puros do entendimento*, ponto tortuoso da *Crítica*, que mais confessados esforços mereceu a Kant [CRP, Axvi, 8], e mais reconsiderações exigiu entre a edição A e a B (reescrita praticamente integral), porque o filósofo a considerava

¹⁴⁵ Conceito cujo sentido é difícil de determinar no pensamento kantiano e em todo o pensamento biológico do séc. XVIII. Segundo John Zammito em [Huneman et al., 2007] a noção de epigénese em Kant entra no problema geral do hilezoísmo, contra as ideias de pré-formação, procurando afirmar «*o esforço, nas ciências da vida, de discernir, descrever e, pelo menos empiricamente, dar conta da capacidade imanente (“força”) da natureza para se transformar, construir níveis de ordem mais elevados, espontaneamente*» [id., 54]. A crer nesta ideia, Kant conceberia a razão pura como algo dinâmico, rejeitando a concepção da sua pré-formação e estatismo. Porém, como Zammito nota, o conceito de epigénese deixava Kant desconfortável, pelo menos à luz do seu pensamento teleológico, precisamente pela dificuldade em resolver a tensão entre mecanismo e organismo e o problema de conceber os princípios vitais do organismo. Zammito exhibe com clareza os termos da «*ambivalência*» de Kant sobre o tema da epigénese (também o cap. 10 de [Zammito, 1992, 214-227]).

uma das peças-chave do sistema desenhado na *Crítica*¹⁴⁶. A dedução transcendental estabelece-se sobre o reconhecimento de estruturas puras do entendimento, cuja «*validade objectiva a priori [...] assenta na circunstância de só elas possibilitarem a experiência [...] relacionando-se necessariamente a priori com os objectos da experiência, pois só por intermédio destas em geral é possível pensar qualquer objecto da experiência*» [CRP, A93/B126, 125, adaptado], sendo que com os dois momentos da dedução, o *objectivo* (apercepção transcendental, possibilidade do conhecimento em geral) e o *subjectivo* (sínteses do diverso dos fenómenos, dependente das circunstâncias ou condições particulares das suas apresentações), Kant vai reconhecer nesses conceitos puros «*as condições a priori da possibilidade da experiência (quer seja da intuição que nela se encontra, quer do pensamento)*» [ibid., adaptado, sa].

Assim, a *dedução* segue o fio condutor das *sínteses* sem as quais nenhuma experiência seria possível para o sujeito e que radicam na sua estrutura *a priori*. Norteado pela ideia do conceito enquanto *regra de representação*, Kant procura explicitar as condições de produção da *representação* e a forma mais geral da constituição da *regra* <Regel> que produz a representação. É necessário então compreender como se produz a representação, compreensão que encaminha para a possível descoberta do engendramento da regra.

§155. Kant distingue três sínteses operadas pela imaginação subjazendo a representação: a *síntese da apreensão na intuição*, a *da reprodução na imaginação* e a *da reconhecimento no conceito*. O eixo mais fundamental da representação radica no tempo, pois nenhuma actividade sintética é viável sem o seu desenvolvimento num tempo que, como ficou determinado na *Estética Transcendental*, é condição de determinação do sentido interno, digamos, o movimento próprio ao espírito [CRP, A115, 157]. Ora, o sentido interno constitui uma antecipação do aspecto fundamental que estrutura estas três sínteses na representação: a *apercepção pura* <reine Apperzeption>, i.e., o *eu penso* <Ich denke>, intuição da consciência por si própria que permite que toda a actividade anímica seja reportada à consciência do sujeito. Esta unidade fundamental do espírito na apreensão do diverso que lhe chega, não tem a sua génese nos objectos, mas no próprio espírito, razão porque é considerada *a priori*. Se o espírito não ligasse todas as intuições

¹⁴⁶ Uma nota de Kant ao Prefácio dos *Fundamentos Metafísicos da Ciência Natural* manifesta a obscuridade que os leitores da primeira edição do texto da *Dedução* encontraram, razão talvez da reescrita que essa secção mereceu a Kant (vide nota a 474, [Kant, 2004b, 11]). Aí Kant afirma que essa secção é «*precisamente a parte da Crítica que devia ser mais clara*».

que recebe numa unidade, o diverso da intuição pouco mais seria do que a rapsódia de farrapos desligados e desordenados: *«as representações dadas, não tendo em comum o acto da apercepção eu penso não estariam desse modo reunidas numa autoconsciência [<Selbstbewusstsein>]»* [CRP, B137, 136, sa].

Esta *espontaneidade* <*Spontaneität*> na ligação do diverso é uma função pura do entendimento (embora eu não possa deixar de ver aqui a acção da imaginação, pois Kant chama em [CRP, B130, 130-131] à ligação em geral *síntese* e, parece-me, as *sínteses* em Kant são sempre operações da imaginação). Portanto, *«todas as intuições não são nada para nós e não nos dizem respeito algum, se não puderem ser recebidas na consciência [...]. Temos consciência a priori da identidade permanente de nós próprios [<der durchgängigen Identität unserer selbst>], relativamente a todas as representações que podem pertencer alguma vez ao nosso conhecimento, como duma condição necessária da possibilidade de todas as representações (porque estas só representam para mim qualquer coisa, enquanto pertencerem, como todas as outras, a uma única consciência, à qual, por conseguinte, devem pelo menos poder estar ligadas [<verküpft>])»* [CRP, A116, 158].

Pela apercepção, reconheço que as sínteses e as representações que delas resultam são *minhas* enquanto espírito *activo* e *pensante* e não apenas receptivo: *«é preciso que haja sempre uma consciência, embora lhe falte a claridade nítida, sem a qual são completamente impossíveis os conceitos e, com eles, o conhecimento de objectos»* ([CRP, A104, 143]; vide também a importante nota de Kant a [id., A117, 158-159]: *«a possibilidade da forma lógica de todo o conhecimento repousa, necessariamente, sobre a relação a essa apercepção como a uma faculdade»*, sm). Esta unidade sintética originária da apercepção tem uma importância nada desprezível: a §17 da Dedução B [CRP, B136, 135] diz-nos que ela é *«o princípio supremo de todo o uso do entendimento»* e encontra-se mesmo atrás das intuições puras, é uma função do espírito mais arcaica que elas, no que à constituição de conhecimento respeita (e não à receptividade). Kant elucida porquê: *«para conhecer qualquer coisa no espaço, por exemplo, uma linha [<eine Linie>], é preciso traçá-la e, deste modo, obter sinteticamente uma ligação determinada do diverso dado»* [CRP, B137-B138, 137, sa]. Pode parecer que esta operação se podia desenvolver apenas nas intuições puras de espaço e tempo: um ponto, seguido de outro ponto, seguido de outro ponto; i.e., a representação espacial sobre um eixo temporal. Tal não é o caso: a apercepção é a

função cognitiva que *liga* um ponto a outro, seguindo uma ordem específica (*traçando*), por meio da aplicação pura das formas lógicas do entendimento, as categorias. E nesse sentido, a apercepção *estrutura* o diverso da intuição. Se não fosse a apercepção, talvez se pudessem intuir pontos numa duração, mas esses pontos não se ligariam segundo a ordem lógica que estrutura *uma linha* (vide §24 da Dedução B, [CRP, B150 e ss., 149 e ss.]). Como tal, a apercepção é rigorosamente a estrutura das formas lógicas que o entendimento aplica às intuições e que lhes dá sentido, i.e., converte-as em conhecimento (conceitos e, a partir deles, juízos).

§156. Se a apercepção é a condição de possibilidade da unidade fundamental da ligação do diverso em conceitos, referindo-os a um sujeito que através deles pensa essa ligação, ela convoca outras sínteses, complementares desta actividade cognitiva. Embora a passagem iniciada em [CRP, A120, 162 e ss.] sugira que Kant considera as três sínteses numa hierarquia cumulativa, iniciada com a *síntese da apreensão do diverso*, seguida pela *síntese reprodutiva* e finalizada na *síntese do reconhecimento*, creio que é preferível entendê-las como momentos diferentes que concorrem para a constituição do conceito, mas não necessariamente cumulativos.

A *síntese da apreensão do diverso* consiste na recolha das diversas intuições que, de forma *discreta*, afectam a sensibilidade, reunindo-as numa representação única (Rosenberg fala na obtenção *sincrónica* do diverso [Rosenberg, 2005, 112]); nas palavras de Kant, «a imaginação deve, com efeito, reduzir a uma imagem [<Bild>] o diverso da intuição» [CRP, A120, 162-163, sa], sendo que aqui o termo *imagem* dá conta da apreensão contínua e sustida daquilo que é recebido de modo fragmentado. Através desta síntese, o diverso ganha unidade numa representação, por meio da sua articulação *num tempo*. A *síntese da reprodução na imaginação* estabelece o princípio da activação das representações constituídas pela síntese anterior *em continuidade temporal*; i.e., o que foi apreendido deve ser reproduzido de modo a que os diferentes elementos que constituem o objecto em representação estejam presentes ao espírito, numa ligação consequente. O que a imaginação faz é transportar os elementos constituídos pela síntese anterior para o momento presente da representação¹⁴⁷; doutro

¹⁴⁷ Acerca das modalidades temporais das diversas sínteses e sua relação com diferentes versões da imaginação, entendida como actividade figurativa e formativa <Bildung> – o que corresponde ao espírito da *synthesis speciosa* que a Dedução B põe no coração da actividade imaginativa [CRP, B151, 150-151] –, Makkreel oferece uma apresentação detalhada em [Makkreel, 1990, 16-19], distinguindo entre a *Abbildung*, formação directa de imagens que produz representações no modo presente; a *Nachbildung*, formação reprodutiva de imagens que reproduz representações passadas; e a *Vorbildung*, formação

modo, a representação seria inconsequente. Estas duas sínteses da imaginação estão intimamente ligadas, formam sistema, pois o que é sintetizado na apreensão como conjunto tem de ser reproduzido, i.e., mantido presente ao espírito em sequência (Rosenberg chama esta síntese *diacrónica*, sendo que ela constitui, com a anterior, «*actividades unificadoras*» <*unifying activities*> do espírito que revelam o carácter operatório e activo da imaginação por contraste com a natureza puramente receptiva da sensibilidade [Rosenberg, 2005, 112].)

A *síntese do reconhecimento no conceito* convoca a síntese transcendental da apercepção, portanto a consciência do eu pensante, acordando-a com as sínteses anteriores que, para as diferentes reuniões operadas sobre o diverso estabelecem *regras particulares de unificação*; i.e., estabelecem diferentes conceitos. A particularidade das intuições reunidas sob um mesmo conceito determina a constituição da sua regra, pelo que cada caso é um caso: cada conceito requer ao entendimento a constituição de uma instrução lógica diferente. P. ex., o conceito de número é uma regra que resulta da consideração de «*unidades [...] pouco a pouco acrescentadas por mim umas às outras, [regra sem a qual] não reconheceria a produção do número por esta adição sucessiva de unidade a unidade nem, por conseguinte, o número [<die Zahl>], pois este conceito consiste unicamente na consciência desta unidade da síntese*» [CRP, A103, 142]. A síntese do reconhecimento no conceito é justamente a regra do entendimento que permite que a imaginação seja guiada no processo de atribuição de uma intuição ao conceito correspondente. Reconhecer a intuição no conceito é compreender no diverso a unidade de uma regra cuja síntese particular produz um conceito determinado. I.e., a

antecipatória de imagens que antecipa uma representação futura. A tese de Makkreel é que as três modalidades da imaginação não conhecem níveis de prevalência ou precedência, pois todas elas concorrem activamente para a formação *sinóptica* do que constitui o conceito; Makkreel cita um exemplo de Kant nas *Vorlesungen über Metaphysik*: «*o espírito tem de levar a cabo muitas observações para formar uma imagem directa de um objecto. Isto porque ele forma uma imagem diferente de cada ângulo. Uma cidade, por exemplo, difere no aspecto que tem de manhã daquele que tem ao fim do dia. Há muitas aparências diversas de uma coisa, de diferentes ângulos, com diferentes pontos-de-vista. De todas estas aparências, o espírito tem de forjar ele próprio uma imagem, reunindo-as*» [Kant, *Vorlesungen*, XXVIII, 236, apud Makkreel, 1990, 16]. Vale a pena referir a mesma compreensão de Rosenberg que, no seu estilo claro e imaginativo, ilustra a função da imaginação com este exemplo: «*Quando vejo um livro, vejo-o como um objecto substancial completo, e portanto como tendo outras partes além das que vejo [se o livro está pousado sobre a mesa e lhe vejo, p. ex., a capa e a lombada, não posso ver simultaneamente a sua contracapa, embora saiba que ela lá está]. Essas partes estão consequentemente (de algum modo) presentes como actualidades na minha experiência perceptual, ainda que, em sentido estrito, elas não sejam vistas (onde o que eu “em sentido estrito vejo” é o que eu vejo do livro que vejo). Se o que vejo do livro corresponde, como parece plausível, ao que está “presente na intuição” no sentido de estar presente como elementos na sensação, então o que eu preciso para conseguir ver o livro como um livro, e portanto tendo outras partes além das que dele vejo, é um modo de tornar essas outras partes, embora não nesse sentido “presentes na intuição”, ainda assim presentes (como actualidades) na percepção. É precisamente esta, diz-nos Kant, a função da imaginação*» ([Rosenberg, 2005, 110], sa).

síntese do diverso com relação à minha consciência, seguindo uma regra de ordenação desse diverso, produz uma unidade específica, uma *imagem*, a qual é o conceito. Pela função da apercepção (a sua ligação à consciência do sujeito) essa imagem transita da formação estritamente sensível para uma formação intelectual: sensibilidade e entendimento associam-se via apercepção, função da imaginação, na conjugação do diverso numa regra lógica, o conceito. Deste modo, o sujeito torna-se capaz de pensar a experiência. Compreende-se assim o papel decisivo da imaginação na articulação entre sensibilidade e entendimento para a constituição dos conceitos.

§157. O diverso dado na intuição só é unificado no conceito segundo uma regra se houver modo de detectar, entre as várias representações do diverso, princípios de associação e unificação entre intuições afins. Nós só temos experiências de objectos particulares e, mais ainda, só temos experiências *perspectivais* desses objectos: entre a experiência de perceber o cão em visão *frontal*, *lateral* e *superior*, têm de se encontrar elementos comuns que permitam ligá-las na *imagem* unificada de um mesmo objecto, representado no conceito de cão. O que é implicado na composição perspectival do conceito é implicado na constituição de *espécies* de conceitos: as três imagens heterogêneas de um *pinscher*, um *samoiedo* e um *chao-chao* devem poder ser uniformizadas sob um mesmo conceito de cão: «*se as representações se reproduzissem indistintamente umas das outras, longe de formar um encadeamento determinado, não seriam mais do que um amontoado sem regra alguma* [*<sondern bloss regellose Haufen>*] *e da qual, portanto, não poderia resultar qualquer conhecimento*, [pelo que] *é preciso que a sua reprodução tenha uma regra, segundo a qual uma representação se une de preferência com esta do que a uma outra na imaginação*» [CRP, A121, 163].

Na *Dedução A*, «*este princípio subjectivo e empírico da reprodução segundo regras chama-se associação das representações* [*<die Assoziation der Vorstellungen>*]» [ibid.]. Todavia, é a *síntese da recognição no conceito* que dá conta desta operação: o espírito tem de ser capaz de ligar diversos — *que não sejam dados em continuidade temporal* — como sendo estruturas potencialmente *análogas* e *afins*. Em [CRP, B162, 164-165], Kant exemplifica com a percepção de uma casa: no seu conceito, tenho de conseguir ligar intuições empíricas que me chegam na sucessão temporal própria à percepção (p. ex., esta percepção frontal deste objecto é afim daquela percepção lateral daquele objecto: as duas correspondem à mesma casa), mas tenho também de ser capaz

de ligar, no conceito correspondente a uma mesma casa, intuições que recebo desse objecto durante o dia com as que recebo de noite, ou que recebo quando estava pintado de branco ligando-as às que recebo agora do mesmo objecto pintado de verde. O efeito é o reconhecimento desse diverso, dado em momentos diferentes, como *um mesmo*. E isto quer as intuições se reportem a um mesmo objecto em tempos diferentes, quer se reportem a objectos diferentes, em tempos diferentes, e todavia conceptualmente análogos (todos *casas*). Então, em detrimento das diferenças, é necessário conceber *o como* da percepção das semelhanças que reconduz o diverso a unidades. Está em causa a constituição da estrutura fundamental — esquemática — dos objectos, a partir da qual se vão designar indexes que o entendimento pode relacionar com diferentes percepções.

§158. Kant pensa o problema em dois momentos. O primeiro é concebido na *Dedução*, como uma operação submetida ao interesse do entendimento; o segundo está concebido no *Apêndice* enquanto solidariedade *externa* dos objectos que impressionam os nossos órgãos sensíveis com a *ideia* de uma unidade fundamental submetida ao interesse da razão. É graças à presunção dessa solidariedade que a razão pode convergir para um foco ideal do conhecimento onde ele alcançará uma *unidade ideal*.

Começo pela *Dedução*. Se as diferentes percepções dos objectos são agrupadas em núcleos conceptuais, que espécie de princípio procede a essa composição? Mostrei que a noção decisiva é a de *afinidade*¹⁴⁸, a qual constitui o princípio próprio da imaginação. É pela compreensão de afinidades entre as percepções sintetizadas, que a imaginação torna o entendimento capaz de «*reduzir a uma imagem o diverso da intuição*» [CRP, A120, 162-163]. Em que consiste a afinidade? Segundo Kant, e por distinção com a *associação* <Assoziation>, que apenas liga representações umas com as outras (p. ex., a representação *verde* à representação *casa*), a *afinidade reconhece uma estrutura comum que liga intuições no modo lógico* (p. ex., *esta construção velha a aquela construção comprida*) numa *unidade conceptual* (*casa*). Diferentemente da associação, esta forma de ligação é um princípio *objectivo* <objektiv>, i.e., ela resulta numa ligação necessária e universalmente válida; e por isso mesmo Kant afirma que se trata de um princípio *a priori*: «*a afinidade* [<Affinität>] (*próxima ou distante*) *de todos os fenómenos é uma consequência necessária de uma síntese na imaginação, que está fundada a priori sobre*

¹⁴⁸ Kant usa os termos <Affinität> e <Verwandtschaft>, parentesco. Embora nunca seja tratada como *um princípio*, a afinidade é, a meu ver, *o princípio*, na medida em que é o sustentáculo dos *princípios sintéticos do entendimento puro*: os axiomas da intuição, as antecipações da percepção, as analogias da experiência e os postulados do pensamento empírico em geral.

regras [CRP, A123, 165]. Interpreto esta formulação lacónica assim: se, como antes mostrei, a função do entendimento é aplicar o categorial a cada intuição a fim de o tornar pensável, e se essa operação desemboca na enunciação de uma regra de composição que é o conceito (p. ex., o conceito de casa é a produção de uma regra, de acordo com uma certa disposição de intuições no categorial, *num tempo*, para obter a representação *casa*), então a afinidade é justamente o efeito da descoberta (pela imaginação ao serviço do entendimento) de uma semelhança fundamental na disposição de intuições diversas num mesmo categorial, *em tempos não necessariamente sucessivos*. Melhor: *a afinidade é a semelhança da forma lógica do entendimento na composição de uma regra de representação (conceito)*. Quando o entendimento produz regras de composição semelhantes, a imaginação detecta uma comunidade que a encaminha para a hipótese de estar conceptualmente (i.e., logicamente) perante o mesmo objecto, ou perante objectos afins.

Esta constatação de uma afinidade na forma lógica da composição dos conceitos de objectos dados em momentos diferentes na percepção põe a imaginação no trilho das intuições que podem ser subsumidas numa mesma regra de composição. E como a regra é a instrução lógica do entendimento na aplicação do categorial para a composição conceptual, tal afinidade tem de ser tomada como «*um princípio objectivo* [*<ein objektiver Grund>*], [...], *captável a priori* [*<a priori einzusehender>*], *anteriormente a todas as leis empíricas da imaginação, sobre a qual repousam a possibilidade e mesmo a necessidade de uma lei extensiva a todos os fenómenos, que consiste em tê-los a todos como dados dos sentidos, susceptíveis de se associarem entre si* [*<an sich assoziabel>*] *e sujeitos a regras universais* [*<allgemeinen Regeln>*] *de uma ligação completa* [contínua; o termo é *<durchgängigen>*] *na reprodução. A este princípio objectivo de toda a associação dos fenómenos chamo afinidade* [*<die Affinität>*] *dos mesmos* [CRP, A122, 164]. Graças à afinidade, i.e., a recorrência lógica na composição de conceitos a partir de intuições diversas em tempos distintos, a imaginação torna-se capaz de uma síntese ordenada e estruturada do diverso da intuição e o entendimento torna-se capaz de economizar a catalogação desse diverso reconduzindo-o a unidades *afins*.

§159. Para esta afinidade concorrem, na *Dedução B*, a *unidade sintética* *<die synthetische Einheit>* e a *unidade analítica* *<die analytische Einheit>* da *apercepção* [CRP, B133, 133]. Ambas radicam na consciência do sujeito (enquanto *apercepção*

transcendental), como actos motivados no tratamento das intuições que recebe. A unidade *sintética* consiste na capacidade de extrair ao diverso propriedades “simples” e unificá-las num só conceito: o vermelho que me aparece nesta intuição e naquela outra é *um mesmo conceito de vermelho*; a unidade *analítica* assume este conceito em geral, reconhece-o como pertencente a diferentes intuições e especifica as diferenças que separam as intuições que, todavia, se unem por uma mesma propriedade, o vermelho. Kant atribui a esta unidade analítica, a função de produzir o *conceptus communis* (o «conceito comum»), i.e., o fundamento lógico de uma comunidade inter-conceptual. Tal comunidade (a da ligação, por afinidades, entre conceitos distintos) estabelece uma rede entre os conceitos que os liga e lhes dá *extensão* <Erweiterung> [CRP, A655/B638, 541]. Tal unidade analítica (que, como estamos ao nível do entendimento, é estritamente lógica) é indispensável para constituir um sistema de conhecimento, conforme Kant desenvolverá no *Apêndice*. Pois esta condição lógica da regra de produção do conceito, havendo a solidariedade inter-conceptual pela afinidade, funciona como pedra-de-toque para a ideia da unidade fundamental de todo o sistema de conhecimento.

Esta é a primeira concepção da *afinidade transcendental* na primeira *Crítica*. Mas estamos ainda à superfície da sua compreensão. Sobressai uma compreensão mais profunda, mas também mais problemática, no *Apêndice*.

Ao passo que a afinidade transcendental tratada na *Dedução* diz respeito à necessária unidade entre o diverso da intuição a fim de se poderem engendrar conceitos em número limitado (é um princípio de economia cognitiva), o *Apêndice* vai encontrar na razão um *interesse* nessa unidade intra-conceptual e, usando-a como pedra-de-toque, expandi-la ao todo do sistema de conhecimento como fundamento ideal da sua unidade. Há todavia uma diferença fundamental: a unidade que a imaginação detecta entre o diverso e que o entendimento consolida em regras afins é *objectiva* (doutro modo, no limite não haveria, p. ex., uma comunidade conceptual, objectivamente partilhada por todos e assente em estruturas a todos comuns); mas a unidade que a razão se propõe encontrar entre os conceitos do entendimento é simplesmente ideal, uma directriz heurística que não é postulável *a priori* e como tal só tem pedras-de-toque: «*se houvesse uma tal diversidade entre os fenómenos que se nos apresentam [...], isto é, quanto à diversidade dos seres existentes, que nem o mais penetrante* [<allerschärfste>] *entendimento humano pudesse encontrar a menor semelhança, comparando uns com os outros (um caso que é bem concebível), a lei lógica dos géneros* [<Gattungen>] *não se*

verificaria, nem sequer um conceito de género ou qualquer conceito geral; consequentemente, nenhum entendimento, pois que este só desses conceitos se ocupa» [CRP, A653/B681-A654/B682, 540]. O sistema de conhecimento tem de estar fundado na ideia de uma comunidade radical entre os objectos, a qual se estabelece sobre uma conformidade estrutural e através da qual se pode remontar à sua unidade onto-epistemológica. Pressupondo um tal princípio, pode inverter-se o caminho: há como que uma estrutura fundamental estável que admite derivações, garantindo, a um tempo, a pertença a um mesmo sistema (a sua conaturalidade, ou, numa das variações que Kant usa no *Apêndice* para o termo afinidade, um *parentesco* <*Verwandtschaft*> [CRP, A660/B688, 544], e a sua diversidade plena (a Natureza, campo infindável de formas).

§160. Este raciocínio conduz Kant a uma hipótese ousada (pois roça os limites da experiência possível): se a afinidade transcendental é detectável na congruência de regras lógicas que o entendimento compõe, isso deve levar a supor que os objectos que impressionam os sentidos (tomados *fora* do sujeito transcendental) devem ser eles próprios regidos por uma tal afinidade. A doutrina crítica não autoriza postulações acerca dos objectos enquanto coisas-em-si; não obstante, no *Apêndice* Kant tem de pôr-se diante da hipótese de a Natureza estar ordenada segundo uma tal afinidade, a qual se concretiza no entendimento e na razão humana porque o conhecimento do discreto dos fenómenos converge para um *contínuo* que tanto estrutura a sua dispersão numa unidade, como autoriza a passagem contínua de uns conhecimentos para os outros¹⁴⁹. Quais são as pedras-de-toque para tal convicção? É que tanto entendimento (que prescreve as regras e os princípios a aplicar ao conhecimento dos fenómenos) como razão (que prescreve ordem e estrutura ao entendimento) estão espontaneamente motivados para procurar uma tal unidade, da qual o conhecimento, enquanto todo, lhe dá os indícios. Portanto, tem de se assumir que a Natureza propõe ao sujeito «*uma certa unidade colectiva*» <*eine gewisse kollektive Einheit*> [CRP, A644/B672, 534] e «*completa*» <*durchgängig*> [id., A645/B673, 535] para os seus objectos.

O problema que a noção kantiana de afinidade quer apreender é aquilo que teima em revestir uma obscuridade fundamental do seu pensamento. Veja-se esta passagem de Paniel Cárdenas acerca do intuicionismo: «*o intuicionista aceita que os objectos matemáticos são construções mentais, as quais, após serem construídas, assumem um*

¹⁴⁹ Encaminhando Kant, como atrás mencionei, para o problema da concepção teleológica da Natureza.

*carácter independente que torna a percepção (através da intuição delas) possível. Os filósofos da ciência kantianos admitem que o carácter intuicionista das matemáticas se alia às outras faculdades na tarefa de descrever o mundo intuído e compreendido pela mente humana. Parece convergir na ideia de que o estudo da ciência é o estudo da mente humana ao fazer ciência; porém deixa de fora o nosso problema: como as mentes (alegadamente usando objectos matemáticos construídos) estão efectivamente afinadas com os objectos da investigação. Parece-me insatisfatório que os constructos da matemática (mesmo apreendidos na intuição) sejam aspectos das nossas mentes e que estejam ao mesmo tempo infiltrados na imagem científica do mundo sem saber como se joga esta relação» [Cárdenas, 2012, 1.4, sm]. Ora, o jogo desta relação é o que Kant procura tornar inteligível através da noção de afinidade e que esmiuçaré na terceira *Crítica*. A afinidade kantiana é um campo temático de problemas sobre a estrutura da ligação entre sujeito e mundo; sobretudo imiscui-se nas relações entre o diverso que o sujeito intui (à escala micro — as percepções isoladas; e à escala macro — a articulação entre conhecimentos), o qual parece fundamentalmente heterogéneo.*

A *afinidade* surge então como enigma central do conhecimento, ainda que todo o sistema do conhecimento encaminhe para ela. Pois é garante da ligação lógica entre o conhecimento do entendimento e a ligação simplesmente regulativa que a razão procura dar aos conhecimentos do entendimento. Mas ao passo que no plano do entendimento é possível entender a afinidade como congruência na composição lógica de conceitos, com a razão temos de descer a um nível inferior. I.e., a afinidade na *Dedução* regeu a imaginação na capacidade de ligar os domínios heterogéneos da sensibilidade e do entendimento, revelando a intimidade entre o fenómeno e o categorial transcendental (pensamento que Kant nunca desenvolveu até ao limite¹⁵⁰). Mas agora a afinidade vai ligar directamente o impulso arquitectónico da razão na construção do conhecimento do entendimento à estrutura mais íntima da Natureza: ela forja a ideia de uma comunidade semântica transcendental partilhada pelas forças engendradoras da Natureza e pelo logos humano.

Concluo assim que a *afinidade transcendental* é o instrumento kantiano para tratar duas espécies de comunidades estruturais. Digo *comunidades estruturais*, porque é à compreensão da estrutura que sustenta cada uma dessas comunidades que interessa

¹⁵⁰ Fernando Gil, p. ex., em linha com a interpretação da Epistemologia Evolucionária detectou aí um pensamento embrionário da *filogénese*, do acordo forjado pela imersão do sujeito no mundo desde a alvorada dos tempos [Gil, 1984, 505 e ss.].

chegar. Esse é o problema. A primeira é uma comunidade conceptual, i.e., lógica; trata-se de uma homogeneização do diverso em conceitos, via redução da diversidade sem perdas lesivas. O seu objectivo é reduzir o diverso da intuição a núcleos onto-epistemológicos que servem o propósito de tornar a realidade cognoscível: *percepcionar* o diverso, *compor conceitos*, *reconhecer* o diverso em conceitos. A segunda, elevada sobre a primeira, é uma comunidade epistemológica e hipotética, que tem em vista o interesse na *sistemática* do conhecimento, i.e., na articulação dos vários átomos do conhecimento num todo orgânico, capaz de o frutificar, com a máxima extensão possível. Os dois extremos colocam-nos no campo da tensa relação entre uno e múltiplo (embora, no *Apêndice*, ela seja pensada no quadro tensional *genus-species*). Tensa porque ao múltiplo só se responde pela consideração do particular, que está ligado à individualização e à sua irremediável contingência; e porque ao uno só se alude pela consideração de um universal que parece encerrar-se numa generalidade tão árida que a partir dela nunca se avista a passagem ao particular.

§161. Embora a teoria do esquematismo apareça na primeira *Crítica* a respeito da relação entre os conceitos puros do entendimento e as formas puras da sensibilidade, a meu ver ela diz respeito quer a um problema transversal à aplicação geral dos conceitos (puros, sensíveis e empíricos), quer à formação de ideias e de juízos. Estranhamente, esta peça-chave da mediação entre o sujeito e um qualquer objecto do conhecimento é parcamente desenvolvida por Kant. Mesmo onde se devia esperar que ela tivesse novo e aprofundado desenvolvimento, na *Crítica da Faculdade de Julgar*¹⁵¹, tal desenvolvimento, onde aparece, dificilmente se pode dizer que ilumina a proverbial obscuridade em que o esquematismo sempre esteve mergulhado¹⁵².

¹⁵¹ Vale a pena recordar que, na *Crítica da Razão Pura*, o esquematismo é o primeiro capítulo do Segundo Livro, cuja introdução versa exactamente sobre *A Faculdade de Julgar Transcendental em Geral*.

¹⁵² Acerca desta teoria, Kant escreveu: «em geral, o esquematismo é um dos pontos mais difíceis. — Nem mesmo o Sr. Beck consegue orientar-se nele. Eu considero este capítulo um dos mais importantes», reflexão fixada na nota 6359, algures entre 5 de Novembro e 11 de Dezembro de 1797 [Kant, 2005, 18:685-18:686, pp. 393-394]. A doutrina do esquematismo recebeu cerrada críticas de, entre outros, Schopenhauer, Heidegger e Peirce. T. K. Seung no seu *Kant: a guide for the perplexed*, em lugar de consagrar o seu capítulo sobre o esquematismo à explicação e iluminação da teoria, opta por analisar aquilo que considera os vestígios, mal-eliminados por Kant, da colagem da sua teoria das categorias à teoria de Aristóteles (cujas fundamentais diferenças, segundo Seung, Kant não reviu com suficiente atenção) e à exposição do carácter desnecessário da teoria na sequência da dedução devido à existência de heterogeneidades que, alega Seung, não têm qualquer cabimento [Seung, 2007, 54-61]. Paul Crowther trata o esquematismo com assinalável profundidade, quer nas suas diversas expressões enquanto *regra*, quer nas suas implicações epistemológicas, no cap. 2 de [Crowther, 2010].

Tecnicamente, é simples compreender o âmbito desta teoria. O esquematismo, e o esquema como seu produto, explicam como os conceitos puros do entendimento se aplicam aos objectos. Temos de pensar em dois passos: o primeiro respeita às categorias do entendimento, as quais, na sua forma pura, são completamente abstractas e, na ausência de um objecto, não têm qualquer instanciação ou forma determinada; o segundo diz respeito à determinação que essas categorias assumem quando têm de enformar-se num conceito por ocasião da recepção de um estímulo na sensibilidade, caso em que ganham uma fisionomia específica, suponha-se, numa regra ou numa instrução lógica determinada. Ora, quando a sensibilidade é afectada por um estímulo, é preciso que esse estímulo seja interpretado pelo entendimento e suas categorias. E o que a imaginação faz é justamente instruir os conceitos puros do entendimento acerca da forma que essas categorias devem assumir para interpretar o estímulo e o consolidarem numa regra que vai ser elevada a conceito, regra que passa a ser utilizada todas as vezes que a sensibilidade é impressionada por estímulos afins. É isso o esquema. Uma instrução lógica, consolidada pelo entendimento e forjada pela imaginação, que permite ao entendimento saber que forma, ou disposição, devem assumir os seus conceitos puros quando são postos diante de um determinado estímulo. Usando o termo de Kant, o esquema torna *homogénea* <*Gleichartige*> a representação na sensibilidade e o categorial do entendimento.

Este problema da homogeneização é particularmente agudo porque o entendimento instrui a conceptualização dos fenómenos com elementos que não podem ser retirados dos próprios fenómenos e porque, diferentemente da concepção husserliana, o entendimento não intui. Tome-se o exemplo de Kant: o entendimento assiste a formação de juízos categóricos segundo a categoria pura da relação a qual diz que a todo o fenómeno, enquanto efeito, subjaz uma causa. Todavia, a *causalidade* <*kausalität*> não pode ser intuída em si pelos sentidos embora só seja dada na experiência. O que o esquema faz então é, na instrução da regra com que o entendimento deverá forjar o conceito, aplicar a esse conceito o modo específico de nele pensar a causalidade.

§162. Da apresentação do esquematismo na primeira *Crítica* sobressaem três características interessantes próprias do esquema: 1) o esquema, enquanto regra de mediação entre sensibilidade e entendimento, não é nem pode ser uma imagem. A sua componente *sensível* (que o permite, passo a metáfora de Rosenberg, ter um pé na

sensibilidade) e a sua componente *intelectual* (que o permite ter o outro pé no entendimento) fazem do esquema um objecto estranho e difícil de apreender. A melhor forma de fazê-lo, sugere Kant, é pensá-lo como *um método geral* < *einem allgemeinen Verfahren* > de representação [CRP, A140/B179, 183] que só pode existir no pensamento, como produto da imaginação; 2) o esquema de um conceito tem de dar conta quer da particularidade da intuição que vai subsumir no conceito, quer da generalidade do conceito, o qual deve adaptar-se a outras intuições particulares diferentes, porém afins. I.e., o esquema faz a ponte entre o particular e o geral, e vice-versa; 3) enquanto método lógico geral de representação e de aplicação de um conceito puro a uma intuição, o esquema é uma disposição desse conceito puro na ordem do sentido interno, i.e., *no tempo*. Este aspecto é mais difícil de apreender, embora no essencial consista no seguinte: toda a apreensão de um fenómeno consiste numa certa modificação da sensibilidade que se manifesta num correlato temporal no sentido interno (o tempo é a estrutura do sentido interno)¹⁵³; esta modificação do sentido interno exprime-se numa reordenação particular da forma do tempo em que o espírito intui os objectos e os liga na apercepção; ora, o esquema é justamente a regra de cada reordenação particular do tempo do sentido interno segundo a categoria a aplicar e consoante o tipo de fenómeno que impressiona a sensibilidade. Assim, p. ex., o esquema para a quantidade exprime-se numa certa reordenação do sentido interno segundo a ordem de uma adição sucessiva no fenómeno, pois o esquema da quantidade é o *número*. O esquema da *realidade* é o vazio ou o preenchimento do tempo no sentido interno: quando o tempo é vazio, estou em presença do não-ser (sem realidade), quando o tempo é preenchido, estou em presença de um ser. Kant prossegue com o exemplo de cada esquema puro da imaginação para cada categoria. É um facto de que se trata de uma concepção difícil de apreender; talvez um bom acesso seja a doutrina do tempo de Santo Agostinho, através da sua ideia fundamental de que *o tempo é uma distensão do espírito*¹⁵⁴. Em certa medida, o esquema dos conceitos puros é o modo particular segundo o qual o espírito se distende no tempo em função de uma certa categoria que deve impôr aos fenómenos: «os esquemas não são, pois, mais que determinações a

¹⁵³ Veja-se a §1 da Edição A da *Dedução dos Conceitos Puros do Entendimento*: «Venham as nossas representações de onde vierem, sejam produzidas pela influência de coisas externas ou provenientes de causas internas, possam formar-se a priori ou empiricamente, como fenómenos, pertencem contudo, como modificações do espírito, ao sentido interno e, como tais, todos os nossos conhecimentos estão, em última análise, submetidos à condição formal do sentido interno, a saber, ao tempo, no qual devem ser conjuntamente ordenados, ligados e postos em relação» [CRP, A98-9, 135-136].

¹⁵⁴ «Daí que me tenha parecido que o tempo não é outra coisa senão distensão; mas distensão de que coisa, não sei, e será surpreendente se não for uma distensão do próprio espírito» [Santo Agostinho, *Confissões*, XXVI, 33].

priori do tempo, *segundo regras* [<Zeitbestimmungen a priori nach Regeln>]; e essas determinações referem-se, pela ordem das categorias, respectivamente à série do tempo, ao conteúdo do tempo, à ordem do tempo e, por fim, ao conjunto do tempo no que toca a todos os objectos possíveis» [CRP, A145/B184-5, 186, as] no sentido interno, acrescentaria eu.

A obscuridade destas definições não se deve tanto a formulações abstrusas, quanto ao facto de Kant estar a tentar apreender discursivamente um produto da imaginação que não é, por natureza, discursivo. É como exhibir o casulo, esperando que a partir da sua visão exterior se compreenda a metamorfose que dentro dele ocorre, convertendo a largarta na borboleta. Mas a necessidade do esquematismo é, para Kant, incontornável. Sem os esquemas dos conceitos qualquer relação do sujeito com qualquer objecto de um conhecimento possível fica inviabilizada. Isto porque o esquema põe entendimento e sensibilidade em contacto e para todo o objecto de um pensamento é necessário que o entendimento encontre na sensibilidade uma intuição que lhe corresponda. Um objecto estritamente inteligível não pode ser objecto de um pensamento: «*se entendermos por objectos simplesmente inteligíveis aquelas coisas que são pensadas pelas categorias puras sem qualquer esquema da sensibilidade, então tais objectos são impossíveis. Efectivamente, a única condição do uso objectivo de todos os nossos conceitos do entendimento é o modo da nossa intuição sensível, pela qual nos são dados objectos, e se fizermos abstracção desse modo, ficariam os conceitos destituídos de referência a qualquer objecto.*» [CRP, A286/B342, 289-290]

§163. Essa mesma necessidade justifica a distinção entre os princípios dinâmicos <*dynamischen Grundsätzen*> e os princípios matemáticos <*mathematischen Grundsätzen*> do entendimento [CRP, A160/B199, 196]. Os princípios matemáticos são constitutivos da intuição, i.e., determinam objectivamente a representação na intuição, mas os princípios dinâmicos são simplesmente regulativos, não determinam a representação na intuição, só funcionam como pedra-de-toque para que as regras do entendimento possam ser aplicadas segundo o interesse organizador da razão. E ao passo que os princípios matemáticos são sempre objecto de um esquema mediador entre intuição e entendimento, os princípios dinâmicos não são. Para compreender isto, deve recordar-se a lição citada das *Antecipações da Percepção* que liga a estrutura da sensibilidade à matemática pura e a do *Apêndice à Dialéctica Transcendental*, que liga

as ideias regulativas ao uso ordenador do conhecimento que delas faz a razão. Surpreendentemente, embora não haja um esquema sensível para os princípios da razão (nenhuma intuição pode corresponder-lhes), há um *analogon* geral desse esquema: a ideia da razão que diz existir um princípio da máxima divisão e da máxima ligação dos nossos conhecimentos. E esta ideia, embora não sendo constitutiva é na verdade transcendental, pois é ela que orienta *a priori* o uso do entendimento na direcção da pressuposição da unidade e da diversidade de todos os seus conceitos, oferecendo-lhe assim a possibilidade de organizar-se sistematicamente, sempre reconhecendo nos objectos a sua autonomia e determinação próprias, mas também o seu parentesco com os outros conceitos; parentesco que, pensado em graus, nos encaminha à suposição da máxima unidade do conhecimento. Por isso, diz Kant no *Apêndice*, esta ideia da razão é como um esquema, sem dúvida peculiar, mas necessário para fazer a ligação entre os objectos particulares e os conceitos do entendimento como um todo, ideia que se sustenta em três princípios: o da *homogeneidade* <*Gleichartigkeit*> do diverso sob géneros superiores, o da *variedade* <*Varietät*> do homogéneo sob espécies inferiores e a lei da *afinidade* <*Affinität*> de todos os conceitos [CRP, A657/B685, 543]. Estas três máximas são subjectivas, pois «*não derivam da natureza do objecto, mas do interesse da razão por uma certa perfeição* [<*Vollkommenheit*>] *possível do conhecimento desse objecto*» [id., A666/B694, 548]. Surpreendemos assim Kant a pensar um esquematismo da razão que, uma vez mais, só tem uma pedra-de-toque: o princípio da afinidade. Apesar da sua natureza problemática e hipotética, Kant não deixa dúvidas acerca da importância deste esquematismo: ele é o fundamento da arquitectónica do sistema do conhecimento [id., A833/B861, 657], apoiando e fomentando os fins essenciais da razão [id., A832/B860, 657]. E neste âmbito, Kant apresenta uma nova versão, menos técnica e, justamente, mais orgânica, do esquema: «[...] *a necessidade [...] de uma pluralidade e de uma ordenação das partes que sejam essenciais e determinadas a priori segundo o princípio definido pelo seu fim* [<aus dem Prinzip des Zwecks bestimmt>]» [id., A833/B861, 657-658].

Em que consiste a novidade desta versão? É que além da constituição simplesmente técnica do esquema, como no caso dos conceitos puros do entendimento, que garantem a aplicação formal de uma regra de ordenação do tempo segundo uma certa categoria em função de um certo estímulo, o esquematismo das ideias da razão exige o princípio de uma afinidade orgânica entre os conceitos do entendimento que tem de ser conforme ao fim da ideia regulativa que se põe no horizonte dessa unificação. I.e., o

esquematismo da razão tem de ter uma estrutura orgânica, equivalente à dos seres vivos, onde todas as partes estão perfeitamente unificadas e acordadas em função de uma finalidade, ainda que essa finalidade não seja objectivamente conhecida ou determinável. Qual é a finalidade de um ser vivo? O ser vivo é um fim em si próprio, e isso manifesta-se na perfeição do acordo das suas partes e numa autodeterminação que permite todo o seu desenvolvimento e metamorfose, quase levando a pensar que há um outro fim no seu horizonte além de si próprio, e também um princípio que o transcende. O capítulo sobre a *Arquitectónica da Razão Pura* [CRP, A832/B860 e ss., 657 e ss.] está pejado de exemplos que sustentam a relação entre a ideia racional de uma unidade fundamental e final com a organização dos seres vivos, relação que vai ser intensivamente tematizada na segunda parte da *Crítica da Faculdade de Julgar*: «*o todo é, portanto, um sistema organizado (articulado) e não um conjunto desordenado (coacervatio); pode crescer internamente (per intussusceptionem), mas não externamente (per oppositionem), tal como o corpo de um animal, cujo crescimento não acrescenta nenhum membro, mas, sem alterar a proporção, torna cada um deles mais forte e mais apropriado aos seus fins* [*zu seinen Zwecken stärker und tüchtiger macht*]>» [CRP, A833/B861, 657, as]; «*os sistemas parecem ter sido criados, como os vermes* [*die Gewürme*], *por uma generatio aequivoca, a partir da simples confluência de conceitos reunidos, ao princípio truncados* [*anfangs verstümmelt*] e, *com o tempo, completos* [*mit der Zeit vollständig*]; *contudo possuíam todos o seu esquema, como um gérmen primitivo* [*als den ursprünglichen Keim*], *na razão que simplesmente se desenvolve; por isso, não só cada um deles está em si articulado segundo uma ideia, mas além disso encontram-se todos harmoniosamente unidos entre si, como membros de um mesmo todo, num sistema de conhecimento humano e permitem uma arquitectónica* [*Architektonik*] *de todo o saber humano, que agora, estando já reunido tanto material ou podendo ser extraído das ruínas de velhos edifícios desmoronados* [*aus Ruinen eingefallener alter Gebäude*], *não só seria possível, mas ainda nem seria difícil.*» [id., A835/B863, 659, sa]

Com esta relação, Kant quer abrir para o tipo de esquematismo verdadeiramente problemático, o dos conceitos empíricos, em particular, o esquematismo dos conceitos de seres vivos. A relação entre o esquematismo das ideias da razão e o dos seres vivos assenta no problema comum de uma unidade interna que não pode ser objectivamente fundada (como no esquematismo dos conceitos puros do entendimento), e todavia tem de ser pressuposta. É portanto, para o caso dos conceitos empíricos que temos de

avançar. Mas antes, temos ainda de compreender o esquematismo dos conceitos matemáticos, menos problemático porque determinante e objectivamente fundado.

§164. Mapeei já dois tipos de esquematismo na *Crítica*: o esquematismo objectivo e determinante dos conceitos puros do entendimento e o esquematismo subjectivo e reflexivo das máximas da razão na organização dos conceitos do entendimento. Mas que o esquematismo não é um processo da imaginação restrito à determinação dos conceitos *puros* do entendimento em função da impressão do fenómeno na sensibilidade ficou logo claro no facto de que as páginas sobre o esquematismo continham exemplos de esquemas de conceitos *sensíveis* (os matemáticos) e de conceitos *empíricos* (dos objectos que nos chegam pelos sentidos): «[...] possui homogeneidade com o conceito geométrico [sensível] puro de um círculo [*<eines Zirkels>*], o conceito empírico de um prato [*<eines Tellers>*], na medida em que o redondo, que no primeiro é pensado, se pode intuir neste último.» [CRP, A137/B176, 181, as]; «de facto, os nossos conceitos sensíveis puros [matemáticos] não assentam sobre imagens dos objectos, mas sobre esquemas. Ao conceito de um triângulo em geral [*<von einem Triangel überhaupt>*] nenhuma imagem seria jamais adequada. Com efeito, não atingiria a universalidade do conceito pelo qual este é válido para todos os triângulos, rectângulos, de ângulos oblíquos, etc., ficando sempre apenas limitada a uma parte dessa esfera. O esquema do triângulo só pode existir no pensamento e significa uma regra de síntese da imaginação com vista a figuras puras no espaço. Muito menos ainda um objecto da experiência ou a sua imagem alcançaria alguma vez o conceito empírico, pois este refere-se sempre imediatamente ao esquema da imaginação, como a uma regra da determinação da nossa intuição de acordo com um certo conceito geral. O conceito [empírico] de cão [*<Hund>*] significa uma regra segundo a qual a minha imaginação pode traçar de maneira geral a figura de certo animal quadrúpede [*<eines vierfüssigen Tieres>*], sem ficar restringida a uma única figura particular, que a experiência me oferece ou também a qualquer imagem possível que posso representar in concreto.» [id., A140-1/B180, 183, sa]

Os conceitos sensíveis e os empíricos surgem no problema da homogeneização entre entendimento e sensibilidade porque aquilo que medeia estas duas faculdades não pode ser uma *imagem*, uma representação fixada; o esquema tem de ser elástico, pois senão como pode um conceito de cão forjado, suponhamos, apenas por intuições empíricas de

pinschers, adaptar-se à conceptualização de uma intuição empírica de cão que desta vez é a de um *chao-chao*? Se o esquema fosse uma imagem fixada, seria impossível adaptar o meu conceito de cão a um novo exemplar tão diferente de todos os cães que vi antes e que estiveram na base da formação do meu conceito de cão. Por isso, o esquema que medeia conceito e intuição tem de ser uma representação dinâmica do que no conceito é prototípico e do que na intuição é afim da estrutura prototípica do conceito. Este processo de adaptação é um efeito da faculdade de julgar, pois a subsumção da intuição no conceito via esquema não é uma subsumção determinante, i.e., a mera aplicação objectiva de uma regra; pelo contrário, essa subsumção implica que eu seja capaz de ajuizar se a intuição particular que recebo deve ser entregue ao conceito de cão ou a outro conceito, no qual haja marcas prototípicas afins da intuição sob análise. Isso implica um juízo e uma decisão, pelo que sensibilidade, entendimento, imaginação e faculdade de julgar se envolvem na formação e aplicação dos esquemas dos conceitos.

Mas se compreendemos em que consiste a modificação do sentido interno na formação dos esquemas dos conceitos puros do entendimento, o assunto torna-se mais complexo quando passamos a lidar com os conceitos sensíveis ou com os conceitos empíricos. Em que consiste esquematizar o conceito de triângulo, ou o conceito de cão? Nas palavras de Filomena Molder, estes conceitos, em particular os empíricos, põem-nos diante «*da zona escondida da arte do esquematismo, de cuja zona iluminada [Kant] ensaiará a descrição. Sendo assim, os axiomas da intuição, as antecipações da percepção, as analogias da experiência, os postulados do pensamento empírico em geral, correspondem ao esclarecimento da zona iluminada da arte do esquematismo, da qual o núcleo analógico constitui a parte sombria, o elemento pregnante, latente, promotor e não tematizado enquanto tal*» [Molder, 1995, 324ⁿ²³⁴].

À partida, tratam-se de dois processos fundamentalmente diferentes. A esquematização dos conceitos sensíveis cai inteiramente sob as condições transcendentais do sujeito; a dos conceitos empíricos não. Esta última deve estar dependente de elementos que só a experiência empírica pode fornecer, pelo que a sua composição é contingente. Já a esquematização dos conceitos sensíveis puros, só depende da relação entre entendimento puro e sensibilidade pura. Assim, o esquema do conceito de triângulo *em geral* é uma regra para obter uma representação, no pensamento, válida para qualquer triângulo pensável [CRP, A141/B180, 183-184]. Como a *imagem*, em sentido clássico, é sempre uma representação fixa (é sempre uma representação *ou* de um triângulo equi-

lâtero, *ou* isósceles, *ou* escaleno), mas o espírito é capaz de pensar um triângulo em geral, então o esquema é o método estritamente intelectual de produção dessa representação. E é estritamente intelectual porque assim que desenhamos, p. ex., um triângulo a giz num quadro negro para pensar *qualquer triângulo em geral*, desenhamos sempre um triângulo específico (*ou* equilátero, *ou* isósceles, *ou* escaleno), ainda que não seja a especificidade que pensamos, mas a generalidade. Se, retornando a Platão, «[os geómetras] [se] *servem de figuras visíveis e estabelecem acerca delas os seus raciocínios, sem contudo pensarem nelas* [mas no] *quadrado em si ou [n]a diagonal em si*» [RP, 510d-511a, 312], a verdade é que aquilo que Platão viu como o *εἶδος* de triângulo que o pensamento apreende, trata-se para Kant do *esquema* do triângulo, a regra que a imaginação forja em articulação com o entendimento para representar uma máxima generalidade. Como se poderia levar a cabo um pensamento com o número 1.000.000 se para isso tivéssemos de instanciar no pensamento esse milhão de objectos? Para os conceitos sensíveis puros, o esquema é uma regra de representação de um objecto que, em vez de o instanciar numa imagem determinada, o torna inteligível na máxima extensão concebível. A particularidade dos conceitos sensíveis puros é que a sua esquematização é a homogeneização das instruções lógicas do entendimento com as intuições puras da sensibilidade. O esquema dos conceitos matemáticos não chama a si nada de empírico, ele *constrói-se* entre estas duas instâncias transcendentais do sujeito: «*na matemática [...] os conceitos devem estar imediatamente presentes in concreto na intuição pura*» [CRP, A711/B739, 578], «*sem o auxílio da experiência*» [id., A712/B740, 579]. Construir <*konstruieren*> o conceito matemático, o termo técnico kantiano para a forma peculiar da produção dos conceitos matemáticos, é apresentar na intuição pura (*a priori*) uma certa regra de ordenação das categorias no espaço e no tempo puros, segundo condições de necessidade, universalidade e apodicticidade: «*o conhecimento filosófico é o conhecimento racional por conceitos* [<die Vernunftkenntnis aus Begriffen>], *o conhecimento matemático, por construção de conceitos* [<aus der Konstruktion der Begriffe>]. Porém, construir um conceito significa apresentar *a priori* a intuição que lhe corresponde. Para a construção de um conceito exige-se, portanto, uma intuição não empírica que, conseqüentemente, como intuição é um objecto singular, mas como construção de um conceito (de uma representação geral), nem por isso deve deixar de exprimir qualquer coisa que valha universalmente na representação, para todas as intuições possíveis que pertencem ao mesmo conceito. Assim, construo um triângulo, apresentando o objecto correspondente a um conceito, seja pela simples imaginação na

intuição pura, seja, de acordo com esta, sobre o papel na intuição empírica, mas em ambos os casos completamente a priori, sem ter pedido o modelo [<das Muster>] a qualquer experiência. A figura individual desenhada é empírica e contudo serve para exprimir o conceito, sem prejuízo da generalidade deste, pois nesta intuição empírica considera-se apenas o acto de construção do conceito, ao qual muitas determinações, como as da grandeza, dos lados e dos ângulos, são completamente indiferentes e, portanto, abstraem-se estas diferenças, que não alteram o conceito de triângulo. O conhecimento filosófico considera, pois, o particular apenas no geral, o conhecimento matemático, o geral no particular e mesmo no individual, mas a priori e por meio da razão, de tal modo que, da mesma maneira que este individual está determinado por certas condições gerais da construção, também o objecto do conceito, a que este individual corresponde apenas como seu esquema, deve ser pensado como universalmente determinado» [CRP, A713/B741-A714/B742, 580, sa].

É esta peculiaridade que permite que os conceitos matemáticos estabeleçam verdades *a priori*, e é por isso também que, em rigor, os conceitos matemáticos só têm a sua plena realidade ontológica na própria apresentação conceptual como objecto de pensamento. Assim que instanciamos empiricamente um conceito matemático, ele perde o seu carácter puro. E também nesse sentido, o conceito matemático puro é, em si e por si, um esquema. O conceito puro de triângulo é sempre e apenas a relação entre entendimento e sensibilidade num esquema como regra de determinação do tempo para a obtenção de uma figura maximamente geral no espaço, regra que deve encapsular em si todas as propriedades da triangularidade.

Temos de perguntar então se este carácter particular dos conceitos matemáticos não lhes dará prioridade ontológica sobre os outros conceitos. Primeiro porque, como disse, eles se constroem sobre as formas puras da sensibilidade. Segundo porque eles *preparam* as formas puras da sensibilidade de modo a que elas possam configurar a representação de outras intuições. O esquema da quantidade é o *número*. O esquema das figuras é a *extensão*, i.e., a subordinação do espaço ao tempo segundo uma continuidade. Dito de outro modo: parece que Kant sugere que os conceitos da realidade estão edificados sobre esquemas matemáticos. O que lança uma sugestão curiosa: na esquematização dos conceitos empíricos tomam parte esquemas de conceitos matemáticos. I.e., o conhecimento da Natureza, quer na sua parte *matemática* (física, mecânica), quer na sua parte *dinâmica* (biológica), deve assentar estruturalmente no que de mais íntimo

Kant desvelou no espírito humano: uma representação estruturalmente matemática. Mas esta ideia só é proposta por Kant em dois exemplos geométricos para a figura, dois exemplos insuficientes e, conseqüentemente, que oferecem duas pedras-de-toque débeis: *o esquema geral da figura de um prato é um círculo, o esquema geral para a figura de um cão é a de um quadrúpede*. “Quadrúpede” não corresponde sequer a uma figura geométrica. Então, pode-se daqui edificar a tese de que Kant concebeu uma influência da geometria na esquematização da figura dos conceitos empíricos?

§165. De facto, a reflexão acerca dos seres vivos, da vida, afastou Kant da hipótese de que tal esquematização matemática fosse suficiente: *«é bem certo que não chegamos a conhecer suficientemente os seres organizados a partir de princípios da natureza simplesmente mecânicos e ainda menos explicá-los. E isso é tão certo que se pode afirmar sem temer que é absurdo para o ser humano, nem que seja colocar uma tal hipótese ou esperar que um Newton possa ainda ressurgir para explicar só que seja a geração de uma folha de erva [nur die Erzeugung eines Grashalms], a partir de leis da natureza, as quais nenhuma intenção organizou. Pelo contrário, deve-se pura e simplesmente negar este tipo de perspicácia ao ser humano. Por outro lado julgaríamos despropositado que na natureza – se pudéssemos penetrar até ao princípio da mesma na especificação das respectivas leis universais por nós conhecidas – possa permanecer oculto um fundamento suficiente da possibilidade de seres organizados, sem colocar uma intenção na base da respectiva geração (por isso no simples mecanismo da mesma)»* [CFJ, §75, 323, sa].

António Marques mostrou no seu *Organismo e Sistema* que se as ideias da razão puseram Kant em presença de um interesse ordenador e sistematizador de uma Natureza a qual nem podemos conhecer na totalidade, nem os seus princípios nos são inteiramente dados *a priori*, são todavia os organismos que oferecem a imagem acabada desse sistema, eles são o *analogon* da organização, estruturação e fechamento a que a razão almeja para o todo do conhecimento. É nesse sentido que talvez seja útil estabelecer uma diferença entre os conceitos empíricos orgânicos e os inorgânicos. Embora haja em exemplos de ambos uma dinâmica que nos reporta para o problema fundamental da forma deveniente, mutante, o organismo sobressai como aquele caso em que a *técnica da natureza*¹⁵⁵ atinge o seu auge, manifesto nas capacidades de auto-

¹⁵⁵ Kant introduz este conceito na Introdução à CFJ [XLIX, 78]. A *técnica da natureza* diz respeito à antecipada pressuposição de que certos objectos da natureza estão dirigidos para uma finalidade; essa

determinação e auto-regulação, i.e., de transportar em si próprio os princípios da sua própria metamorfose. Nesse sentido, «*a existência de galáxias, do sistema solar, do mar, das montanhas – não sendo seres vivos – não se inclui menos na interpretação de uma natureza como se fosse produtora, de uma bildende Natur, que, segundo as suas leis particulares, é um sistema cuja chave nos falta [...]*. Digamos que nos seres vivos o trabalho interno, transformador e gerador de formas, da natureza é conduzido à sua expressão máxima» [Molder, 1995, 327ⁿ²³⁹, sm].

Em matéria de juízo, os objectos centrais da primeira *Crítica* são o juízo e o conceito *determinantes*, dizendo respeito à aplicação de formas *universais* do pensamento a conhecimentos *particulares*, determinando-os. A causalidade, retomando o exemplo, é um conceito puro, *a priori*, universal e transversalmente aplicado a todo o objecto de uma experiência possível, pelo que o que a *Crítica* trata são as condições de possibilidade desse conceito puro e os modos da sua aplicação aos fenómenos particulares. Os objectos centrais da terceira *Crítica* são o juízo e o conceito *reflexivos*, os quais exigem ao espírito a operação inversa da *determinação*. Nesses casos, o que se apresenta é o particular, e cabe então compreender como é que o espírito forja o universal correspondente a esse particular e o aplica. A passagem do objecto da primeira *Crítica* ao objecto da terceira deve-se, em larga medida, à confrontação kantiana com todos os objectos para cujo conhecimento só a experiência pode dar os materiais. I.e., transitamos do centro dos conhecimentos dados *a priori* para as franjas desse

finalidade é o princípio que deve reger os nossos juízos acerca desses objectos «*para arranjarmos conceitos nesta multiplicidade desmedida (para nos podermos orientar nela)*, [considerando] *a natureza como que numa relação às nossas faculdades de conhecimento segundo a analogia de um fim*» [ibid.]. Por outro lado, a ideia de uma técnica da natureza remete para os princípios criativos que a natureza põe na base dos seus produtos, princípios que, por remeterem para um design inteligente da natureza e para uma inteligência supra-sensível por detrás desse design, são objectivamente inacessíveis, ainda que a eles possamos ter um acesso mediado. São disso exemplo certas ideias da razão que remetem para a existência de uma imagem originária <Urbild> por trás de certos produtos da natureza, à qual «*somente a espécie no seu todo, mas nenhum indivíduo separadamente, é adequada*» [CFJ, §17, 125]. Exemplo disso é a ideia de beleza numa espécie (p. ex., o *homem belo*), à qual o nosso acesso é a *imagem pairante* que resulta da apreciação de muitos homens, e que é como o produto sintetizado da apreciação da beleza em cada um desses homens. Na medida em que o juízo estético aponta, no julgamento das formas belas segundo um *ideal*, para a existência de uma tal imagem, ele produz uma das mais sólidas pontes entre o juízo estético e o teleológico, na medida em que os juízos sobre a Natureza e os seus produtos se sustentam na convicção do uso *a priori* de uma tal imagem ou modelo na base da técnica criativa da Natureza, da qual a imagem pairante produzida a posteriori no juízo estético é a pedra-de-toque. Kant expõe essa analogia na §23: «*a beleza auto-subsistente [selbständige] da natureza descobre-nos uma técnica da natureza, que a torna representável como um sistema segundo leis, cujo princípio não encontramos na nossa inteira faculdade do entendimento [...] de modo que estes têm que ser ajuizados como pertencentes não simplesmente à natureza no seu mecanismo sem fim [in ihrem zwecklosen Mechanismus], mas também à analogia com a arte*» [CFJ, §23, 139]. Paul Guyer, p. ex., trata este assunto em Kant a partir da possível incompatibilidade entre a ideia *regulativa* de uma unidade sistemática da Natureza no *Apêndice* e a necessidade de um princípio teleológico *constitutivo* para o julgamento dos organismos na terceira *Crítica* no quinto ensaio de [Guyer, 2005]. Pela análise da argumentação kantiana, Guyer conclui que estamos diante de uma das grandes aporias do pensamento kantiano, um autêntico mistério.

conhecimento, lugar onde confluem princípios transcendentais de organização e as predicções que só podem ser extraídas da experiência¹⁵⁶. É neste âmbito que surgem os conceitos empíricos como problema fundamental. Melhor dito, passamos para o caso onde as categorias aptas a conhecer não estão previamente dadas, é preciso forjar essas categorias, pois as categorias dadas *a priori* empalidecem e fraquejam perante a abundância do mundo empírico, seus particulares e suas leis específicas. Ao passo que os conceitos puros do entendimento e os conceitos sensíveis ficavam determinados pela arquitectura transcendental, os conceitos empíricos exigem para o seu conhecimento elementos que só o campo indeterminado da experiência pode oferecer. Portanto, pensar que a matemática pode dar conta da parte significativa de um esquema como o de um ser vivo é absurdo. Mas isso não significa que o seu conhecimento não radique em princípios, princípios *objectivos*. E também não significa que, não podendo responder ao problema ontológico (i.e., no conceito de um ser vivo, o tratamento matemático da sua figura responde apenas a uma parte quase insignificante desse conceito), não possa todavia iluminar o caminho para o problema epistemológico do conceito. Só que o caso dos organismos exige que Kant reformule as directrizes da investigação; a pergunta já não é pela sua possibilidade, mas pela sua *finalidade* <*Zweck*>.

§166. Como tal, a constituição do esquema dos conceitos empíricos encerra um caso particularmente complexo, pois com os seres vivos se colocam plenamente os problemas do conhecimento dos particulares. Se o sistema da primeira *Crítica* parecia responder suficientemente ao problema do conhecimento de uma Natureza inorgânica, a verdade é que parece incapaz de dar conta do conhecimento da Natureza orgânica, deveniente, *dinâmica*. A Natureza inorgânica, mecânica e fundamentalmente determinista, pensada por Kant à luz do modelo físico newtoniano, apresentada na *Crítica* como passível de um conhecimento matemático, apresenta-se fundamentalmente menos complexa que a Natureza orgânica. A legislação do entendimento fornece um princípio objectivo e determinante à faculdade de julgar para o conhecimento das leis

¹⁵⁶ No seu *Kant on beauty and biology* [Zuckert, 2007], Rachel Zuckert não só ilumina esta questão como põe em relevo o principal problema da terceira *Crítica*, a saber, o de estabelecer o *princípio da finalidade* como o verdadeiro princípio transcendental da unidade do conhecimento e da sua sistematização, ainda que – e essa é a dificuldade – seja um princípio subjectivo e indeterminado, *a priori* e todavia fundado na experiência. Segundo a interpretação de Zuckert, esta complexidade do princípio da finalidade deve-se à peculiaridade de se tratar de um princípio dinâmico, o qual, por um lado se vincula ao categorial do entendimento (ao modo como representamos a experiência), por outro se nutre daquilo que só a contingência da experiência pode oferecer. Como se, no princípio da finalidade, legalidade e liberdade – transcendental e experiência – estivessem em constante diálogo e, mais surpreendentemente, tivessem de ser pensados como um acto unificado.

universais da Natureza. Mas quanto à multiplicidade e à heterogeneidade das leis particulares, o entendimento não pode fornecer princípios determinantes, de tal modo que é a própria faculdade de julgar quem deve procurar nos fenómenos as suas leis particulares. Na §70 da terceira *Crítica*, Kant converte esta bifurcação da faculdade de julgar na própria antinomia do seu uso teleológico, e exprime-a do seguinte modo:

«Tese: *toda a produção de coisas materiais é possível segundo leis simplesmente mecânicas* [<bloss mechanischen Gesetzen>].

Antítese: *alguma produção dessas mesmas coisas não é possível segundo leis simplesmente mecânicas*» [CFJ, §70, 307].

A resolução desta antítese implica a ideia de fim natural que é o princípio das coisas cuja produção não pode ser simplesmente mecânica e levará Kant a pressupor a existência de uma inteligência supra-sensível, «*um entendimento arquitectónico*» <*ein architektonischer Verstand*> [CFJ, §71, 309], na génese desses produtos. Na medida em que não podemos alcançar o conhecimento dos princípios que essa inteligência terá posto na base constitutiva de tais coisas, a faculdade de julgar é conduzida à investigação do mecanismo da natureza que estará na base desses produtos. Essa investigação reveste o carácter teleológico da terceira *Crítica* e é eminentemente metafísica. Só que o problema metafísico que Kant aí encontra (i.e., a impossibilidade de encontrar os princípios objectivos para a compreensão da infinitude de leis particulares na Natureza, em especial dos seres vivos, e a sua transição para o problema da finalidade que um entendimento supra-sensível terá posto na sua génese), desvela o problema epistemológico que me importa. Se as leis particulares da Natureza só são conhecidas empiricamente e não é dado ao nosso entendimento acesso aos princípios dessas leis, então o esquematismo da primeira *Crítica* aparece numa total insuficiência. Que o esquema do conceito de cão seja uma regra que permite formar uma certa figura de um quadrúpede é algo manifestamente ineficaz, pois além de muitos outros animais serem quadrúpedes, essa qualidade figural é um dos elementos menos relevantes naquilo que de específico determina o conceito de cão. Mais ainda: a determinação mecânica da construção de uma certa figura animal não consegue dar conta de i) a metamorfose desse animal, i.e., do sistema de distensões que a figura de um animal sofre considerando o eixo do seu desenvolvimento, ii) a dinâmica do animal, o seu estar vivo, mover-se, sofrer acidentes ou mutilações e iii) a organização interna dos vários

elementos que concorrem para a figura desse animal e que suportam a sua consistência orgânica, i.e., a colaboração das diversas partes na articulação de um todo vivo.

Por outro lado, no esquematismo da primeira *Crítica*, o problema passava pela prescrição de uma legalidade do entendimento ao conhecimento da Natureza, nomeadamente ligando-a segundo modos de relação que lhe atribuíam inteligibilidade; é o caso da aplicação do conceito de causalidade aos fenómenos. Ora, quando Kant se debruça sobre o caso dos conceitos empíricos, do qual os organismos constituem o ponto mais agudo, descobre que há neles uma causalidade interna, intrínseca à sua própria constituição, que deve ter origem neles próprios, com vista à formação e ao desenvolvimento do organismo como um todo. E nesses casos, os conceitos do entendimento não podem responder ao problema da unidade formal própria a esses objectos do conhecimento, pois o entendimento não pode conhecer *a priori* os fundamentos da arquitectura desses seres.

§167. Assim, com os conceitos empíricos, dos seres vivos em particular, abre-se a questão fundamental da segunda parte da terceira *Crítica*: qual é a finalidade destes seres? No mundo inorgânico (excepção feita às obras de arte) a finalidade é redutível à explicação causal, à dedução lógica. Mas pode essa explicação causal dar resposta suficiente no mundo orgânico? Construo uma casa para poder arrendá-la e daí tirar rendimento. Porque construo a casa? Para a arrendar. Porque é que a arrendo? Para tirar rendimento. Se quisesse obter rendimentos não construía a casa. Ora, pode este tipo de explicação ser suficiente no campo biológico? As gazelas nascem porque os leões precisam de se alimentar? Os mares enchem-se de algas porque os humanos precisam de grandes reservas de oxigénio? Não parece. A pergunta pela finalidade, neste campo, tem que conduzir a outros princípios. Seria preciso então perguntar *porque é que a Natureza se dedicou a produzir algo como uma gazela ou um leão*. Tomando o sistema da Natureza como um todo, não há nenhuma causalidade necessária na raiz desses produtos naturais, nem nenhuma finalidade objectiva no seu horizonte.

Na medida em que não interessa aqui penetrar no problema teleológico nem nas aberturas kantianas para ele, vou definir apenas os meus dois pontos de interesse: i) como pensar um esquematismo para os organismos? e ii) pode a matemática ser o plano fundamental de constituição desses esquemas, como parecia ser para o conhecimento de outros fenómenos físicos?

Começo pela primeira alínea. Retomando o elemento fundamental do esquematismo da primeira *Crítica*, sabemos que o esquema medeia a afecção sensível e o categorial intelectual, ele é, diríamos hoje, o *interface* entre o sujeito transcendental e o fenómeno. Este esquematismo viabiliza uma relação que, de outro modo, seria impossível dada a heterogeneidade entre os dois domínios: seria como tentar ligar uma ficha USB a uma porta miniUSB sem usar um adaptador. No caso dos conceitos empíricos, a sua esquematização tem de consistir numa operação distinta. Aí, a tónica já não está na mediação entre o sujeito transcendental e o fenómeno, mas na capacidade de reduzir o diverso de uma espécie de fenómenos a uma apresentação que seja válida para toda a espécie e que medie este cão em particular e o conceito geral de cão. Não é a formação de um esquema transcendental que é crítica, antes a de um esquema empírico que medie esta imagem particular e a conceptualização dos muitos particulares que já me foram presentes com características afins. E, mais problemático ainda, é produzir a representação esquemática do cão, a formação geral de um conceito de espécie, quando apenas vi este cão particular. Se por um lado, poderíamos pensar que tal problema cai fora do âmbito da determinação das estruturas transcendentais do conhecimento, por outro é claro que essa síntese esquemática é um efeito da imaginação e tem de ser posta em marcha para os mais elementares e primevos dados do conhecimento. Inequivocamente, a produção de esquemas empíricos remete-nos para uma função capital da imaginação transcendental.

§168. A primeira *Crítica* já nós tinha colocado diante de concepções perplexificantes do esquematismo: p. ex, a *construção* dos conceitos matemáticos e a ideia da razão como *analogon* do esquema do entendimento. Difícil era também a concepção de um *conceptus communis* e a ideia de uma afinidade estrutural na base das produções da imaginação e da razão. A terceira *Crítica* não é menos provocadora nas reconsiderações ao problema: começam na §17, continuam na §49 e culminam na §59.

Começo pela §59. Aí, tudo o que na primeira *Crítica* aparecia ainda amalgamado é agora terminologicamente especificado, dividindo-se o esquematismo em três ramos: o produto do esquematismo do entendimento e da imaginação com vista à mediação de conceitos puros e fenómenos chama-se *esquema* <*Schema*>; o produto do esquematismo da faculdade de julgar e da imaginação com vista à formação do conceito empírico geral e sua aplicação chama-se *exemplo* <*Beispiel*>; o produto do

esquematismo da razão e da imaginação com vista à formação de uma apresentação indirecta de um conceito que não pode ser presentificado numa intuição chama-se *símbolo* <Symbol>. O esquematismo do conceito puro ficou, no entender de Kant, suficientemente tratado na primeira *Crítica*. Cabe agora à terceira aprofundar as suas novas determinações. *Esquematismo, exemplificação e simbolização* passam a subsumir na mais geral teoria da *hipotipose* <Hypotypose>, i.e., dos modos de apresentação ou presentificação de um dado objecto ao espírito, estabelecendo a relação entre o objecto mental (conceito ou ideia) e aquilo a que ele se reporta: «*a prova da realidade dos nossos conceitos requer sempre intuições. Se se trata de conceitos empíricos, as intuições chamam-se exemplos. Se aqueles são conceitos do entendimento puros, elas chamam-se esquemas. Se além disso se pretende que seja provada a realidade objectiva dos conceitos da razão, isto é das ideias [...] então deseja-se algo impossível, porque absolutamente nenhuma intuição pode ser-lhes dada adequadamente. Toda a hipotipose (apresentação, subjectio sub adspectum) enquanto sensificação [als Versinnlichung] é dupla: ou esquemática, em cujo caso a intuição correspondente a um conceito que o entendimento capta é dada a priori; ou simbólica, em cujo caso é submetida a um conceito, que somente a razão pode pensar e ao qual nenhuma intuição sensível pode ser adequada, uma intuição tal que o procedimento da faculdade do juízo é simplesmente analógico ao que ela observa no esquematismo, isto é concorda com ele simplesmente segundo a regra deste procedimento e não da própria intuição, [...] simplesmente segundo a forma da reflexão, não do conteúdo*» [CFJ, §59, 260-261].

É neste ponto que Kant esclarece os termos em que a ideia da razão é um analogon do esquema, analogon a que chama *símbolo*: a simbolização consiste numa apresentação indirecta do conceito na medida em que é produzida uma analogia, com base em intuições empíricas, para que se possa extrair, ou abstrair, dessa analogia uma certa regra de reflexão que, na sua forma pura e descarnada, pode ser aplicada à reflexão sobre ideias que não têm representação sensível directa. Um “estado monárquico” é uma ideia e não é passível de representação numa intuição determinada. Podemos todavia representar essa ideia simbolicamente: se o estado monárquico é democrático, podemos pensá-lo como um corpo animado <*einen beseelten Körper*>¹⁵⁷, onde todas as

¹⁵⁷ É muito interessante que Kant se sirva do conceito de um corpo animado e não do de um organismo (os termos kantianos são <*organisiert Wesen*> e <*organischer Wesen*>; Kant nunca usa o termo <*Organismus*>]. Ao passo que um corpo é um conceito físico para o qual facilmente podemos encontrar uma intuição correspondente (o corpo de um homem, o corpo de um cão), o organismo remete-nos para uma ideia à qual não podemos tão facilmente oferecer uma intuição devido à exigência do pensamento de uma organização intrínseca que é o princípio do seu *logos*. O corpo está-nos dado no seu fechamento e na sua objectualidade física sem imediatamente nos questionar acerca dos princípios da sua organização; já o

partes concorrem e trabalham para o correcto funcionamento geral; se o estado é despótico, podemos pensá-lo como um moinho, onde apenas uma força motriz central põe em marcha todas as restantes engrenagens. A ênfase está na analogia que se estabelece entre um e outro e que permite reflectir sensivelmente sobre uma ideia que não pode ser objectivamente representada numa intuição concreta, *«pois entre um estado despótico e um moinho não há na verdade nenhuma semelhança* [*<keine Ähnlichkeit>*], *mas certamente ela existe entre as regras de reflectir sobre ambos e a sua causalidade»* [CFJ, §59, 261].

A analogia da regra permite alcançar um parentesco formal, estritamente lógico, que era o cerne do esquematismo dos conceitos puros do entendimento. Mas enquanto aí a representação intermediária era extraída directamente quer das categorias do entendimento, quer das intuições da sensibilidade, delas se instanciando apenas uma regra geral, já no caso do símbolo é usado o mesmo procedimento, mas agora indirectamente. A razão instrui a imaginação para que vá aos conceitos do entendimento buscar um conceito que se pode fazer corresponder a uma intuição (o de corpo, ou o de moinho), deste modo forjando a correcta regra para apresentar a ideia. No essencial, é isto a simbolização. É bom de ver como ela remete para o núcleo analógico da afinidade e para a zona escondida das sínteses analógicas da imaginação as quais Kant, uma vez mais, deixará na sombra: *«este assunto até agora ainda foi pouco analisado, por mais que ele também mereça uma investigação mais profunda; só que este não é o lugar para nos atermos a ele»* [CFJ, §59, 261-262]. Adiamento retomado e inesperado; adiamento que reforça a minha convicção sobre a necessidade de uma *Crítica da Imaginação*, votada ao que desta faculdade não tinha sido tematizado na *Dedução*.

§169. O esquema dos conceitos puros ficou tratado na primeira *Crítica*: é o que devemos deduzir, pois se Kant não tinha alterado uma vírgula ao esquematismo entre a primeira e a segunda edição, também não faz considerações ulteriores sobre ele na *Crítica da Faculdade de Julgar*. Cabe agora compreender em que consiste a

organismo exige, pela sua própria definição, que invoquemos a actividade das suas forças internas, da sua dinâmica própria, porque um organismo só o é enquanto *vivente*, funcionando. Um homem, vivo ou morto, é um corpo; mas só vivo é um organismo. Assim, para a analogia, Kant tem de servir-se do conceito de corpo porque corpo é um conceito, ao passo que o organismo, pela exigência de um princípio anímico que o entendimento não pode instanciar numa intuição, é uma ideia (não podemos encontrar uma intuição objectiva para a vida, ela não é um conceito, é uma ideia). Ora, não se pode simbolizar uma ideia através de outra ideia; o objectivo é simbolizá-la com um conceito para a tornar, analogicamente, sensível. E é por isso que Kant não usa a ideia de organismo, mas sim o conceito de *corpo animado*.

exemplificação, na medida em que é a esse método de representação que compete apresentar os conceitos empíricos, pelo menos tendo em conta o que foi dito na §59.

Ora, em relação aos conceitos empíricos e à teoria da exemplaridade introduzida na §17, Kant não é mais minucioso e aquilo que nos dará é o que considera *uma explicação psicológica* sobre a produção de uma imagem *média*, ou melhor, *intermédia* [*ein Mittleres*]: «a faculdade da imaginação sabe, de um modo totalmente incompreensível para nós [*auf eine uns gänzlich unbegreifliche Art*], não somente revocar os sinais de conceitos, mesmo de tempos atrás, mas também reproduzir a imagem [*das Bild*] e a figura [*die Gestalt*] do objecto a partir de um número indizível de objectos de diversas espécies ou também de uma e mesma espécie; e igualmente, se o ânimo visa comparações, de acordo com toda a verosimilhança, se bem que não suficientemente para a consciência, sabe efectivamente como que deixar cair uma imagem sobre outra, e pela congruência das diversas imagens da mesma espécie extrair uma intermediária, que serve a todas como medida comum. Alguém viu mil pessoas adultas do sexo masculino. Ora se ele quer julgar sobre a estatura normal avaliável comparativamente, então (na minha opinião) a faculdade da imaginação sobrepõe um grande número de imagens (talvez todas aquelas mil); e, se me for permitido utilizar neste caso a analogia da apresentação óptica, é no espaço, onde a maior parte delas se reúne, e dentro do contorno [*und innerhalb dem Umrisse*], onde o lugar é iluminado pela mais forte concentração de luz, que se torna cognoscível a grandeza média, que está igualmente afastada, tanto segundo a altura quanto à largura, dos limites extremos das estaturas máximas e mínimas; e esta é a estatura de um homem belo. [...] a faculdade da imaginação faz precisamente isto mediante um efeito dinâmico, que se origina da impressão variada de tais figuras sobre o órgão dos sentidos. [...] Esta ideia normal [*Normalidee*] é para a espécie inteira a imagem flutuante entre todas as intuições singulares e de muitos modos diversos dos indivíduos e que a natureza colocou na mesma espécie como protótipo [*Urbild*] das suas produções, mas parece não o ter conseguido inteiramente em nenhum indivíduo» [CFJ, §17, 125-126, sa].

A *exemplaridade* é a capacidade que os objectos comportam e que é capaz de levar o sujeito que os percebe a ajuizar a alcançar a imagem média ou pairante que é adequada a toda a espécie à qual esse objecto pertence. O *Doríforo* de Policeto foi reconhecido pelos diversos povos em diversos tempos como o protótipo da beleza masculina, de tal modo que se tornou um cânone dessa beleza.

Não obstante, há que distinguir os dois ramos da produção da exemplaridade dos particulares. Um deles é *exógeno* ao objecto particular; o outro é-lhe *endógeno*. A exemplaridade é exógena ao objecto particular quando resulta da observação de vários particulares por via da extracção da *imagem intermédia* ou *pairante*. É dela que Kant falou nesta citação. Vejo um cão e outro cão e outro cão e outro cão, e de cada vez que vejo um cão a imaginação cruza a *imagem* deste cão e chama a si as imagens de todos os outros cães que já vi para, num efeito dinâmico, as projectar umas sobre as outras, delas extraindo a estrutura comum que deve compôr a imagem pairante. Aí a exemplaridade é exógena porque a imaginação não a extrai de um só objecto, mas da aproximação e comparação entre vários objectos afins. Neste caso, da multiplicidade dos particulares extrai-se um arquétipo que é o esquema universal para o conceito. I.e., a imaginação *exibe*, pela extracção de elementos estruturalmente recorrentes nos particulares, o esqueleto do esquema do conceito empírico. Assim, a versão a que chamo exógena da exemplaridade é adequada à produção do conceito dos esquemas empíricos porque nela a imaginação encontra um método concreto de produção de um esquema (porque não pode ser uma *imagem*) que *exibe*, apresenta, torna sensível, o conceito universal. Porém, a exemplaridade exógena está já dependente de uma exemplaridade endógena: vejo um cão e depois vejo outro cão; para reconhecer este segundo cão como pertencente ao mesmo género que o primeiro, a imaginação teve de ser capaz de, deste primeiro, exemplificar e extrair uma regra de síntese que permita, de futuro, reconhecer outro cão como “cão”. Por isso, a exemplaridade exógena é preparada pela endógena, e esta última define-se por ser inteiramente apresentada num só objecto, i.e., quando é possível alcançar a sua conceptualização através de um só particular. Só que a exemplaridade endógena tem uma característica particular e notável: ela consegue alcançar a mais perfeita conceptualização apenas através de um só particular¹⁵⁸.

Mau grado a imaginação extrair esta exemplaridade, a qual o entendimento toma para constituir o núcleo estrutural de um conceito, de um modo «*totalmente incompreensível para nós*» do qual o melhor aproximação de Kant é psicológica e por recurso a uma me-

¹⁵⁸ Caso particularmente relevante no pensamento estético de Kant, onde uma das mais elevadas atribuições da obra de arte é o seu carácter único e todavia exemplar, i.e., o ser capaz de levar a nossa imaginação a constituir um conceito com a máxima amplitude através de uma única ocorrência. A ópera de 1598, *Dafne*, com música de Jacopo Peri e libreto de Ottavio Rinuccini, foi a apresentação de um objecto formal novo e singular; todavia, ela transportou em si a exemplaridade que permitiu ver nela a total apresentação de um novo género artístico: a *ópera*. Noutros casos, um objecto exemplar transporta a máxima aproximação ao arquétipo que se crê ser a forma maximamente perfeita desse conceito. Pela minha parte, a Sonata para piano em Sol Maior D 894 de Franz Schubert, interpretada por Sviatoslav Richter apresenta a forma maximamente perfeita da ideia de uma sonata emocionante. Aqui, é o particular que dá a ver o esquema universal.

táfora óptica, ambos os procedimentos imaginativos são legitimados por uma poderosíssima pedra-de-toque: é que ainda que estejamos a lidar com processos subjectivos, o produto da exemplaridade alça-se ao *assentimento* e à *comunicabilidade universal*. I.e., o carácter subjectivo dessas imagens pairantes é validado pela pretensão a um juízo objectivo unânime para todos os homens em todos os tempos: estruturalmente, o conceito de cão foi o mesmo para o homem de Neandertal como é hoje para um mongol; desde que foi produzida por Policleto, a escultura do *Doríforo* foi sempre julgada como bela por todos os povos ulteriores. Assim, do mesmo modo que o esquema o fazia, o exemplo aponta para o coração da afinidade e para a sua enigmática estrutura operativa: «*elaborar um exemplo põe directamente em movimento essas enigmáticas «forças fundamentais comparativas» que são a raiz e o cerne de todo o conhecimento e o outro nome do próprio entendimento [...] Elas traduzem-se pela descoberta de «afinidades» que congregam a generalidade do «género» com a «variedade» das «espécies inferiores» nele contidas [...], ou seja, essa mesma ligação do universal e do particular que define o exemplo. O universal realiza uma afinidade máxima, que culmina na identidade e o particular caminha para a singularidade e o hápax. O exemplo reúne ambos, é como que o protótipo da actividade construtora do espírito*» [Gil, 1998, 268].

Fernando Gil põe-nos no encalço da afinidade estrutural por detrás da exemplificação. Se a determinação do esquema radicava em estruturas puras *a priori* nativas a todos os sujeitos, já o exemplo, pela sua dependência eminentemente empírica, não se produz tendo a estrutura transcendental como seu principal fundamento, mas sim a estrutura dos objectos exemplares eles próprios¹⁵⁹.

O que nos remete para a segunda alínea: ii) pode a matemática ser o plano fundamental para a constituição da exemplaridade dos conceitos empíricos orgânicos? O Kant da terceira *Crítica* é inequívoco: não pode.

§170. Começemos por compreender a parte que respeita a constituição do conceito. Suponhamos que me é dada a intuição de um cão particular e que eu nunca

¹⁵⁹ A exemplaridade é importante na teoria da génio: o génio, exclusivo do campo da arte, produz obras exemplares porque é como se ele tivesse em si investida a própria técnica da Natureza e as imagens originárias que esta usa nas suas produções. Ou seja, na formação do exemplo é o acesso à própria técnica produtora da Natureza que se alcança, e o natural é um património comum, intersubjectivo, *o mesmo para todos os homens*: «[entende-se] como a força do exemplo engendra o fundamento de uma intersubjectividade. O natural criador habita todos os homens. Ao reencontrar o seu natural — directamente o génio, indirectamente, através da obra, a sua audiência —, o homem adere ao fundo comum da humanidade: o natural, que é o mesmo, de todos os homens» [Gil, 1998, 277].

tinha visto um tal animal antes. Enquanto sujeito cognitivo, tenho de ser capaz de realizar dois processos em relação à sua figura: 1) sintetizar os diversos elementos que compõem o objecto “cão” numa representação una (um quadrúpede, a cabeça tem figura x , as patas figura y , o tronco figura z , move-se de tal maneira, etc.). Porém, embora possa guardar uma imagem vívida deste cão na memória, e lembrar-me exactamente de como ele era, como se movia, etc., não é essa memória, essa representação visual, que vai formar o meu conceito de cão. O que vai formar o meu conceito de cão é uma representação estrutural, geral e, em certo sentido, abstracta, de tudo aquilo que na minha visão do cão é específico da sua figura. O meu conceito de cão não é portanto constituído sobre a imagem daquele cão particular, mas sim sobre elementos esquemáticos que a imaginação extrai daquele cão particular e que se supõe serem característicos de todos os cães. Daí: 2) extrair da figura de cão os elementos estruturais que são específicos e determinantes na representação geral de um cão (ainda que eu tenha visto apenas um); são esses elementos estruturais e gerais (i.e., não ficam ligados ao exemplo de nenhum cão particular) que vão formar o meu conceito de cão. Ora, qual é a natureza deste esquema? Que realidade tem? Em que consistirá este produto estrutural que a imaginação forja e que o entendimento guarda?

A questão complexifica-se ainda ao considerarmos, no domínio dos seres vivos, tanto o reino das metamorfoses como a abertura para um campo de auto-determinação que parece escapar ao formalismo matemático que se quer aplicar, de fora, aos produtos da natureza¹⁶⁰. Porque nem todos os produtos da natureza exibem uma matematização evidente, a relação entre geometria e percepção, no caso especialíssimo dos conceitos empíricos, precipita a ideia de esquema proposta por Kant em severas dificuldades. Essas dificuldades, no ponto que em particular toca o esquematismo, desembocam na §59 da terceira *Crítica*, com a novidade de uma versão expandida, a *exemplificação*, manifesta admissão da insuficiência que revela o modelo ensaiado na *Crítica da Razão Pura* para o caso dos seres organizados. O problema de fundo pode exprimir-se assim: a regra geral de construção do esquema mediador entre entendimento e sensibilidade não consegue responder suficientemente à especificidade do particular que a intuição empírica apresenta. *Quadrúpede* é uma regra que não responde suficientemente nem ao

¹⁶⁰ Claro que há casos onde a presença da matemática nos seres naturais é tão evidente quanto perplexificante: pense-se no bróculo romanesco (*brassica oleracea*), apresentação perfeita de uma espiral logarítmica fractalizada. Num tal caso parece que a natureza está a oferecer-nos provas inequívocas de que as suas leis criativas são matemáticas e que é no encaço delas que devemos colocar-nos. Mas uma coisa é exibir uma estrutura matemática evidente na flor de um vegetal; outra coisa é sugerir que também a nossa percepção subsume nesta matematização estrutural que a natureza parece seguir nas suas produções e que a usa nas suas constituições da forma esquemática dos conceitos.

conceito de cão, nem à intuição deste cão particular; i.e., a particularidade que se apresenta na intuição não parece ser suficientemente correspondida na legislação do entendimento, que deve dar à imaginação os meios que a permitam produzir uma regra de construção universal graças à qual o conceito possa ser convenientemente aplicado. Sobretudo quando ao conceito inere uma elasticidade à qual cada particular que nele subsume exige forte distensão. O conceito de cão responde a uma tal variedade empírica que *quadrúpede* parece só poder esquematizar uma das suas partes mais irrelevantes. É o cão enquanto cão, *este cão particular*, que parece furtar-se à estrutura determinante do entendimento, que não pode fornecer mais que um formalismo exangue, isto a manter-se a versão da esquematização apresentada na primeira crítica. Nestes casos, «os nós do esquematismo ameaçam ficar por denodar [pois] mantendo-nos no campo do conceito empírico, é necessário distinguir com clareza destas regras a regra que reúne as determinações separáveis da matéria: *peso, dureza, impenetrabilidade, densidade, massa, etc.* Neste caso[...] a reunião não permite a identificação de nenhum indivíduo, o que quer dizer que nela não se encontra qualquer tensão interna, tratando-se de uma reunião que fixa sem intensificar uma parcela abstraída do todo, *isolando-a*, reunião que constitui um universal em que não há movimento para o singular e no qual a actividade do espírito, assente sobre operações materiais, é analisável e controlável com êxito. Nada há nesta reunião que permaneça no claro/escuro, no campo tensional, que constitui o elemento no qual respira a compreensão dos universais que se dirigem para os existentes e de onde procede a identificação e a interrogação pela sua própria possibilidade» [Molder, 1995, 313, sm].

Kant teve aguda consciência da insuficiência da primeira versão do esquematismo e fez uma *démarche* em relação à geometria como matriz técnica do esquema das figuras de conceitos empíricos, sobretudo naturais¹⁶¹. Isso aparece de modo acabado na *Crítica da*

¹⁶¹ Christian Helmut Wenzel faz um comentário que me sugere uma analogia interessante, a qual vou enunciar mas que, por obrigar a penetrar no pensamento teleológico, não vou desenvolver. Recordo Wenzel que – e mencionarei essa tese nas considerações conclusivas – para Kant não existe beleza na matemática porque o juízo de gosto é independente de conceitos e a matemática é puramente conceptual (vide [Wenzel, 2005, 133 e ss.]; vide também infra §222). Ora, pela unidade entre o juízo de gosto e o juízo teleológico, parece-me possível expandir este argumento aos organismos, justamente porque tal como as obras de arte são apreciadas segundo uma conformidade a um fim cujo fim não é objectivamente dado, também os organismos têm de ser julgados segundo uma finalidade ainda que essa finalidade seja objectivamente desconhecida. Ora, o raciocínio matemático, mais especificamente a perfeição dos objectos matemáticos nasce da sua conformidade a um fim bem determinado: a perfeição do círculo consiste na sua capacidade de plenamente preencher o conceito de uma figura cujos pontos da circunferência se encontram todos exactamente à mesma distância de um ponto comum. Dito de outro modo, nós podemos apreciar a beleza da rosa sem nunca antes termos visto uma rosa, mas só podemos apreciar a beleza de um círculo se conhecermos o conceito matemático a que ele corresponde. Porém, e eis a dificuldade da analogia, nós aqui estamos no domínio do juízo (de gosto ou teleológico) ao passo

Faculdade de Julgar, com várias nuances. Se é verdade que a figura do círculo parece apresentar um esquema suficiente do conceito empírico de prato, pois aquilo que no conceito é pensado (a circularidade), é intuído no prato, numa adesão quase serena e apodíctica entre conceito e intuição, esse caso é excepcional pois dá conta de um objecto resultante da acção humana e do conhecimento tácito de noções de geometria no momento da produção do objecto prato. Ou seja, parece que conceito e intuição se articulam porque houve uma motivação acordada na criação do objecto *prato* a partir do conceito *círculo*. Podem encontrar-se casos análogos noutros objectos manufacturados. Todavia, quando se passa para o reino da natureza e das suas formas vivas e devenientes, a geometria só pode dar *analogons* perceptivos quase sempre fracos, demasiado grosseiros e insuficientes. Isso porque, se a tarefa de encontrar um conceito para cada particular equivale, como notou António Marques, a uma tarefa de *reduzir* a contingência aberta do particular à necessidade do conceito do seu universal e sendo que (como Kant bem compreendeu na terceira *Crítica*) é o particular quem tem primazia na experiência¹⁶², coloca-se o problema de saber como conseguir, no reino da natureza, «a redução [do particular] ao conceito, sem cair numa mera sistematização lógico-formal» [Marques, 1986, 279-80]. Pois é esta insuficiência que a primeira *Crítica* não consegue suprir e é por ela que, em larga medida, colapsa o possível projecto de tomar a geometria como *analogon* de uma certa técnica da natureza naquilo que respeita a esquematização da parte correspondente às figuras dos conceitos empíricos. Há uma dilacerante tensão entre a forma lógica geométrica da qual a figura daria o modelo ideal e a organização interna dos seres, que os mantém num processo de inacabamento e que ameaça a sua apreensão em *imagens* fixadas. Se a crer em Deleuze, existe realmente em Kant um «*fanatismo pelo conceito formal*» (como notam Hugh Tomlinson e Barbara

que na compreensão da percepto-cognição estamos ao nível da pura formação conceptual. É esta distinção – que todavia sugere ricas analogias – que me faz preferir analisar o abandono da tese da geometrização da percepto-conceptualização da natureza pelo ângulo do esquematismo e não da teleologia.

¹⁶² Embora, como demonstrou no cap. XI de *Organismo e sistema*, no pensamento crítico é curiosamente a espécie quem deve ter primazia ontológica, e não o particular (vide, [Marques, 1986, 280, 283, 289, 294, 299-300]). A meu ver, é isso mesmo que postulam as célebres palavras do *Apêndice*: «a razão prepara, pois, o campo para o entendimento: 1. mercê de um princípio da homogeneidade do diverso sob géneros superiores; 2. por um princípio da variedade do homogéneo sob espécies inferiores; e, para completar a unidade sistemática, acrescenta ainda 3. uma lei afinidade de todos os conceitos, lei que ordena uma transição contínua de cada espécie para cada uma das outras por um acréscimo gradual da diversidade. Podemos chamar-lhes os princípios da homogeneidade [<Prinzipien der Homogenität>], da especificação [<der Spezifikation>] e da continuidade [<der Kontinuität>] das formas. O último resulta da reunião dos dois primeiros, após se ter completado na ideia o encadeamento sistemático, tanto pela elevação a géneros superiores como pela descida a espécies inferiores; pois, sendo assim, todas as diversidades são aparentadas entre si [<sind alle Mannigfaltigkeiten unter einander verwandt>], todas em conjunto provêm de um único género supremo [<einer einzigen obersten Gattung>] através de todos os graus da determinação que se estende cada vez mais» [CRP, A657-8/B685-6, 543, sm].

Habberjam na introdução à tradução inglesa do texto de Deleuze sobre Kant, escrito como se fosse sobre um «inimigo»; vide [Deleuze, 1984, xv-xvi]), este é o momento em que ele se torna mais penoso.

Não obstante, em meu entender Kant pôs-se no encalço de uma analogia extraordinariamente rica entre a esquematização de conceitos e o *modus operandi* geométrico: é que em ambas alcança-se uma forma por idealização e regularização via estabelecimento da regra universal de *construção*, construção que é realizada sobre condições puramente transcendentais. Dito de outro modo, a geometria, sendo sintética *a priori*, constrói-se sobre as intuições puras, *não carece de esquematização* e, mais importante, é uma disposição cognitiva intrínseca ao sujeito transcendental que, como vimos, este impõe ao conhecimento dos fenómenos. Tais são as nuances fundamentais que aproximam esquematização da imaginação e da construção geométrica: aproximam-na da capacidade de encontrar a imagem média na qual subsumem as imagens particulares, alcançando *um projecto de simplificação percepto-cognitiva em acordo com uma possível técnica da natureza na produção de formas*. A lua não forma um círculo perfeito, mas cai sob a circularidade, que é a imagem pairante, o resultado de uma regra de construção geométrica segundo a qual um conjunto de pontos guarda igual distância a um outro ponto dado.

§171. Concluída esta exposição, ocorrerão diversas perguntas: porquê deter-me numa análise do transcendental geométrico kantiano a partir de conceitos que, aparentemente, pouco contribuem para a sua filosofia da geometria (e da matemática mais em geral), como os de *afinidade* e de *imaginação*? Porquê insistir em hipóteses – a do papel da geometria na esquematização da figura dos conceitos empíricos, ou a representação matemática do conhecimento da Natureza – que o próprio Kant abandonou? Porquê considerar o problema da architectónica do conhecimento e da sua unidade quando Kant não estabelece a esse respeito qualquer consideração directa sobre geometria? São perguntas legítimas e pertinentes.

Levei a cabo esta análise porque, a meu ver, do seu quadro geral resultam duas hipóteses a explorar: 1) poder-se-á levar a sério a hipótese de que existe, a mediar a nossa relação percepto-conceptual com o mundo e seus objectos, algum tipo de geometrização espontânea, de proto-geometria como lhe chamei na introdução?; e 2) pode alguma modelização geométrica vir a representar a architectura cognitiva e a

explicar coisas como a afinidade inter-conceptual ou a estabilidade estrutural dos conceitos? Se é verdade que, como procurei demonstrar, a hipótese 1) é explicitamente colocada por Kant (ainda que a sua manifesta insuficiência o tenha conduzido a abandoná-la), também é verdade que Kant não colocou a hipótese 2) directamente. Mas colocou-a indirectamente: ao assumir que a geometria determinava a nossa forma de intuição dos fenómenos, então deve ser possível conceber que ela esteja também envolvida nos processos superiores de pensamento e conhecimento. Negar essa hipótese seria negar a articulação entre sensibilidade, entendimento e razão, ainda que essas articulações sejam difíceis e que Kant sempre tenha reiterado a heterogeneidade pelo menos entre sensibilidade e entendimento. Concedo todavia que se considere essa hipótese rebuscada e atribuída a Kant à força. Eu considero-a uma interpretação possível e, nas suas linhas gerais, ela concorda com um programa teórico desenvolvido pelo pensamento contemporâneo, conforme mostrarei na parte III deste estudo.

Por outro lado, tanto quanto pude conhecer da bibliografia crítica, estas duas hipóteses específicas nunca foram consideradas, a partir de Kant, para a consideração das matrizes filosóficas dos projectos contemporâneos de geometrização da percepto-cognição. Ora, eu creio que estas duas hipóteses estão, cada uma delas, no coração das duas teorias que vou analisar nos dois últimos capítulos deste trabalho. A teoria do *reconhecimento-por-componentes* de Biederman eleva-se sobre a possibilidade de articular percepção e activação conceptual a partir de uma estrutura geométrica dos objectos; a teoria dos espaços conceptuais de Gärdenfors eleva-se sobre a hipótese de, através de uma representação geométrica do espaço do pensamento, se poder vir a explicar a semelhança e a categorização de conceitos bem como a sua articulação num quadro uno, justamente o que chamamos *conhecimento*. Mais ainda, não concebi nenhuma destas hipóteses *ad hoc*, i.e., numa tentativa de interpretar o pensamento kantiano à luz dessas teorias. Foi exactamente o oposto: coloquei estas duas hipóteses, a partir da leitura de Kant, na proposta do projecto desta investigação e só durante a sua condução vim a tomar conhecimento da existência daquelas duas teorias. Consequentemente, não só pude concluir que as hipóteses que, em abstracto, levantei a partir de Kant eram boas hipóteses, como tive a felicidade de encontrar teorias que, ainda que sem vínculo com o pensamento kantiano, puseram em marcha ideias que encontro de forma embrionária no seu pensamento. Há portanto uma actualidade no pensamento de Kant que não foi nele próprio explorada e que, porém, está a ser fecundada nos caminhos do pensamento contemporâneo.

É só nestes dois domínios que reclamo originalidade na minha interpretação. De resto, o pensamento matemático de Kant tem sido longamente tratado. Mais ainda, o pensamento kantiano tem sido uma inspiração para os matemáticos. René Thom, matemático cuja filiação filosófica é sobejamente conhecida e decisiva, procurou chegar à definição matemática da estrutura do objecto, determinar o coração da sua estabilidade estrutural, a sua susceptibilidade à perturbação e à transformação (vide [Thom, 1977, 13-16]) e concebeu as suas sete catástrofes elementares ([id., cap. 5] e [Thom, 1974, cap. IV]) num espírito que em todos os pontos se cola à tentativa de superar aquela limitação kantiana sobre a possibilidade da matemática dar conta da morfologia, em particular da do vivente. Jean Petitot, no artigo *Matemáticas e Construção* [Petitot, 2009] onde convoca grandes correntes do pensamento filosófico sobre a matemática projectando-as sobre Kant, mostrou que noções kantianas como o contínuo do espaço da intuição pura, a sua infinitude, a distinção entre “intuitivo” e “discursivo”, a constituição mereológica do espaço, ou o sintético *a priori* continuam a ser noções bem legítimas à luz quer do pensamento matemático, quer das descobertas da neurociência, quer daquilo que deve ser concebido como o espaço fenomenológico da experiência humana. Mais interessantemente, mostrou, a partir de uma análise de Bernhard Teissier sobre a construção do triângulo, que a concepção kantiana do esquematismo se acorda surpreendentemente com a ideia da construção genérica da figura geométrica e com a capacidade de numa só regra encapsular todas as possibilidades formais da “triangularidade” [id., 23-26]. Foi esse o tema da tese de Jørgensen em [Jørgensen, 2005], a do nascimento da doutrina do esquematismo no pensamento geométrico (e no ensino que Kant fez da geometria) e, reversamente, da adequação do esquematismo ao pensamento geométrico. Por outro lado, dando voz à convicção platónica e contra a limitação que Kant impunha, a análise contemporânea das estruturas topológicas do ADN colocam a geometria no mais ínfimo domínio (pelo menos até onde hoje conseguimos chegar) dos pilares da biologia, encaminhando para a convicção de que a matemática, em particular a geometria, está entramada ao mais íntimo grau com a constituição da vida. Claro que dificilmente a modelização geométrica poderá vir a responder ao problema da finalidade dos seres e à forma como representamos essa finalidade em ideias. Mas boa parte dos limites que Kant encontrou para renunciar à matematização da natureza e à sua aproximação percepto-cognitiva foram demovidos. E se a parte da esquematização das figuras dos conceitos empíricos deve ter uma componente geométrica – conforme tentei demonstrar que Kant supôs que teria – e se

essa componente pode corresponder ao modo como estruturamos a representação mais geral desses conceitos, então também há bons indícios, na teorização contemporânea, de que aquelas propostas não eram estéreis.

Aguçando o apetite, sugiro algumas ideias: se assumirmos que, na nossa relação percepto-cognitiva com o mundo há procedimentos proto-geométricos, não será o esquematismo kantiano, no que à forma e à figura espacial dos objectos respeita, uma antecipação de algo estruturalmente análogo à noção matemática de grupo? I.e., a esquematização não seria o equivalente espontâneo de uma descoberta das analogias estruturais de um certo conjunto de fenómenos? Melhor ainda, não seria o esquematismo a função de descobrir as regras da aproximação estrutural – do invariante – do variável? Esta hipótese, que me parece vir um dia a contribuir para o estudo da estrutura da cognição, não foi ainda, tanto quanto sei, experimentada. A única referência que lhe conheço é justamente a de Petitot que lhe alude sem a desenvolver, apresentando-a apenas como sustentação metafísica da tese transcendental do carácter sintético *a priori* do espaço em Kant: *«o carácter sintético do espaço está ligado, em Kant, à descoberta do paradoxo dos objectos simétricos, o qual implica que na mereologia espacial o todo preceda as partes, as relações internas dependendo das externas [...] Mas o facto que o interno pressupõe o externo corresponde ao que se tornará, mais tarde, a geometria com Klein e Poincaré, a saber, o grupo de simetria do espaço, sendo o conceito de grupo uma das principais formas modernas do sintético a priori em geometria»* [Petitot, 2009, 23].

Por outro lado, se em vez da geometria euclidiana Kant tivesse pensado num sistema axiomático mais abstracto, como a topologia, continuaria a considerar a geometria um *analogon* insuficiente da Natureza? Platão lamentava o fraco desenvolvimento da estereometria, o que constituía um penoso entrave às suas concepções geométricas da Natureza. Também talvez Kant, tivesse ele disposto de uma geometria mais sofisticada que a euclidiana, pudesse ter chegado a uma concepção menos obscura do esquematismo. Mas deixou-nos hipóteses interessantes. Enfoquei duas em particular. É para o enriquecimento, ainda que extremamente problemático, dessas hipóteses, que a terceira parte deste estudo procurará contribuir, ao mesmo tempo que ilustra e ilumina os principais pontos da minha análise de Kant.

PARTE III

*Dois modelos contemporâneos para a geometrização da percepto-
cognição: a RBC de Irving Biederman e os Espaços Conceptuais de Peter
Gärdenfors*

Capítulo V

Reconhecer os objectos através dos seus componentes geométricos: a

*hipótese teórica de Irving Biederman*¹⁶³

§172. Concluí o capítulo anterior com o estabelecimento de duas hipóteses sugeridas pelo pensamento kantiano. Antes de debruçar-me sobre a primeira, a de que a mediar a nossa relação conceptual com o mundo e seus objectos existe algum tipo de geometrização espontânea, de proto-geometria, recupero as seguintes palavras de Claude Lévi-Strauss: *«houve na Filosofia, desde o tempo dos Gregos até aos séculos XVIII e mesmo XIX – e ainda hoje, em certo sentido –, uma discussão tremenda sobre a origem das ideias matemáticas: a ideia de linha, a ideia de círculo, a ideia de triângulo. Havia, fundamentalmente, duas teorias clássicas dominantes: a primeira era a da mente [<mind>] como uma tabula rasa, que nada tinha, no começo, dentro de si; tudo lhe chegava a partir da experiência. É por vermos uma série de objectos redondos, nenhum dos quais perfeitamente redondo, que somos capazes, apesar de tudo, de abstrair a ideia de círculo. A segunda teoria clássica remonta a Platão, que defendeu que essas ideias de círculo, de triângulo, de linha, eram ideias perfeitas, inatas à mente, e é por existirem na mente que somos capazes de as projectar, para o dizer de algum modo, na realidade, embora a realidade nunca nos ofereça um círculo ou um triângulo perfeitos. Actualmente, os investigadores contemporâneos no campo da neurofisiologia da visão ensinam-nos que as células nervosas da retina e os outros aparelhos por detrás da retina estão especializados: algumas células só são sensíveis à direcção em linha recta, outras à direcção em sentido vertical ou horizontal ou oblíquo, e outras, ainda, apenas são sensíveis à relação entre o fundo e as figuras destacadas, e assim por diante. Assim [...], todo este problema da experiência em oposição à mente parece ter uma solução na estrutura do sistema nervoso, não na estrutura da mente nem na da experiência, mas num ponto intermédio entre a mente e a experiência, no modo como o nosso sistema nervoso está construído e na maneira como se interpõe entre a mente e a experiência [<in the way it mediates between mind and experience>]» [Lévi-Strauss, 1996, 19-20, sm].*

¹⁶³ Pude contar, para a escrita deste capítulo, com um diálogo esclarecedor e estimulante com Irving Biederman, que paciente e atenciosamente acolheu o meu interesse filosófico pela sua teoria, respondeu às minhas questões e encaminhou-me para a consideração dos mais adequados elementos que permitiram sustentar as minhas próprias conclusões.

Com esta longa passagem regresso a um dos meus problemas de fundo e reformulo-o. Diz-nos Lévi-Strauss que a matemática e suas entidades foram historicamente abordadas a partir de duas principais perspectivas. Uma advoga o carácter *externo* das idealidades, do qual o *empirismo* ou o *platonismo* são correntes principais, perspectiva que defende, *grosso modo*, as idealidades matemáticas como exteriores aos, e independentes dos, sujeitos. Estes captam-nas, percebem-nas ou intuem-nas mas de um modo receptivo. A outra advoga o carácter *interno* das idealidades e tem o *idealismo transcendental* ou o *intuicionismo* como correntes emblemáticas, e *grosso modo* defende que as idealidades matemáticas são construções humanas, fruto de condições de possibilidade inerentes ao espírito humano. *Internalismo* e *externalismo* não são estanques, o que significa que em todas suas correntes há contaminações recíprocas e subtilidades, consoante os problemas enfrentados. Porém, ambas partilham um elemento comum: nenhuma observa as idealidades matemáticas como constitutivas do próprio sujeito, no que às suas instâncias percepto-cognitivas toca. O sujeito descobre-as, intui-as ou constrói-as. Mas elas não se entramam com ele, são exteriores ao seu desenvolvimento perceptivo e cognitivo. Pela análise das posições filosóficas de Serres, Husserl, Platão e Kant, concluiu-se que uma tal desvinculação não parece sustentável. E toda a dificuldade reside em estabelecer os elos entre matemática, percepção e cognição, naquilo que de mais fundamental respeita à relação entre Homem e Mundo.

É ao reconhecimento das debilidades das duas posições e sua superação que se refere Lévi-Strauss na terceira perspectiva. O avanço dos estudos da natureza, da evolução das espécies, da sua fisiologia e dos seus mecanismos adaptativos, desenvolve a convicção de que são logo os sistemas nervosos a estarem afinados para uma divisão dos elementos da experiência segundo aspectos estruturais, reconduzíveis a idealidades e a modelizações matemáticas. Esta terceira posição tem vindo a constatar que o sistema nervoso humano se desenvolveu escolhendo aspectos da realidade empírica *proto-matemáticos*, decompondo-os e tratando-os na sua maior simplicidade. Como Lévi-Strauss menciona, sabe-se hoje que ao nível da percepção visual há células nervosas da retina e do córtex cerebral que estão individualmente afinadas para detectar aspectos formais específicos dos objectos, articulando-se depois para sintetizar a macroestrutura das formas percebidas. A descoberta destas características intrínsecas à constituição e estrutura do sistema nervoso desloca a questão da origem das idealidades matemáticas das posições externalistas e internalistas estritas para o que Lévi-Strauss chama «o ponto intermédio entre a mente e a experiência». Num movimento ambicioso, é como

se fôssemos postos diante da possibilidade de entramar o transcendental geométrico e a percepto-cognição. Tal ponto intermédio indicia as idealidades matemáticas como simultaneamente constitutivas das estruturas percepto-cognitivas humanas (por via da sua presença no sistema nervoso), e constitutivas dos dois eixos que estão a montante e a jusante desse ponto intermédio: a montante, o mundo físico, a realidade empírica da experiência e da vida, um sistema do qual o Homem é produto e em relação ao qual se afinou e foi afinado; a jusante, os mecanismos percepto-cognitivos, o que Lévi-Strauss chama a *mente*, término de um sistema nervoso altamente sofisticado.

Assim, estou convicto de que há um capítulo fundamental a desenvolver na Filosofia da percepção e da Cognição que diz respeito à relação entre geometria e percepto-cognição. Isto porque o estudo das idealidades matemáticas não deve ser desligado da realidade empírica (o mundo físico), do sistema nervoso e da percepto-cognição. Desenha-se aqui um campo de investigação conexo, de base tripla, que inteiramente cai dentro do problema do transcendental geométrico pois propõe-se estudar as condições de possibilidade do conhecimento. Tal sistema tem o sujeito como entidade cognoscente no seu centro, o mundo físico como horizonte e a geometria como plano de contacto, elemento transversal e unificador. Ganha portanto relevância estudar e perfilar aspectos da mediação geométrica entre sujeito e realidade nessas três vertentes: com o mundo físico como domínio e horizonte privilegiado das formas; na relação do mundo com o sujeito, e vice-versa, a partir da confrontação de um sistema nervoso afinado e desenhado geometricamente; finalmente, na relação percepto-cognitiva com o mundo naqueles elementos que se estima terem uma matriz geométrica.

§173. Para a incursão teórica deste capítulo recupero palavras decisivas de Kant sobre o problema da articulação entre a intuição das formas e sua conceptualização: *«em todas as subsumções de um objecto num conceito, a representação do primeiro tem de ser homogénea à representação do segundo, isto é, o conceito tem de incluir aquilo que se representa no objecto a subsumir nele; é o que precisamente significa esta expressão: que um objecto esteja contido num conceito. Assim, possui homogeneidade com o conceito geométrico puro de um círculo, o conceito empírico de um prato, na medida em que o redondo, que no primeiro é pensado, se pode intuir neste último. Ora os conceitos puros do entendimento, comparados com as intuições empíricas [...] são completamente heterogêneos e nunca se podem encontrar em*

qualquer intuição. Como será pois possível a subsumção das intuições nos conceitos, portanto a aplicação da categoria aos fenómenos [...]? Esta interrogação tão natural e importante é verdadeiramente o motivo porque se torna necessária uma doutrina transcendental da faculdade de julgar para mostrar a possibilidade de aplicar aos fenómenos em geral os conceitos puros do entendimento.[...] *É claro que tem de haver um terceiro termo, que deva ser por um lado, homogéneo à categoria e, por outro, ao fenómeno e que permita a aplicação da primeira ao segundo. Esta representação mediadora [<vermittelnde Vorstellung>] deve ser pura (sem nada de empírico) e, todavia, por um lado, intelectual e, por outro, sensível. Tal é o esquema transcendental»* [CRP, A137/B176, 181-182, sa].

Até à data da redacção de *Estabilidade Estrutural e Morfogénese*, em 1972, um matemático como René Thom entendia que o problema da esquematização dos objectos e respectiva aplicação conceptual, na sua possível abordagem matemática, só tinha sido satisfatória, ainda que insuficientemente, tratado pelos teóricos da *Gestalt*: «o reconhecimento de um mesmo ser sob a infinita multiplicidade dos seus aspectos põe por si só um problema (o clássico problema filosófico do conceito), o qual, parece-me, apenas os psicólogos da escola da *Gestalttheorie* puseram numa perspectiva geométrica acessível à interpretação científica» [Thom, 1977, 1]. Ora, a partir da década de 1970, a ciência cognitiva aliada à neurofisiologia, primeiro na abordagem computacional da visão de David Marr, depois com teorias como a de Irving Biederman, à qual dedico este capítulo, abriram novas hipóteses teóricas e conceptuais que não só indirectamente retomam o espírito do problema kantiano do esquematismo como, mais importante, forjaram quadros teóricos que nortearam a análise matemática da fisiologia da visão. Ed Connor resume a directriz dessas investigações: «muitas das pessoas que estudam a via ventral [encefálica] acreditam nesta ideia de um «estímulo ideal» – o melhor estímulo para fazer disparar a célula [neurónio] – e se se puder encontrar esse estímulo, então ele contém toda a informação necessária para perceber o que essa célula faz. [...] Nós nunca encontramos isso, mesmo que se percorra todo o caminho até ao IT [<inferior temporal>, lobo temporal inferior], há um vasto espectro de estímulos que provocam resposta máxima das células. E as células, em vez de responderem à forma global, respondem a algo menor que as formas globais, algo subestrutural. Esta foi a evidência fundamental que teóricos como David Marr e Irv[ing] Biederman tiveram, e na verdade muitos antes deles: que a codificação neural da estrutura dos objectos provavelmente faria codificação de conjuntos em termos de

partes. E se se tiver codificação de conjuntos em termos de partes, então espera-se que cada neurónio responda a montes de objectos diferentes, desde que cada um desses objectos tenha uma parte que faça disparar esse neurónio» [Ed Connor, Neural coding of object structure in the ventral visual pathway]¹⁶⁴

§174. Em 1987 e a partir desse ano, Irving Biederman publica um corpo de artigos onde desenvolve uma hipótese teórica acerca da percepção visual, assente num quadro conceptual que foi sendo estruturado ao longo dos anos, quer devido à maturação e depuração da teoria, quer devido à sucessiva verificação experimental de partes dela e à obtenção de outros resultados chegados de áreas de conhecimento conexas. A afirmação forte da teoria, a da prevalência de um *reconhecimento-por-componentes* (<*recognition-by-components*>, *RBC*) dos estímulos visuais sustenta-se numa outra noção mais forte e ousada, a de *geon*, i.e., *ião geométrico* <*geometric ion*>.

A teoria propõe a hipótese de um tratamento e formalização geométrica primária dos estímulos perceptivos (operada pelos mecanismos cognitivos humanos) para fins do reconhecimento de objectos ou cenas visuais. É contudo uma formalização *fraca*, pois não se apresenta como uma tradução rigorosamente matemática da informação recebida na percepção visual. Nela entram aspectos essencialmente *qualitativos*, assentes na hipótese de haver uma afinação natural das estruturas perceptivas humanas para receber tais propriedades qualitativas. Como tal, em rigor ela não pode ser tomada como uma teoria de *geometrização* da percepção visual de objectos. É uma hipótese teórica para dar conta de uma “pseudo-axiomática” das operações regularizadoras e de síntese levadas a cabo na percepção visual de objectos.

Parece-me todavia inegável que esta “pseudo-axiomática” configura um certo modelo de geometrização, e esse é um dos pontos que pretendo aqui mostrar. A informação visual recebida no acto visual é tratada por *contornos*, linhas (embora os contornos não sejam o elemento exclusivo deste tratamento), arranjadas em componentes *estruturais* e *estruturantes* pelo sistema perceptivo para fins de reconhecimento dos objectos ou cenas. Esses componentes, ou *primitivas*, são aproximadamente homólogos a um certo número de sólidos euclidianos. Reafirmo, não se trata de uma teoria matemática, mas de um esforço de modelização da percepção visual humana à luz de um elenco de

¹⁶⁴ Excerto extraído da comunicação feita no âmbito da conferência *Neural computation: population coding of high-level representations*, no Dartmouth College, dias 18 e 19 de Agosto de 2011.

elementos a partir dos quais se produzem componentes primitivas regulares (uma espécie de átomos perceptivos para o tratamento das formas), dos quais certos sólidos euclidianos oferecem os espécimes mais aproximados. E esta hipótese teórica tem dois *tours-de-force*: pretende-se que ela não seja contingente, antes assente em mecanismos cognitivos que são cada vez melhor conhecidos (a afinação qualitativa de colunas de neurónios para a detecção selectiva de determinadas propriedades de estímulos); o outro, é que as suas implicações epistemológicas apontam para uma possível naturalização da ciência geométrica.

Interessa também sublinhar que a teoria de Biederman não é uma teoria da visão. Ela oferece uma hipótese que atribui inteligibilidade ao complexo e veloz processo de *reconhecimento* de objectos (onde se incluem *artefactos* e *seres*) e cenas. E só se aplica à relação entre o tratamento da informação do estímulo visual e a organização *esquemática* das representações dos objectos na memória.

§175. O quadro operativo da teoria (que é simultaneamente a sua esquadria teórico-conceptual), é composto por quatro grandes grupos.

O primeiro grupo é o grupo das *pressuposições*. A teoria pressupõe três ideias principais: i) o todo de um estímulo visual é decomponível em componentes, para o caso, estruturas volumétricas que se obtêm da síntese dos contornos das figuras dos objectos. Essas componentes fundam o *primal access*, i.e., a representação mediadora que activa o reconhecimento do estímulo perceptivo pela memória (que em linguagem kantiana corresponderia ao *esquema*); ii) o sistema perceptivo tende para a simplificação, no presente caso para a produção de regularidades a partir do irregular – é um princípio *gestaltista* de *economia perceptiva*; iii) existe um conjunto de descrições esquemáticas dos objectos, fixadas na memória, que tornam possível a sobreposição e a correspondência entre as componentes dos objectos dados na percepção e um correspondente análogo esquemático (dessa correspondência resulta o reconhecimento).

O segundo grupo consiste no conjunto dos elementos operativos que formam a arquitectónica da teoria, *a sua estrutura funcional*. Ela ergue-se sobre duas operações fundamentais (a primeira, pela sua complexidade, subdivide-se em várias outras): i), o *primal access*, i.e., a produção do complexo de elementos que formam a representação de uma descrição estrutural das figuras na mente; o *primal access* é composto por quatro sub-processos: a) *extracção de contornos ou limites das figuras*; b) determinação

de um conjunto de *propriedades não-acidentais* (<*non-accidental properties*>, *NAP*), i.e, as propriedades que garantem a estrutura intrínseca e invariante das primitivas e a integridade da identidade do objecto, mesmo quando é sujeito a variações (p. ex., de ponto-de-vista); c) o processo de *segmentação*, sobretudo nos aspectos que tocam a divisão do percepto nas suas componentes ou primitivas; d) a definição do *campo de conexões* entre componentes ou primitivas; e ii) a de *correspondência-na-memória* <*matching-in-memory*>, condição do reconhecimento e da classificação ou categorização dos objectos percebidos.

A teoria aplica-se ao reconhecimento de objectos *em geral*. Todavia há *casos especiais* aos quais é aplicada, alguns dos quais em que é bem sucedida, e outros onde ou encontra problemas ou conhece consideráveis desafios. É esse o terceiro grupo e dentro dele são cinco como os casos mais importantes: i) reconhecimento de objectos oclusos, novos ou consideravelmente degradados; ii) reconhecimento de cenas; iii) reconhecimento de faces; iv) reconhecimento de objectos naturais e não-rígidos; v) aplicação a modelos, nomeadamente mecânicos e/ou de inteligência artificial.

Finalmente, o quarto grupo diz respeito à *natureza da teoria*. Três pontos merecem relevo: i) a sua consideração enquanto *descrição estrutural*; ii) a sua fundamentação empírica e neurofisiológica; iii) o seu aporte epistemológico no que respeita os processos percepto-cognitivos¹⁶⁵.

Estou mais interessado no desenho estrutural e nas hipóteses formais da teoria de Biederman, pelo que na análise que farei me debruço sobre os primeiros dois grupos, e só farei observações gerais sobre os terceiro e quarto grupos.

§176. Em lugar de começar pela análise do primeiro grupo da minha divisão, dou prioridade ao segundo grupo. Ao analisar a estrutura da teoria vêmo-la “em funcionamento” e simulamos a sua consistência orgânica, o que, a meu ver, constitui

¹⁶⁵ Embora não conhecesse esse trabalho à data desta minha divisão, constatei que Robert Bergevin em [Bergevin, 1989, 29], na secção 3.5 onde discute a teoria de Biederman, sugere uma divisão em alguns pontos semelhante. Esse trabalho visa apresentar um modelo computacional de reconhecimento, PARVO (Primal Access Recognition of Visual Objects), assente nas ideias e princípios de Biederman, e nesse sentido, a sua abordagem à *RBC* está mais ligada à operatividade enquanto programa para um modelo cognitivo artificial (o sistema de reconhecimento PARVO foi o primeiro a testar, com notáveis resultados, a teoria de Biederman). Nesse sentido, a divisão por ele proposta consiste em apenas dois grandes grupos, a saber, um grupo de *princípios gerais*, outro grupo de *hipóteses computacionais*. Remeto para esse trabalho, onde é feita uma descrição muitíssimo sintética (porventura, em excesso) da *RBC*; mais ainda, Bergevin faz algumas observações à teoria de Biederman, que subscrevo.

uma boa introdução. Mais do que apresentar de modo ordenado os elementos da teoria, a minha análise visará compreender quais as suas debilidades e riquezas.

Desde o início da sua carreira de investigador, nos anos 1970, os trabalhos de Biederman procuraram aproximações aos elementos fundamentais do processo de reconhecimento visual, descartando aquilo que são acidentes perceptivos e fenómenos voláteis. Ou seja, Biederman tentou encontrar a *estrutura fundamental do reconhecimento visual*, estrutura que salvaguardasse os seus atributos mais notáveis: velocidade; resistência a variações de ponto-de-vista; resistência a níveis de ruído moderados; reconhecimento mesmo quando os objectos estão parcialmente oclusos e quando são novos exemplares [Biederman, 1988a, 377]. A delimitação dos elementos operativos fundamentais da teoria implicou que Biederman por um lado compreendesse os grandes problemas envolvidos no estudo da percepção visual (em particular do reconhecimento) e que conhecesse os trabalhos já levados a cabo nesse âmbito (trabalhos que produziram conhecimento que fez parte da sua formação científica), por outro, que delimitasse o conjunto das ferramentas operativas determinantes para estruturar uma hipótese explicativa para o fenómeno do reconhecimento humano de objectos e cenas. A mais importante dessas operações, no sentido em que ela fornece as condições do reconhecimento, é o *primal access*. É com o seu estudo que inicio o segundo grupo das componentes da teoria *RBC*, no qual ela constitui o ponto i).

O *primal access*, *primal sketch* ou, em algumas ocorrências, *priming* (todos estes termos são, em Biederman, reversíveis) consiste na operação perceptiva compósita onde são reunidos os elementos decisivos que tornam possível o reconhecimento de um objecto ou cena. Digo *operação*, pois ela é não apenas um plano (i.e., a formação resultante de uma constelação dos elementos adequados), mas *catalisa* um processo cognitivo, o de reconhecimento, e também porque é motivada, i.e., constituída com vista à adequação a esse reconhecimento. Visto que Biederman concebe o sistema perceptivo humano como um sistema *construtivo*, i.e., que não toma os dados da realidade isomorficamente, mas transforma-os, o *primal access* consiste na operação de selecção e transformação dos dados da percepção de modo a obter o quadro de índices determinantes, ou *primitivas* (<*primitives*>; p. ex., [Biederman, 1995, 131]), que tornam possível a activação de uma representação correspondente na memória.

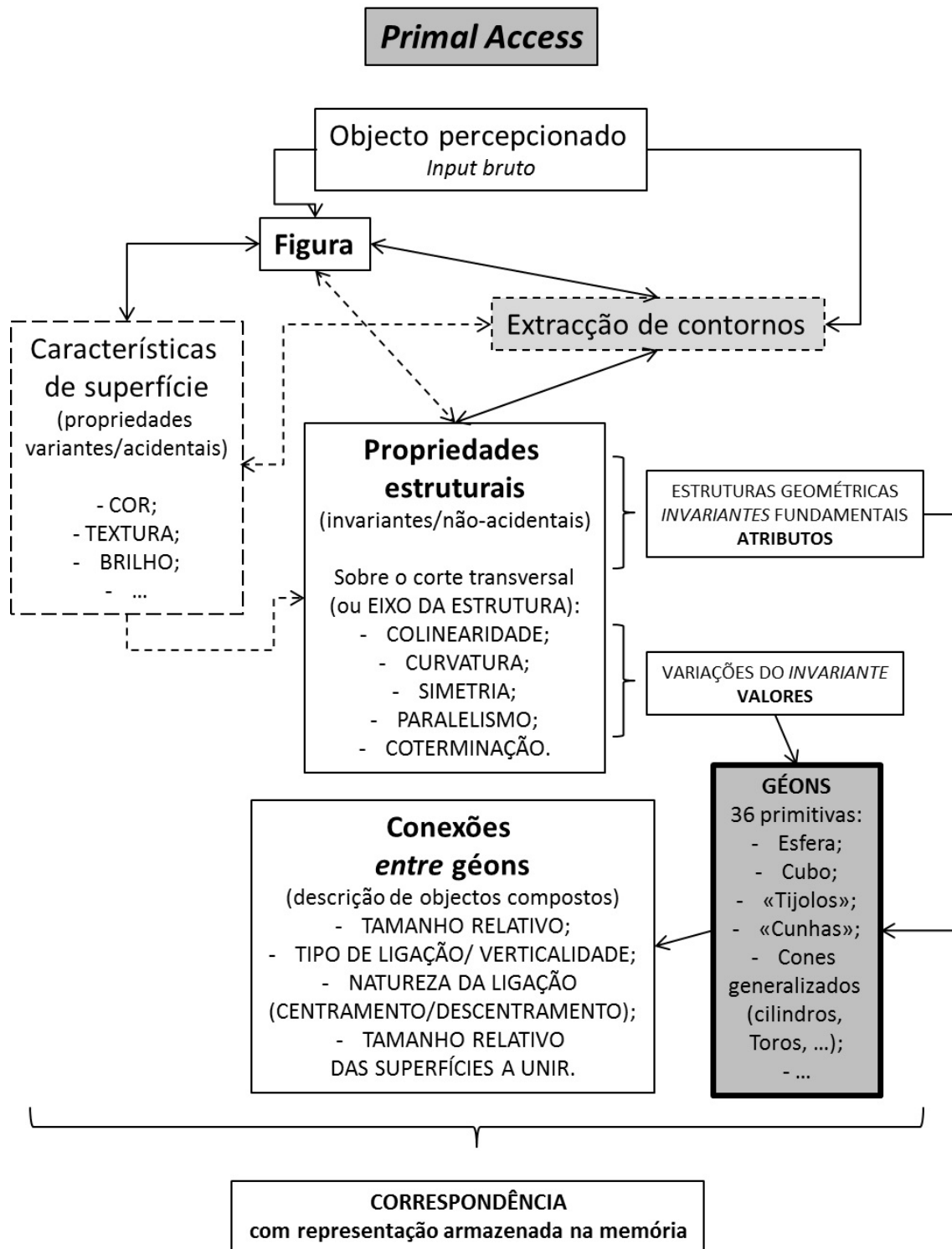


Fig. 6: Esquema do primal access.

Segundo Biederman, o *primal access* é uma operação *estrutural*, i.e. *extrai* elementos da estrutura que concretiza a identidade figural fundamental de um objecto ou cena. No *primal access* não é toda a informação de uma cena visual captada que é processada, apenas os elementos mais eficazes para o processo de reconhecimento; nesse sentido pode dizer-se que ele é *motivado*. A questão do *primal access* surge como uma hipótese

para inteligibilizar o problema do processamento da informação recebida através do sinal óptico, a saber, a síntese da figura e seu reconhecimento. Se *toda* a informação aí recebida fosse tratada e decodificada, é provável que o reconhecimento de uma imagem ou de um objecto redundasse numa tarefa praticamente intransponível¹⁶⁶. Se pensarmos que o *processador* dessa informação é extremamente poderoso, tal já parece mais razoável. Porém, como é que um processador se torna poderoso? Biederman conjectura: se escolher as boas ferramentas para filtrar e tratar a informação, sem ter de percorrer todo o seu espectro. Para ele, o sistema perceptivo humano é um excelente processador de informação porque: i) se especializou em fazer boas escolhas, assentes num compromisso entre a extracção dos melhores índices informativos e perdas irrelevantes de informação considerada *inessencial* («*redundante*», como veremos com Attneave); ii) porque *simplifica* as necessidades de tratamento da informação (e por isso Biederman se opõe à ideia de transformações da informação no *primal access*).

Em certa medida, toda a *RBC* é uma tentativa de definição dos componentes do *primal access*. Isto porque embora o processo de filtragem e tratamento de informação de uma cena visual pelos mecanismos cerebrais dos primatas esteja já bastante bem conhecido (vide [Boothe et al., 1985], [Trobe, 2001, cap. 1]), há modalidades da filtragem dessa informação que ainda carecem de compreensão. Biederman diz-nos isso com clareza, naquilo que pode até funcionar como uma definição de *primal access* pelo autor: «*a descrição das determinantes do primeiro contacto entre [a percepção de] um objecto simples, isolado, íntegro e inesperado e uma representação na memória*. Este primeiro contacto é nomeado *primal access*. [...] *Muitas vezes, porém nem sempre, esta categorização inicial dá-se a um nível básico [...]. Muito do nosso conhecimento acerca dos objectos é organizado a este nível de categorização – o nível ao qual*

¹⁶⁶ O *primal access* vem ao arrepio de um dos problemas mais gerais da percepção, o da *organização perceptual*: «o conceito de organização perceptual é central para a questão fundamental da percepção: como damos o salto da informação detectada pelos nossos receptores sensoriais, que algumas teorias sustentam ser incompleta ou pelo menos ambígua, para as nossas percepções do mundo, que tipicamente são precisas, exactas e fenomenologicamente completas? Alcançar este feito requer não só a detecção da informação do meio envolvente, mas a organização dessa informação em perceptos verídicos (precisos) e informativos» [Pomeranz, Kubovy, 1986, 36, sa]. De acordo com Fred Attneave, a maior parte da informação recebida, que é redundante, tem de ser simplesmente ignorada, e ele explica porquê: «o cérebro humano não poderia utilizar toda a informação fornecida por estados de estimulação que não fossem altamente redundantes. De acordo com a estimativa de Polyak, a retina contém não menos que quatro milhões de cones. A um dado momento, cada um destes cones pode estar num de dois estados: activo ou inactivo. Então, como um todo, a retina pode estar num de cerca de $2^{4.000.000}$ estados ou $10^{1.200.000}$ estados, cada um representando uma diferente configuração da estimulação visual. Ora, se por um qualquer mecanismo não-especificado, cada um destes estados viesse a sugerir uma resposta unitária diferente, e se uma resposta unitária consiste na activação de cada um dos neurónios, então seriam necessárias $10^{1.200.000}$ respostas neuronais» [Attneave, 1954, 187].

tipicamente há um nome prontamente disponível para designar essa categoria» ([Biederman, 1988b, 40, sm]; também [Biederman, 1987b, 117]).

Nesta proposta teórica, o estímulo é modelizado por uma representação estrutural intermediária, uma de trinta e seis primitivas volumétricas, os *géons*. Biederman sustenta essa hipótese em dois resultados, os quais descreve em [Biederman, 1987b, 139]: «*a suficiência da representação de um componente para efeitos do primal access à representação mental de um objecto sustém-se em dois resultados: (a) objectos parciais com dois ou três componentes [géons] puderam ser prontamente identificados em períodos de exposição breves, e (b) desenhos por linhas e fotografias a cores produziram desempenhos na identificação comparáveis. As experiências com estímulos degradados estabeleceram que os componentes são necessários para a percepção de objectos*» Estes resultados sugerem um princípio subliminar através do qual os objectos são identificados, *regra fundamental à combinação que constitui o primal access*. Para Biederman, como hipótese, esse princípio é o da organização modular da percepção por primitivas volumétricas. O reconhecimento dá-se quando, através do *primal access*, é possível identificar um certo número de géons na composição do objecto.

§177. Biederman nunca chega a uma definição conclusiva ou categórica dos elementos que constituem o *primal access*. Mas consegue despistar aspectos inessenciais no reconhecimento de objectos ou cenas e circunscreve um conjunto de elementos cruciais para o reconhecimento de um qualquer objecto ou cena. Procurei fazer uma esquematização desses elementos, bem como da estrutura e principais componentes do *primal access* na figura 6.

A característica mais importante desta representação intermediária – ou *descrição estrutural* – é a de assentar sobre uma operação de concretização das *figuras*. Biederman sempre esteve convicto de que o sistema perceptivo tratava as figuras primeiramente através dos seus contornos, postulando, como primeira instância do *primal access*, a *extracção de contornos*. Esta a hipótese teórica só começou, porém, a ser aproximada ao conhecimento fisiológico das funções cerebrais do tratamento da informação visual em artigos já da década de 2000 (excepção para [Biederman, 1995, 124-125], e apesar de um acumular de estudos sobre as áreas do córtex visual primário, V1, V2 e V3 ou áreas 17, 18 e 19 de Brodman).

O actual conhecimento dos mecanismos neurofisiológicos e psicofísicos da visão favoreceu a intuição de Biederman quanto à percepção da figura por tratamento de contornos. Neurobiólogos como David Hubel mostraram que a informação visual captada pelas células ganglionares da retina, transmitida através do nervo óptico e do núcleo geniculado lateral à camada V1 do córtex visual, é aí distribuída por três tipos de células, as células da camada 4, as células simples e as células complexas (e dentro, deste grupo, as células hipercomplexas). As células da camada 4 têm a mesma sensibilidade que as células ganglionares da retina, i.e., a informação visual que detectam consiste em “pontos”. Já as células simples detectam “linhas” localizadas em vários pontos da retina, e são sensíveis à orientação e curvatura dessas linhas. Também as células complexas detectam “linhas”, mas diferem das simples na medida em que detectam linhas que cobrem grandes áreas da retina e que são fundamentalmente invariantes. Ao passo que as pequenas linhas detectadas pelas células simples são susceptíveis de sofrer grandes variações (p. ex., as linhas que numa cena visual formam um animal que se desloca ou se ergue), as grandes linhas detectadas pelas células complexas são mais estáveis, mas resultam de uma reunião de maiores níveis de informação (p. ex., a linha do horizonte, numa paisagem onde árvores ou animais lhe causam várias obliterações). É que várias células simples detectando linhas numa mesma orientação *convergem* para uma célula complexa, a qual faz a síntese dessa reunião de linhas e orientações. Só após o tratamento da informação retiniana por linhas em V1 é que a informação é transmitida às áreas associativas V2 e V3, onde são então tratados e associados aspectos do estímulo como a forma, a cor, a orientação ou o tamanho. Esta associação informativa é dividida e tratada em dois sistemas de análise, mais ou menos autónomos; o lobo temporal inferior (ITL), o sistema «*o quê*» onde se define o que é o objecto; e o lobo parietal posterior (PPL), o sistema «*onde*» que trata a localização espacial do objecto. A codificação do objecto enquanto tal, que ocorre no lobo temporal inferior (via ventral, IT), em particular no complexo occipital lateral (LOC) parece ser responsável pelas informações fundamentais do estímulo (forma, cor, orientação, tamanho), destacando-as, por diferenciação de proximidade e estabilidade, em relação ao fundo, assim identificando o objecto [Hubel, 1995, caps. 4, 5]).

A teoria de Biederman é então uma proposta epistemológica para algumas das características da sintonização destas células. Porque impõe-se a pergunta: porque é que o sistema visual humano preferiu tratar a informação proveniente dos estímulos primeiramente através de linhas e se afinou para essa tarefa?

§178. A *RBC* aplica-se sobretudo ao reconhecimento de objectos. Se os objectos, segundo ela, se conhecem pela figura, é necessário perceber como se apura a figura. Para Biederman apura-se pela informação de contrastes em regiões de homogeneidade, contrastes que produzem contornos. É verdade que há casos de objectos onde logo à partida é claro que a figura não é suficiente para catalisar o processo de reconhecimento, sobretudo em casos de reconhecimento de objectos *intraclasse* (pelos contrastes na figura pode distinguir-se um *burro* de uma *zebra*, mas não se distingue um *pêssego* de uma *nectarina*). Nesses casos, são os gradientes, ou características de superfície que assistem o processo de reconhecimento. Nada garante então que também os elementos dos gradientes do estímulo visual como sejam a cor, a textura, o padrão ou o brilho não entrem no esquema da composição da figura [Biederman, 1987b, 118].

Biederman supõe (sustido em estudos onde verificou igual eficácia no reconhecimento de um objecto quer contivesse toda a informação visual normal, quer apenas os contornos) que estas características de superfície sejam indexes secundários ou acessórios no *primal access*. Elas são importantes quando a extracção directa do contorno e o reconhecimento através da figura não são suficientes. Além disso, tais propriedades são muito susceptíveis a variações e a acidentes do ponto-de-vista e ao contexto de recepção da informação. E nesse sentido, elas não conseguem uma «*variação preservadora da identidade*» <*identity preserving variation*> [DiCarlo, 2015]: um mesmo objecto colorido, em dois contextos luminosos distintos, pode ter cores distintas. Se a cor for fundamental para a *identidade* do objecto e seu consequente reconhecimento, essas variações podem conduzir a erro.

Ora, se o sistema perceptivo se ergue sobre uma afinação natural dos seus receptores e processadores para a detecção de linhas e contornos, terão de ser outras propriedades da informação visual a merecer tratamento preferencial ao sistema perceptivo. Para Biederman, essas propriedades são as que oferecem maior homogeneidade e, por oposição, as que propõem pontos de ruptura à homogeneidade. Assim, o sistema perceptivo começa por extrair as linhas presentes no estímulo visual¹⁶⁷. Essas linhas são detectadas através de filtragens especializadas: o sistema perceptivo detecta e regulariza linhas que se comportam *colinearmente* (i.e., aproximadamente rectas) e, por contraste, linhas que se comportam *curvilinearmente*, (i.e., curvas). Mas o contraste pode conhecer

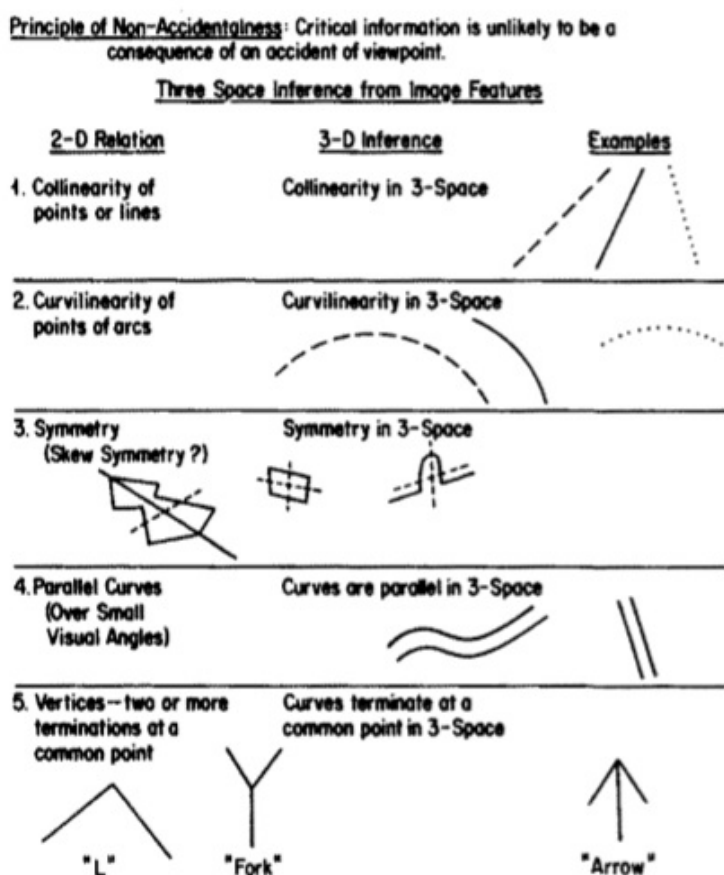


Fig. 7: Tipos de relação não-acidental [Biederman, 1987b, 120].

pontos ainda de maior ruptura, pontos onde as linhas, embora continuem a descrever uma figura, “quebram”. Assim, um sistema perceptivo teria de estar afinado para detectar os vértices formados pelas linhas nos seus pontos de ruptura de continuidade. Esses vértices, quer em figuras bidimensionais, quer tridimensionais, configuram uma terceira propriedade para a qual o sistema perceptivo estaria afinado, a *coterminação* das linhas¹⁶⁸. A colinearidade e

¹⁶⁷ Paralelamente, veio a verificar-se que esta extracção de contornos era modelizada por detectores sensíveis à frequência e orientação de um estímulo, através da convolução (medição da área resultante da sobreposição de duas funções resultante do deslocamento existente entre elas) de vários kernel (matriz quadrada usada em processamento de imagem para aumentar ou diminuir a intensidade da informação, nomeadamente, *pixels*). Isto é o que se denomina por filtro Gabor <Gabor filter>, muito eficaz na mimetização dos processos de extracção de contornos percebidas nos cérebros dos primatas. Para o detalhe técnico e formal desta ferramenta, remeto para [Henriksen, 2007, 85-93].

¹⁶⁸ Uma suposição importante, que vem de Marr e de Marr e Nishihara, é a de que o sistema perceptivo *deduz* a tridimensionalidade de imagens bidimensionais. Embora a tridimensionalidade seja produzida pela arquitectura da estereovisão e da sobreposição da diferente informação retiniana captada pelos dois olhos, o sistema perceptivo mimetiza essa propriedade e deduz, de uma imagem bidimensional, propriedades tridimensionais. Estudos confirmaram esta hipótese, cuja fonte é o tipo de ligações entre

a curvilinearidade, a par com a coterminação, não só permitem já descrever figuras, como permitem extrair propriedades das figuras: as características das suas arestas (curvas ou rectas), e a tipologia dos seus vértices (tipo de ângulos que formam). Para Biederman, o sistema perceptivo está afinado para mais dois atalhos: a *simetria* (e por contraste a *assimetria*), que permite reconhecer, através de cortes sobre o eixo principal dos objectos, a informação de um dos lados como igual (ou aproximadamente igual) à informação do outro lado; e o *paralelismo* (e por contraste o *não-paralelismo*), ligado à simetria, e que permite extrapolar, de uma dada propriedade do contorno, propriedades semelhantes para o reflexo do contorno. Estas duas propriedades em particular só podem assumir-se serem atalhos perceptivos (ou afinações) eficazes se também se assumir que a síntese das figuras está afinada para perceber o *eixo da estrutura* dos objectos e sobre esse eixo, guiar-se por estas propriedades. O eixo escolhe-se procurando aquele que maior comprimento determina na figura e que privilegia quer a simetria quer a constância no corte transversal (uma espécie de *média* da figura; vide [Biederman, 1987b, 125]).

Estas propriedades, que Biederman postula como afinações intrínsecas ao modelo teórico perceptivo que está a desenvolver, são as propriedades estruturais e estruturantes da percepção que maior estabilidade demonstram à variação da apresentação dos

Some Nonaccidental Differences Between a Brick and a Cylinder

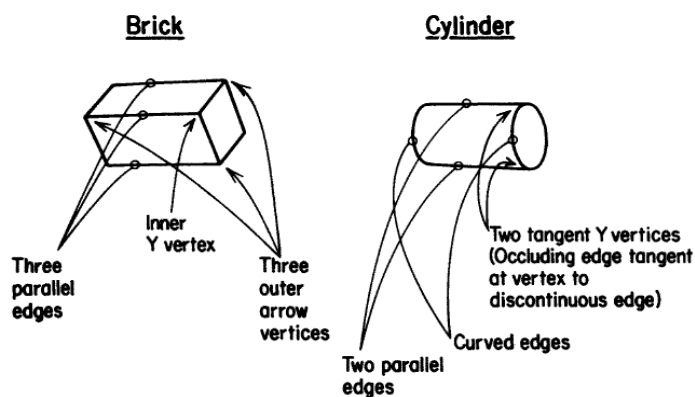


Fig. 8: Diferenças de propriedades não-acidentais entre dois géons [Biederman, 1987b, 121].

objectos e aos acidentes de ponto-de-vista. É por isso que Biederman as nomeia de *propriedades-não-acidentais* <NAP>, lastro da dedução da estrutura geónica dos objectos¹⁶⁹. Elas assentam e apoiam-se noutras suposições acerca do modelo perceptivo: a extracção de contornos e o

vértices, e é por isso que as suposições destes autores valem quer para imagens bi, quer tridimensionais (p. ex., [Biederman, 1987b, 119]).

¹⁶⁹ Biederman bebe esta classificação, e a própria noção de propriedades não-acidentais, de um trabalho de 1983, de A. Witkin e J. Tenenbaum, *The role of structure in vision*.

comportamento regularizador e compensatório do sistema perceptivo sobre a informação recebida¹⁷⁰.

Partial Tentative Geon Set Based on Nonaccidentalness Relations







Geon	CROSS SECTION			
	Edge Straight S Curved C	Symmetry Rot & Ref ++ Ref + Asymm -	Size Constant ++ Expanded - Exp & Cont --	Axis Straight + Curved -
	S	++	++	+
	C	++	++	+
	S	+	-	+
	S	++	+	-
	C	++	-	+
	S	+	+	+

Fig. 9: Alguns dos géons deduzidos da variação de propriedades não-acidentais [Biederman, 1987b, 122].

Todavia, a característica a ressalvar do leque das *NAP* é que todas elas são de natureza *qualitativa* e não de natureza quantitativa/métrica.

Esta característica é de todo o relevo, pois salvaguarda exigências de Biederman acerca da velocidade de computação da informação. A interpretação e cálculo de propriedades métricas seria muito taxativa para a interpretação da informação, ao passo que propriedades qualitativas, dentro de um conjunto reduzido, são rapidamente reconhecidas e distinguidas, permitindo rápido acesso aos passos seguintes de processamento de informação:

«[...] o conjunto particular de propriedades não-acidentais [...] pode constituir uma base perceptual para a geração do conjunto de componentes. Qualquer primitiva tomada como hipótese na base do reconhecimento de objectos deveria ser rapidamente identificável e invariante sob ponto-de-vista e ruído. Estas características devem ser alcançáveis se as diferenças entre as componentes fossem baseadas em diferenças nas propriedades não-acidentais. [...] Estas cinco relações reflectem intuições sobre diferenças perceptuais e cognitivas significantes entre objectos» [Biederman, 1987b, 121, sm]. Estas propriedades não-acidentais constituem então o leque de propriedades que encaminham para a dedução dos géons fundamentais, entre eles o *tijolo*, o *cilindro*, o *cone*, a *cunha* e o *toro*. Elas constituem a estrutura fundamental *invariante* dos géons, i.e., indicam os *atributos* necessários a que os *géons* devem responder.

¹⁷⁰ Princípios da Gestalt que Biederman reclama ter integrado num quadro teórico satisfatório: em lugar de princípios vagos e arbitrários, conseguiu demonstrar uma sua aplicação específica e precisa – não ao todo do estímulo visual, mas apenas à síntese das suas componentes, os *géons*; [Biederman, 1987b, 126].

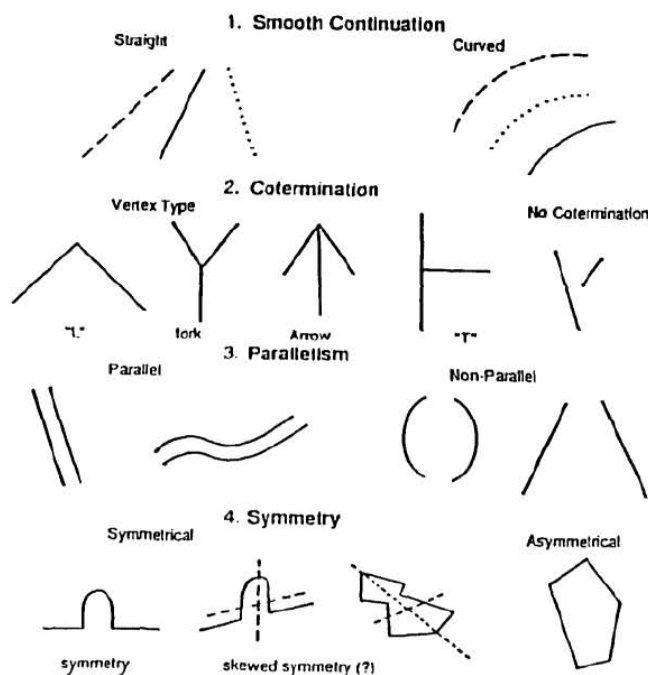


Fig. 10: contrastes em algumas das propriedades do corte transversal dos géons (continuidade, coterminação, paralelismo e simetria) [Biederman, 1995, 127].

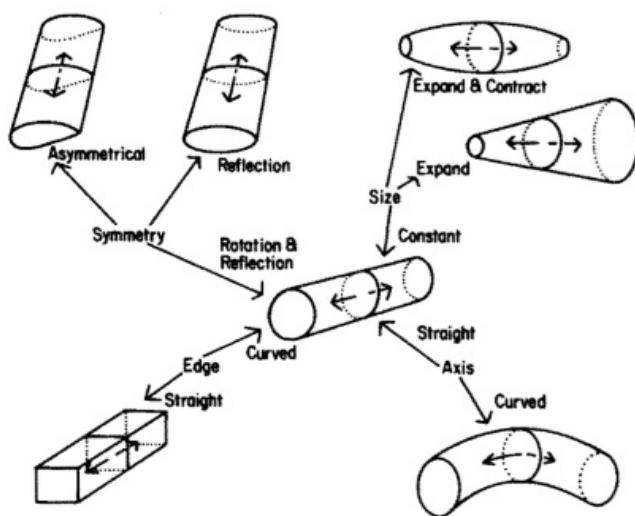


Fig. 11: variações sobre atributos do corte transversal de um géon: simetria, tamanho, limites e eixo [Biederman, 1987b, 122].

§179. Mas Biederman procura não pensar os géons como estruturas volumétricas rígidas. No acto perceptivo, cada géon pode sofrer variações na sua estrutura fundamental, o que lhe dá elasticidade. Isso alcança-se se a cada um dos atributos acima mencionados se atribuir um valor. Uma vez mais, Biederman não pensa em valores métricos, mas em valores qualitativos (neste caso, positivos ou negativos ou, p. ex., no caso da tipologia dos vértices, T, Y, V ou a “seta”). Variando cada um destes atributos, os géons *deformam-se*, ajustando-se a variações qualitativas da representação: «da variação sobre apenas dois ou três níveis nas relações não-acidentais de quatro atributos de cilindros generalizados, pode gerar-se um conjunto de 36 géons» [1987b, 121]¹⁷¹.

Ora, é bom de ver como Biederman imputa ao sistema perceptivo um conhecimento

¹⁷¹ A meu ver, o conjunto de variações que Biederman propõe como preservando a estrutura invariante de cada géon promove situações um pouco estranhas. P. ex., reconhecendo numa figura o géon cilindro como tendo uma expansão ortogonalmente assimétrica ao longo do corte transversal do seu eixo faz na verdade com que o géon seja uma secção cónica e não um cilindro. Bem certo que, do ponto-de-vista geométrico e computacional a diferença é muito subtil e, em larga medida, é por isso que a teoria dos géons faz subsumir cilindros e secções cónicas nos cones generalizados. Mas do ponto-de-vista perceptivo é discutível se estas variações não serão significativas.

inerente das condições fundamentais para realizar um exercício espontâneo de geometria. O sistema perceptivo seria um géometra natural e espontâneo. Extrai as noções primitivas (pontos e linhas), aplica-lhe regras de definição e construção, deduz um conjunto de sólidos primitivos e, sobre esses sólidos, efectua operações de transformação mais ou menos elásticas. Tudo isto com o objectivo de *representar*, com mínimo esforço e máxima amplitude, o vastíssimo leque de estímulos que lhe chegam. Porque estas operações de regularização e geometrização são efectuadas *sobre* os estímulos visuais recebidos.

Tem-se como resultado deste conjunto de axiomas a geração dos *géons*. Sobre as diferenças entre propriedades não-acidentais entre cones generalizados, Biederman calcula que se obtém um número de trinta e seis géons primitivos. Mas é evidente para o autor que apenas uma de cada 36 primitivas não é suficiente para representar a vasta maioria das figuras dos objectos. De resto, embora haja figuras que possam ser bem descritas por apenas uma primitiva volumétrica – um tijolo pode ser descrito por um paralelepípedo, ou uma laranja por uma esfera¹⁷² – a verdade é que a maior parte dos objectos têm figuras cuja descrição requer mais do que um géon. Esta ideia configura a alínea c) da minha descrição do *primal access*, e é outra afirmação forte da teoria: para o sistema perceptivo, a identidade figural de um objecto consiste num arranjo de partes simples, o que Biederman chama «*geon feature assemblies*». O sistema perceptivo extrai regularidades da informação de um objecto, as quais permitem desmontar o objecto em figuras simples e atalham a compreensão da sua estrutura.

Biederman chama a esta operação «*segmentação*» <*parsing*>, variação sobre a ideia de modularização de Marr (infra §§182-185). O *princípio de segmentação* <*parsing principle*> é simples: os objectos são divididos em subpartes nas zonas que apresentam máxima *concavidade* nas suas figuras. A noção de concavidade entronca na noção geral de ruptura na homogeneidade. Surgindo uma ruptura num *géon* – que é uma estrutura

¹⁷² A esfera e o cubo configuram casos especiais no leque das primitivas de Biederman. Embora sejam tomadas como «*casos especiais*» [Biederman, 1987b, 128], pela regularidade nos valores de cada atributo, a verdade é que a maior parte das vezes não são mencionados nas tabelas de primitivas volumétricas. Quanto ao cubo, é bom de ver que ele é um caso especial do *tijolo* (paralelepípedo), fazendo variar para número igual os diversos valores de cada um dos seus atributos; quanto à esfera, o caso é mais complexo, tanto mais que, a meu ver ela não é dedutível de nenhum dos outros géons, tem de ser *primitiva*. Embora Biederman, p. ex. no trabalho fundamental [Biederman, 1987b, 118], refira que a esfera está entre as primitivas volumétricas elementares, e em [Biederman et al., 1993a, 178], a refira como o caso onde existe maior invariância à variação de ponto-de-vista, a verdade é que nunca vemos a esfera incluída no leque final das primitivas geónicas. Talvez seja simplesmente assumida; o facto é que Biederman nunca dá um elenco final do que considera serem os géons primitivos, embora em [Biederman, 1987b, 122] afirme que a «*a família completa dos géons tem 36 membros*».

sólida e *contínua*, i.e., não tem concavidades – este perderia a sua integridade, pelo que o sistema perceptivo detecta esse ponto como o momento onde a figura deve ser dividida e os diferentes elementos de divisão são combinados com primitivas volumétricas regulares. Biederman começou por assumir que três *géons* seriam suficientes para descrever as partes de qualquer objecto. Porém, em objectos complexos com muitas concavidades, esse número de primitivas talvez não seja suficiente. Não obstante, a divisão do objecto nas zonas de concavidade e respectiva divisão por primitivas permite uma espantosa economia perceptiva; adiante, veremos porquê.

Ora, esta hipótese toma fôlego com os resultados de estudos de neurofisiólogos como Tanaka, Tanifuji, Kobatake, Vogels e Kayaert [Biederman, 2007, 81 e ss.], que recolhendo imagens do cérebro de primatas em actividade, perceberam haver no lobo temporal inferior células altamente selectivas a partes específicas de objectos: quando partes desses objectos eram removidas das imagens, algumas dessas células deixavam de estar activas ou reduziam a sua actividade. Mais ainda: há figuras às quais as células neuronais se mostram mais sensíveis, as figuras regularizadas. *«A diferença numa figura regular, por exemplo, entre um círculo e um quadrado, produziu uma modulação absoluta muito mais marcada (ou seja, mudanças na activação, quer intensificação, quer redução) que uma mudança numa figura altamente irregular [...]. Se as figuras irregulares diferiram numa NAP (p. ex., com contornos curvos, contra contornos rectos), as células modularam mais, sugerindo que a sensibilidade às NAP pode ser testemunhada até com figuras irregulares»* [id., 82-83].

§180. A partição do objecto socorre-se portanto de um princípio implícito de *boa gestalt*, i.e., da detecção de uma estrutura fundamental na figura e sua regularização, ideia forte do título do programa teórico de Biederman, *reconhecimento-por-componentes*. O aparelho perceptivo visual será um *detector* de estruturas, um *regularizador* de estruturas e um *conector* de estruturas. Eis os três princípios fundamentais da teoria atribuídos à síntese reconstrutiva operada pela percepção.

Ora, se as primitivas são aglomeradas, têm de sê-lo não só segundo um regime de isomorfismo, i.e., mapeando na aglomeração dos *géons* as conexões reais do objecto ou figura percebida, mas é também necessário descobrir que conexões são admitidas entre *géons* e elencá-las. Este ponto não se prende apenas com a computação das relações géónicas. A partir do momento em que a vasta maioria dos objectos são *arranjos de*

propriedades geónicas (<geon feature assemblies>), as conexões admitidas entre géons são tão importantes como as propriedades que permitem deduzir os géons primitivos: são os diferentes modos de conexão entre géons que permitem a descrição estrutural de diferentes objectos. Assim, «um toro curvo conectado lateralmente a um cilindro pode produzir uma caneca [...]; quando [...] está conectado ao topo de um cilindro [pode produzir] um balde» [Biederman, 1987b, 118].

Biederman propõe como *minima* das conexões entre quaisquer dois géons quatro tipos de conexões principais: i) *tamanho relativo*: um géon é maior, menor ou de tamanho igual ao qual está conexo; ii) *verticalidade*: um géon está conectado por cima, por baixo ou pelo lado a outro géon; iii) *centramento*: dois géons podem estar conectados extremidade-com-extremidade ou extremidade-com-lado, caso em que a ligação pode ser *centrada* ou *descentrada*; e iv) *tamanho relativo das superfícies a unir*: visto que, excepto a esfera e o cubo, todos os géons terão superfícies maiores e superfícies mais pequenas, é necessário determinar o tamanho das superfícies de cada géon entre si conectadas ([Biederman, 1987b, 128], [Biederman, 1988a, 396-397]). Dadas estas quatro relações fundamentais, Biederman calcula que haja virtualmente 74.649 objectos descritíveis com apenas dois géons.

Estão apresentados os axiomas, as primitivas e as relações entre primitivas. Parece-me que resultará claro que o exposto não está longe da proposta, bem certo informal e carente de rigorosa formalização¹⁷³, para a construção de uma geometria natural *efectuada pelo sistema perceptivo*. Digamos, o sistema perceptivo *qua* géometra teria, para Biederman, esta estrutura.

§181. A invariância perante a mudança de ponto-de-vista é a *crux* das tentativas de modelizar a percepção visual. Este problema tem raízes fundas que remontam a um ainda mais estruturante e complexo problema da organização perceptual humana; Biederman chama-lhe *binding, grouping* ou *codificação da posição relativa* ([Biederman et al., 2011, 1], [Biederman et al., 1992a, 484], [Biederman, 1995, 146]), i.e., a capacidade de o sistema perceptivo perceber as ligações adequadas entre os elementos de figuras e agrupá-las respeitando uma identidade figural¹⁷⁴. O sistema

¹⁷³ Em correspondência pessoal, o Prof. Biederman afirmou que «*embora eu nunca tenha axiomatizado a RBC, calculo que isso pudesse ser feito*» (mensagem de 30.01.013).

¹⁷⁴ «*O binding refere-se à representação da conjunção de atributos [...]: dado um conjunto de atributos que é apresentado num estímulo ao sistema, como é que ele pode representar a configuração adequada dos atributos para definir um determinado objecto?*» [Biederman et al., 1992a, 484].

perceptivo, no emaranhado de estímulos, extrai as boas relações que permitem agrupar os elementos dispersos e a partir daí constituir as figuras. Mas como é isso alcançado? O caso é particularmente difícil para cenas com vários objectos, ou em cenas onde partes de objectos estão oclusas ou interrompidas por outros objectos. Como é que um sistema consegue, detectando atributos qualitativos e relações entre atributos, perceber que tais atributos pertencem a um objecto e não ao outro que lhe é imediatamente contíguo? Como se faz a correcta diferenciação dos estímulos por forma a obter a adequada organização perceptual? Trata-se do problema da *catástrofe de sobreposição* <*superposition catastrophe*>, no termo de von der Malsburg [Biederman et al., 1992a, 485], que complexifica a tarefa de segmentação do todo de um estímulo ou cena visual.

Até ao momento, apesar de modelos com respostas interessantes para diversas secções do problema, não há uma explicação satisfatória e abrangente para a estrutura fundamental que viabiliza todo o conjunto deste programa cognitivo. E o problema coloca-se quer ao nível de um mesmo objecto, quer ao nível da relação entre diferentes objectos no espaço. Jean Petitot escreve o artigo *Géométrie de contact et champ d'association dans le cortex visuel*, para, entre outros pontos, oferecer uma modelização matemática ao problema da integração dos pontos (locais) — detectados pelo córtex através da recepção autónoma por diferentes células retinianas — num mesmo contorno, numa mesma linha (multilocal) [Petitot, s/d a, §3.1, 21]. Ou seja, o problema do binding não se coloca apenas a uma escala estrutural, mas remonta ao nível das unidades mínimas da percepção visual.

Biederman e Hummel em *Dynamic binding in a neural network for shape recognition* [Petitot et al., 1992a], modelizam uma rede neural para efeitos de reconhecimento da figura tomando um hipótese posta por Peter Milner em 1974, de acordo com a qual a associação que estrutura as relações entre primitivas geométricas é um tipo de *activação dinâmica, temporária, porém sincronizada*, entre os elementos que geram a representação; para o caso, células afinadas para detectar contornos e diferentes propriedades dos contornos. No modelo JIM (John and Irv's model), os autores modelizaram uma rede neural para transcrever, de um ponto-de-vista de vista operatório, a estrutura da *RBC* tal como aqui a apresentei. O JIM é uma rede neural conexionista composta por sete camadas, desenhada para o reconhecimento de imagens representadas por contornos. A afinação e construção das duas primeiras camadas é suficiente para ilustrar o problema em causa: a Camada 1 consiste num mosaico de

células afinadas para detectar os contornos das figuras, respondendo à orientação destes contornos, à sua curvatura, e para detectar se o contorno termina no campo receptor da célula ou se prolonga para o das células seguintes — é importante referir que os campos receptores de cada uma destas células sobrepõem-se ao campo receptor das células contíguas, a fim de estabelecer uma continuidade possível entre a estimulação de cada célula [Biederman et al., 1992a, 485, 487]; a informação de contornos extraída de C1 transita para a Camada 2, um mosaico onde agora as células respondem aos vértices, eixos e manchas formados pelos contornos detectados em C1 [ibid.]. Ora, logo ao nível destas primeiras camadas impõe-se o *binding problem*: como é que se agrupam certos contornos num mesmo objecto ou em objectos diferenciados?

Sem aqui detalhar, a proposta de Biederman e Hummel é a de sincronizar o resultado do tratamento de cada célula (o seu *output*, que acontece quando ela é activada) através de um *FEL* <*fast enabling link*>, tipo de ligação extremamente rápida (com efeito, simultânea) que conecta duas células excitadas com informação *afim* [id., 489]. Quando um conjunto de células detecta informação afim, disparam sincronamente através da *FEL* que as liga, e fazem-no temporariamente. Este disparar síncrono e temporário (em fases) é como se tornasse evidente uma constelação de elementos que determina uma unidade consistente. Contudo, tal mecanismo carece da prévia determinação do conjunto de propriedades que pode induzir duas células distantes a conectarem-se. Visto que estamos a uma escala celular, Biederman e Hummel estabelecem três condições para a activação simultânea de células. A primeira condição é a codificação local “grosseira” de contornos de imagens; i.e., se duas células com campos receptores que se sobrepõem detectam um contorno com a mesma curvatura e aproximadamente a mesma orientação, activa-se um *FEL* que as liga, indicando que a informação que estão a detectar pertencerá a um mesmo todo. A segunda condição respeita as coterminações de vértices: se uma célula detecta um contorno que termina nela e outra célula detecta um contorno que estabelece um vértice consistente com a terminação detectada pela célula anterior, as duas células activam-se em simultâneo, indicando uma possível relação. A terceira condição é importante para o caso de estímulos (contornos) que não são dados na sua totalidade, dos quais há, p. ex., partes oclusas; digamos, mimetiza o efeito dos contornos amodais de Gaetano Kanizsa¹⁷⁵. Os autores chamam a esta condição

¹⁷⁵ Em 1979, Kanizsa descobriu que o sistema perceptivo é capaz de *preencher* um contorno quando partes dele não são dadas, i.e., dados *bons índices* para figuras incompletas, o sistema perceptivo gera-as, *auto-sugestiona-se* figuras. Esta constatação, embora não desvele o mecanismo perceptivo por detrás da extracção dos contornos, funciona como pedra-de-toque para a pressuposição fundamental da *RBC*, de acordo com a qual o sistema perceptivo visual é um natural extractor e gerador de contornos.

colinearidade distante através de terminações isoladas: se duas células representam terminações isoladas, se as suas orientações são complementares, e se são colineares, mesmo que haja uma zona entre essas células onde não são detectados estímulos que activem um contorno contínuo, ainda assim dá-se a activação de um *FEL*, pois tudo indica que a síntese de contorno sem terminação (p. ex., sem formar um vértice), orientação e colinearidade indiciam a pertença a um mesmo objecto. O caso da colinearidade foi escolhido pelos autores por razões de simplicidade.

Naturalmente, estas três condições e os *FELs* que elas activam não se estabelecem apenas entre duas células, mas entre grupos de células desenhadas para partilhar informação que implique afinidades; mais importantemente, são células que, embora especializadas, são susceptíveis de tomar parte na activação de diferentes representações. Essa activação dá-se por fases: uma constelação de células activa-se para detectar uma estrutura representacional; quando se desactiva, células que dispararam na detecção da estrutura anterior, podem agora activar-se para tomar parte na representação de outra estrutura (p. ex., no caso de dois objectos que se intersectam). Esta activação faseada e temporária das células indicia, como Biederman bem percebeu (p. ex., [Biederman, 1995, 147]), aspectos da atenção e da focagem visual.

Esta engenhosa modelização (cuja correspondência aos sistemas biológicos é ainda especulativa) abre para um problema *infra-geónico*, no sentido em que diz respeito ao design da estrutura que recebe os estímulos que, por sua vez, de um modo ou outro, se organizam em estruturas maiores (para o caso, os *géons*). Por outro lado, resulta claro que a complexidade de ligações neurais para a activação de conexões estruturais da informação visual não deve ser privilégio de grupos de células especializadas apenas na detecção de contornos e manchas. P. ex., para a complexa terceira condição, devem concorrer aspectos de gradiente (textura, cor, ou até focagem), que devem ser detectadas por outros blocos de células especializadas para essas propriedades, e que, ainda assim, devem estar desenhadas para a activação de ligações entre células pertencentes a blocos com afinações diferentes.

Serve isto para demonstrar que a compreensão do funcionamento dos elementos que estruturam informação em núcleos ontologicamente consistentes (figuras, objectos) está pejada de obscuridades. Propôr que células unitárias especializadas estejam desenhadas para partilhar informação afim, implica toda uma série de complexos mecanismos que são, por si, um campo de análise. A natureza de um *FEL* (postulado como ferramenta

intrínseca à arquitectura da rede neural) encerra todo um projecto de investigação. Esta pequena incursão pelos problemas da individuação geónica dos objectos percebidos dá conta das obscuridades teórico-técnicas implicadas a montante da teoria. A falta de clareza nesse ponto, não impede todavia que o sistema perceptivo não agrupe com sucesso informação proveniente de diversos pontos do campo visual, detectando nela relações que permitem agrupá-la ou desagrupá-la. A descrição geónica é um momento teórico adiante desta obscuridade e, enquanto proposta, goza de alguma independência.

Interessa então concluir que o agrupamento estrutural de informação, o *binding*, é uma virtude de filtros especializados a níveis inferiores da camada onde tal agrupamento se efectiva, para o qual concorrem, talvez, afinações celulares para propriedades específicas (contornos, vértices, orientação, etc.), partilhadas por grupos de células que se activam consoante a informação detectada vai sugerindo padrões.

§182. Antes de passar à alínea ii) do segundo grupo, a da *correspondência-na-memória*, vou analisar o primeiro grupo, o das pressuposições, pois nele estão concepções importantes para a concepção da memória e do reconhecimento.

A *RBC* procura compreender como consegue o sistema visual humano rapidamente *reconhecer* objectos numa cena visual. Esta ideia-base tinha já sido trabalhada por David Marr em [Marr, 1976]¹⁷⁶ e por Marr e Nishihara num artigo de 1978, *Representação e reconhecimento da organização espacial de figuras tridimensionais*

¹⁷⁶ Ainda que aí Marr se dedique apenas à definição das condições do estabelecimento do *primal sketch* (a que Biederman chama quer *primal access* quer *priming*), i.e., «uma descrição primitiva, mas rica, das mudanças de intensidade que estão presentes numa imagem» [Marr, 1976, 486]. Trata-se dos elementos esquemáticos fundamentais à apreensão da figura de um objecto e sua consequente computação. Todavia, a ideia fundamental de Marr é que a análise figural operada pelo sistema cognitivo é feita sobre este *primal sketch* e não sobre dados brutos da percepção (enquadrando a hipótese de Marr dentro do conjunto de teorias que assumem *representações intermédias* entre *input* e *output* (vide [Biederman et al., 1993a, 178]); a meu ver, tal ideia consagra-se logo como uma extensão do esquema kantiano para o caso da representação intermediária dos conceitos). O *primal sketch* funciona como uma espécie de interface entre o aparelho cognitivo e os estímulos que recebe. Nesse trabalho, Marr debruça-se sobre os elementos de mudança de intensidade numa cena visual (contornos, linhas, manchas, posição, orientação, pontos-limite, contraste, tamanho e dispersão dos objectos), mas não faz propostas para os elementos *primitivos* da percepção das figuras, conforme farão a sua aparição fundamental no trabalho com Nishihara de 1978.

Interessa também dizer que o uso destes termos por Biederman não é completamente consentâneo com o seu significado mais comum na psicologia. De modo geral, na psicologia e nas ciências cognitivas o termo técnico *priming* é sinónimo de um efeito mnemónico de sensibilidade a um estímulo após prévia exposição a outro estímulo similar ou afim. Biederman usa o termo *priming* com este sentido, (p. ex., [Biederman et al., 1999a], [Biederman et al., 2006] e nos estudos sobre a percepção de imagens das quais foram eliminadas partes de contornos); outras vezes usa-o como sinónimo do acesso às condições fundamentais de activação da representação da figura, caso em que é sinónimo de *primal access*. Prefiro o termo *primal access*, pois além de ser mais exacto, é também o termo mais usado pelo autor para a operação específica de indexação das propriedades estruturais que catalisam um reconhecimento.

[Marr, Nishihara, 1978]. O âmbito era o do problema da computação de informação obtida através das imagens retinianas com vista ao desenvolvimento de um modelo operacionalizável em inteligência artificial. Aí se encontram fundamentos importantes para o projecto teórico de Biederman.

A proposta teórica de Marr e Nishihara também assentava na percepção dos *contornos* que determinam as figuras¹⁷⁷ dos objectos. Logo no sumário do artigo, anunciavam que iriam considerar três aspectos do *design* de uma representação¹⁷⁸. O primeiro é o «*sistema de coordenadas da representação*», i.e, a eleição de um *espaço representativo métrico*. Ele abre para o problema fundamental da modelização da percepção: a estabilidade do reconhecimento visual mesmo quando há mudança de ponto-de-vista. Na capacidade de reconhecer a identidade de um objecto, mesmo quando a sua figura sofre alterações, revela-se a grande engenhosidade da percepção. Na medida em que os autores procuraram apenas contornar o problema do ponto-de-vista a partir do qual um objecto é descrito¹⁷⁹, portanto, o modo como as representações vão ser descritas dentro do modelo que propõem, razões matemáticas da simplicidade e da referência objectiva das descrições levaram-nos a preferir que o sistema de coordenadas da representação fosse centrado no objecto e não num sujeito [Marr, Nishihara, 1978, 273]. Ora, a ser centrado no objecto, e a crer que o sujeito o reconheça mesmo sob variação, implica que haja um conjunto de propriedades invariantes que activem no sujeito a representação adequada do objecto, independentemente da variação. Como referi, este problema revelar-se-ia a *crux* das modelizações do reconhecimento visual e a meu ver não é só um problema computacional, tem implicações filosóficas, pois estabelece uma relação com a estrutura ontológica dos objectos e o efeito que ela tem na estabilidade das representações mentais: que propriedades determinam a estrutura fundamental de um objecto, a sua invariante onto-epistemológica, de tal modo que a sua identidade seja clara para o sujeito que o percebe quando a sua apresentação não é familiar?

¹⁷⁷ *Figura* <shape> é um termo reservado pelos autores à descrição «da geometria da superfície física de um objecto» [Marr, Nishihara, 1978, 270].

¹⁷⁸ Por *representação*, os autores entendem «o esquema formal para descrever a figura ou alguns aspectos da figura, em conjunto com as regras que especificam como o esquema é aplicado a qualquer forma particular» [Marr, Nishihara, 1978, 270]]. Notem-se já as profundas ressonâncias da formulação do esquematismo kantiano, ainda que os autores não lhe façam qualquer referência.

¹⁷⁹ Por *descrição* entendem «o resultado de usar uma dada representação para descrever uma dada figura» [Marr, Nishihara, 1978, 270].

§183. Também os outros dois aspectos, não enquanto hipóteses de investigação mas enquanto pressuposições a respeito do sistema cognitivo humano, apelam a afirmações teóricas fortes; pois conforme é proposto na discussão do artigo [Marr, Nishihara, 1978, 292], os autores querem tirar consequências para estudos análogos levados a cabo em psicologia. Biederman seguirá uma das hipóteses aí colocadas. Esses segundo e terceiro aspectos dizem respeito às «*primitivas*» do design da representação, i.e., «*as unidades primárias da organização da figura usadas na representação*» mental [id.], as quais, propõem os autores, devem incluir «*primitivas volumétricas de tamanhos variados*» que devem ser «*modulares*», i.e., divisíveis ou segmentáveis. Ou seja, tendo que escolher os “átomos” de uma representação, os autores sugerem que seriam volumes, primitivos (e suponho que se refiram a um conjunto finito, invariante e postulado), os quais se organizam por partes. Os autores não escondem o artificialismo dos parâmetros que escolhem para a representação, descrição e organização da figura; mas na hipótese que ensaiam há que fazer *escolhas* quanto ao *design* das representações, escolhas que funcionam como hipótese para um modelo teórico ([id., 272]; e, sublinho, hipóteses desenvolvidas para responder a problemas de reconhecimento de figuras dentro de quadros de inteligência artificial).

Não obstante, embora concebido para a inteligência artificial, este modelo perceptivo é inspirado em sistemas perceptivos biológicos, sobretudo o humano, e procura ser seu análogo¹⁸⁰. Não me ocuparei aqui com a questão da construção de sistemas de inteligência artificial, portanto verto as hipóteses e pressuposições dos autores para o caso do sistema perceptivo humano, especificamente para a percepção visual. Assim, as escolhas dos autores a respeito do design da representação dentro do sistema perceptivo construído traduzem-se nas seguintes hipóteses: a) a percepção humana, quanto ao reconhecimento de figuras tridimensionais no espaço, é primeiramente exercida sobre unidades primárias, as *primitivas* da percepção; b) essas unidades primárias *decompõem* o objecto percebido, e portanto o todo do objecto percebido é um agrupamento em módulos dessas primitivas¹⁸¹.

¹⁸⁰ Os autores não explicitam essa ligação, mas ela pervade o texto e era uma das ambições admitidas por David Marr em [Marr, 1976].

¹⁸¹ Esta decomposição tem a ver com a necessidade de o sistema perceptivo *decompor* a informação a fim de ser capaz de tratá-la. Segundo [Poggio, 1981, 2], «*a suposição central da abordagem de Marr é a de que a visão é primariamente uma tarefa de processamento de informação complexa, com o objectivo de apreender e representar os vários aspectos do mundo que nos são úteis. [...] A informação processada [...] tem de ser compreendida em níveis diferentes, porém inter-relacionados*».

Num sistema construído artificialmente, estas condições perceptivas são escolha dos programadores. Mas se as pensarmos para o caso humano e se tomarmos a sério estas pressuposições elas colocam questões: como se geram estas unidades primitivas? Onde se encontram? Nasce-se com elas? Desenvolvem-se por aprendizagem? Existem mecanismos intrínsecos à arquitectura cerebral que as produzem? Estão armazenadas numa determinada região cerebral – correspondendo, p. ex., à memória ou à imaginação – ou são codificações que instruem a activação de determinados padrões neuronais)? Por outro lado, como é que o sistema perceptivo humano escolheria os pontos de decomposição da figura, i.e., que heurísticas *simplificam a complexidade*?¹⁸²

§184. Numa das mais ousadas suposições do artigo¹⁸³, os autores afirmam que «o reconhecimento da figura envolve: (i) uma colecção de descrições da figura armazenadas¹⁸⁴ [supõe-se, na memória] e (ii) vários indexes ligados a essa colecção que permitam que uma descrição nova seja associada à descrição armazenada apropriada» [Marr, Nishihara, 1978, 269]. Duas das questões que acabei de levantar obtêm então imediata resposta dos autores e convertem-se em duas novas ousadas suposições teóricas. À questão de saber onde encontrar as unidades primitivas, os autores sugerem que exista uma colecção de *descrições da figura* que estão *armazenadas* algures no «hardware» do aparelho cognitivo; pode simplesmente chamar-se-lhe *memória*. À questão da heurística para o reconhecimento da figura, propõem que o sistema perceptivo se tenha especializado em detectar *indexes* que relacionam cada nova percepção visual de uma figura com as descrições da figura já possuídas. Estas ideias também remontam a [Marr, 1976], onde este afirma – e explicitamente para o caso do sistema perceptivo humano – que «podemos inferir a presença no nosso equipamento perceptual de processos simbólicos que podem definir ‘pontos-index’ [*place-tokens*] de vários modos numa imagem e agrupá-los seguindo certas regras», os quais não são necessariamente homomórficos, i.e., pressupõem que o objecto seja reconstruído – para fins de tratamento cognitivo – pelo aparelho perceptivo [Marr, 1976, 484]. I.e., pressupõem que haja uma estrutura fundamental e invariante em cada categoria de figuras a qual, recorrendo em novas figuras, permite a indexação de outras figuras por relação a essa (recupere-se a analogia com a concepção kantiana do

¹⁸² A esta questão, o artigo seminal de Attneave [Attneave, 1954] virá oferecer indicações decisivas.

¹⁸³ A qual originalmente esteve – enquanto hipótese, formulada em termos bastante análogos – à cabeça da investigação que catalisou a presente dissertação.

¹⁸⁴ Na minha proposta, para o caso humano, concebi a hipótese de uma «*bolsa de formas*».

esquematismo, e aponto já para Gärdenfors, que a conceberá como uma “região de um espaço conceptual”).

No modelo de Marr e Nishihara, interessa ainda compreender a proposta da escolha das *primitivas do design da representação* para a construção do modelo do seu sistema perceptivo (D2, [Marr, Nishihara, 1978, 274]). As primitivas são definidas como «*as mais elementares unidades da representação da figura*», divididas entre o *tipo de informação* e o *tamanho* da figura que fornecem. Através destes elementos simples, as primitivas permitiriam a localização e a extensão de um objecto numa dada cena visual; em geral, para os casos tridimensionais, definiriam uma região esférica no espaço. Todavia, conjecturam os autores, se às primitivas fossem atribuídos vectores, essa região esférica alongar-se-ia numa região cilíndrica (vectores que dariam também informação sobre o comprimento e diâmetro do cilindro). Adicionando novo vector, obter-se-ia informação rotacional sobre o cilindro e um terceiro vector especificaria a curvatura no eixo da região cilíndrica, indicando a direcção e grandeza da curvatura.

Assim, ao nível de um estágio primário do tratamento da informação visual (o *entry-level*), um sistema perceptivo obteria um conhecimento *primitivo* (i.e., *primário*) dos objectos dividindo-os em unidades primitivas cilíndricas, nas quais, pressupondo um conjunto de vectores, seria possível determinar o tamanho, a orientação, a rotação e a curvatura desses componentes estruturais. Menciono estes pontos porque são hipóteses que estão na génese da *RBC*.

Como os autores notam, esta adição de vectores às primitivas é, em abstracto, arbitrariamente possível. Por isso mesmo, Biederman teve que demonstrar haver uma aproximação convincente entre o seu reconhecimento-por-componentes e a arquitectura do dispositivo visual humano, i.e., que eles concordam nas disposições geométricas que lhes são atribuídas. Biederman fará vários esforços no sentido de encontrar essa concordância (p. ex., [Biederman, 2007, 81 e ss.]).

§185. Querendo-se então preservar a analogia entre o modelo de Marr e Nishihara e o tratamento humano da informação visual nos estádios mais primários, há constrangimentos. P. ex., o *tamanho* dos objectos, pois objectos muito grandes terão talvez de ser compostos por várias pequenas primitivas¹⁸⁵, bem como a sua *escala*, uma

¹⁸⁵ Princípio de *design modular* ou de *modularidade*, postulado por [Marr, 1976, 485]: «*toda a computação volumosa deve ser dividida numa colecção de sub-processos pequenos, quase-independentes e especializados*» [Marr, Nishihara, 1978, 292]. Biederman, por sua vez, aplicando-o especificamente ao

vez que a representação de uma cena visual com muitos elementos implica que os elementos mais salientes sejam representados em detrimento dos detalhes.

Ao terceiro ponto do design de uma figura, a *organização* dos seus elementos, não são dedicadas grandes considerações, indicando apenas que preferencialmente seria modularizada, i.e., dividida em grupos estruturalmente consistentes, depois compostos em módulos maiores num arranjo consistente com os dados fornecidos pelos sistemas visuais e com as estruturas formais primitivas que os organizam. É também o desafio deste problema que Biederman vai atacar.

Estas *escolhas*, mau grado possíveis incomensurabilidades¹⁸⁶ com o sistema perceptivo humano, permitem aos autores definir um *modelo de representação tridimensional* <3-D model representation> simplificado, com as seguintes características: *centrado no objecto*, *volumétrico* e *modular* — as características que definem a *RBC*.

Persiste porém a questão de determinar o sistema de coordenadas inerente ao objecto, uma vez que se prefere uma representação centrada-no-objecto¹⁸⁷. Marr e Nishihara escolhem o eixo principal dos objectos como o elemento determinante, neste caso obtido a partir da identificação do eixo predominante dos cilindros que primitivizam a figura dos objectos. Esses eixos podem ser definidos a partir da percepção da *extensão*, da *simetria* ou do *movimento* (para o detalhe das ambiguidades a que estas definições podem conduzir vide [id., 276-7]).

A necessidade de definir o eixo das figuras leva os autores a preferir a classe dos cones generalizados¹⁸⁸ para descrever as primitivas das figuras: além de terem eixos facilmente definíveis, são matematicamente simples de determinar. E, naquilo que é

reconhecimento de figuras, chama-lhe *transversalidade*, o princípio de segmentação de partes, resultado de geometria projectiva apurado por Hoffman e Richards em 1985; vide [Biederman, 1987b, 117] e [Biederman, 1995, 129].

¹⁸⁶ Os autores desenvolvem a «naturalização» do modelo à psicologia, dando conta das incertezas da correspondência da sua escolha teórica com o efectivo funcionamento do sistema perceptivo humano: «[no sistema perceptivo humano] *usa-se uma representação tridimensional, tem[-se] uma organização modular [...] centrada no objecto? Estas questões ainda têm de ser testadas empiricamente*» [Marr, Nishihara, 1978, 293].

¹⁸⁷ Como os autores explicitam, uma representação centrada-no-sujeito colocaria o problema do ponto-de-vista do sujeito sobre o objecto, o qual não poderia ser tratado como único — a menos que tivesse informações de referência sobre o espaço, ou pelo menos de outros elementos do espaço, da cena visual — o que forçaria a um tratamento de cada ponto-de-vista, ou cada representação centrada-no-sujeito, como apenas *uma* representação possível, sendo a representação integral o conjunto de *todas* as representações centradas-no-sujeito possíveis. Do ponto-de-vista da computação da informação, esta opção apresenta-se como demasiado onerosa e indubitavelmente não corresponderia à experiência perceptiva humana.

¹⁸⁸ Um cone generalizado determina-se através de uma recta móvel (a geratriz), movendo-se ao longo de uma curva (directriz, p. ex., um círculo, uma elipse, uma parábola ou uma hipérbole), passando por um ponto fixo (um vértice). A equação para os cones generalizados tem a vantagem computacional de ser muito semelhante à equação para os cilindros.

surpreendente na hipótese do modelo Marr-Nishihara, as formas naturais e alcançadas por crescimento seriam descritíveis, de modo aproximativo e grosseiro, por um ou mais cones generalizados. Essa pressuposição — fundamental para Biederman —, é exposta de forma intuitiva nas representações de animais com pequenos segmentos cilíndricos [id., 271]. Tais figuras, que representam apenas as principais estruturas da figura dos animais (espinha dorsal, membros, pescoço e cabeça) são todavia suficientes para distinguir entre diferentes animais, ainda que sem modularizações (i.e., um membro é representado apenas por um cilindro).

Dado que o modelo de representação tridimensional é desenvolvido para ir ao encontro do problema do *reconhecimento* das figuras tridimensionais no espaço, os autores sugerem que em figuras compostas, que têm de ser *modularizadas*, a representação de cada um dos seus *módulos* seja sugerida pelo eixo natural desse módulo. Pense-se nas figuras representadas por pauzinhos: um pauzinho define a espinha dorsal do animal (p. ex., uma girafa), quatro pauzinhos as patas, um pauzinho longo o pescoço e um pequeno pauzinho a cabeça. Cada pauzinho determina e está determinado pelos eixos fundamentais que *grosseiramente* representam cada um dos grandes módulos da



Fig. 12: Representação de uma girafa e de um coelho apenas através de pauzinhos [Marr, Nishihara, 1978, 271].

pelo seu eixo, sabemos todavia que ele não é composto por um só elemento, mas por pelo menos três grandes elementos (braço, antebraço, mão). Assim, em cada modelo de representação define-se o *eixo principal do modelo* (os autores preferem que seja determinado pelo módulo que reúne mais sub-módulos, p. ex., o tronco de um animal [Marr, Nishihara, 1978, 280]; numa girafa será vertical assim como num humano; num jacaré, horizontal); dentro do modelo, suprindo o problema citado da escala e consequentemente do detalhe da representação, o *eixo dos componentes* (na girafa,

embora o modelo seja vertical, o eixo de cada componente é variável, p. ex., o das patas vertical, o do tronco horizontal, o do pescoço oblíquo)¹⁸⁹.

Além da pressuposição de que o reconhecimento visual de um objecto tridimensional assenta no reconhecimento de estruturas simplificadas sugeridas pelos contornos da sua figura, este modelo perceptivo assenta ainda na pressuposição de que esse reconhecimento só é possível se houver «*uma colecção armazenada de descrições de modelos 3-D*», à qual os autores chamam o «*catálogo de modelos 3-D*» [id., 286].

Ora, este é um problema fundamental que não poderia ser dado dentro de um modelo especificamente desenhado para o *reconhecimento*, pois aí trata-se antes da *produção* dos modelos das figuras através das quais novas figuras podem ser reconhecidas – é um problema a montante da teoria, problema que, a meu ver, Biederman penosamente herda. A questão consiste em determinar como um sistema perceptivo produz esses modelos e os torna disponíveis na memória. É difícil rejeitar que os seres vivos nasçam enformados por estruturas cognitivas desenvolvidas e evoluídas ao longo de muitas gerações e que cada ser vivo actualize um processo de aprendizagem onde produz abstracções que medeiam o seu acesso à realidade. Porém, este processo continua a ser obscuro, o que conduz a que seja simplesmente postulado nas teorias perceptivas.

§186. À luz da concepção apresentada, colocam-se dois problemas para os sistemas de inteligência artificial que podem ser extrapolados como problemas no sistema perceptivo humano. Primeiro: parece que o sistema tem de possuir um conjunto de figuras *armazenadas* às quais seja possível fazer corresponder cada nova figura percebida para efeitos de reconhecimento. Ou seja, para ser possível uma indexação dos objectos intuídos, é necessário haver modelos nos quais eles subsumam. Segundo: é preciso perceber que método permite fazer essa correspondência.

¹⁸⁹ Parte do artigo é dedicada às regras necessárias para obter a construção de um modelo tridimensional e a algumas das dificuldades a que essa construção conduz. Marr e Nishihara debatiam-se com os vários problemas e limitações do seu jovem modelo e da sofisticação das ferramentas de que dispunham para operacionalizá-lo (p. ex., a determinação do eixo principal de um modelo, a questão das pregas e outras saliências na superfície dos objectos que criam novos contornos e ruído, ou pelo menos elementos «inessenciais» à representação, bem como a obtenção de representações de eixos em objectos que tivessem partes escondidas, etc.; vide [id., 282]). As estratégias para ultrapassar essas dificuldades não são relevantes para esta análise. Interessa sim notar que limitar o método de reconhecimento das figuras *aos seus contornos* tem que ser aceite como *um* de vários filtros possíveis usados pelos sistemas perceptivos no reconhecimento dos objectos. Falindo ou revelando-se insuficiente, outros têm de entrar em acção. Marr e Nishihara apelam, p. ex., ao recurso à informação acerca da profundidade de um objecto, à textura da sua superfície, e por aí adiante.

Para o primeiro problema, sabemos que os sistemas artificiais são antes de tudo um conjunto de regras e modelos dados: os programadores inscrevem nos sistemas as axiomáticas e as indexações que é suposto seguirem. Naturalmente, a questão é mais complexa quando se procuram desenvolver sistemas dinâmicos, que não estão totalmente pré-determinados à partida e que aprendem com a sua própria actividade, caso em que é preciso que o sistema seja capaz de, por si, formular novas regras a partir da sua experiência cognitiva. Este caso especial para as máquinas é todavia o comportamento natural no caso dos seres vivos, o humano em particular. Sem dúvida que cada um de nós é o resultado de uma história cognitiva muitíssimo vasta, que nos precede e que nos determina. Mas somos muito menos executores de regras do que inventores de regras e de novas categorizações. A especificidade humana é, como Kant e Husserl compreenderam, o juízo, o exercício da faculdade de julgar.

Coloca-se então o problema fundamental de relacionar cada novo estímulo figural com as figuras categorizadas no catálogo de modelos. A questão da *correspondência* ou *homologia* (portanto, dos detectores de propriedades comuns entre cada nova figura percebida e o modelo em catálogo) é um dos problemas ricos e complexos, pois se por um lado os sistemas perceptivos precisam de fazer corresponder conceitos ou categorias familiares a cada nova percepção, têm sobretudo de ser capazes de responder a estímulos para os quais não há precedente categorial ou conceptual. Um qualquer simples algoritmo não pode responder ao problema. Marr e Nishihara exemplificam com um *centauro*. Embora os índices do sistema permitam reconhecer módulos correspondentes a um cavalo e a um homem, se o sistema não possuir o modelo «centauro», em última análise não haverá categorização, pois o sistema não está programado para produzir uma nova categoria, neste caso um novo conceito, o de centauro. Trata-se do problema inerente à produção de novos *conceitos*, o qual exige uma passagem das indexações estritamente lógico-formais, para as conceptualizações que estão ligadas ao regime do *sentido*, da estruturação ontológica das partes (que podem integrar diversos modelos diferentes) em conteúdos de sentido ontologicamente estáveis (de um modo geral, conceitos). Nesta passagem está a dificuldade: tratar-se-ão de momentos cognitivos completamente distintos e até independentes? Assim parece. Os procedimentos perceptivos que permitem perceber que há membros correspondentes ao modelo «cavalo», e membros correspondentes ao modelo «homem», parecem ser fundamentalmente distintos dos procedimentos cognitivos que levam a estruturar o arranjo destes elementos, oriundos de modelos diferentes, num novo modelo, o de

«centauro». Pois aqui entra a actividade própria da conceptualização, e conceptualizar é nutrir de sentido, não é uma pura formalização $A+B=C$. Trata-se da transição das operações perceptivas para as cognitivas, passagem que, creio, não se logra através de uma simples capacidade de indexação, nem por um mero exercício de juízos por analogia ou similaridade. Indirectamente, o modelo teórico Marr-Nishihara abre um leque considerável dos problemas da percepção da figura e, através deles, dos fundamentos das estruturas cognitivas através das quais emergem novos instrumentos de conhecimento da realidade.

§187. Ora, se Marr e Nishihara introduzem os princípios para fundamentar a pressuposição de que é possível modelizar a percepção de figuras naturais tridimensionais dividindo (modularizando) o todo de um estímulo visual num arranjo de sólidos geométricos (cones generalizados) a partir dos contornos da sua figura, vemos onde Biederman foi beber para forjar a sua hipótese e sobre ela erguer a *RBC*.

Eis a indagação fundamental e programática: como é possível que um sujeito exposto a duas imagens, uma contendo a representação de uma câmara fotográfica apenas através do desenho esquemático dos seus contornos, a outra contendo uma fotografia a cores ricamente detalhada da mesma câmara fotográfica, não só seja capaz de reconhecer o mesmo objecto a partir das duas representações, como até possa ser mais rápido a reconhecer o objecto apenas pelos seus contornos [Biederman et al., 1988b, 63]?

E como explicar a velocidade do reconhecimento da informação proveniente de cenas visuais, às vezes dada num brevíssimo instante? Surge a hipótese de Biederman: talvez o reconhecimento esteja assente numa tarefa cognitiva de simplificação e *desmontagem* dos objectos e cenas percebidos em componentes mais simples. I.e., em vez de se arrastar logo para o dédalo da descodificação de toda a informação visual que recebe aquando da percepção de um objecto, a estratégia do sistema perceptivo seria a de sintetizar as figuras dos objectos num ou vários elementos simples, os quais são então feitos corresponder a um arranjo similar *armazenado* na memória: encontrando-se o arranjo, produz-se o reconhecimento¹⁹⁰.

¹⁹⁰ Pense-se numa analogia simples com a leitura: quando um músico experiente lê uma partitura não precisa de identificar cada nota isoladamente ou de situá-la por relação com a linha identificada pela clave: o ágil reconhecimento é possível, primeiro, pelo hábito constituído com a prática de leitura ao longo dos anos; segundo e consequência do primeiro, de em cada nota ou acorde detectar uma *gestalt*, i.e., os índices de uma figura que permitem perceber de que nota ou acorde se trata, mais pela sua configuração do que pela enunciação de cada um dos seus componentes; sabe, p. ex., que na tonalidade de Sol menor o acorde de *Solm* é composto por *sol-si-ré*, ao qual corresponde certa *gestalt* na pauta;

Em *Geon theory as an account of shape recognition in mind, brain and machine*, [Biederman et al., 1993a] sintetizam-se os principais aspectos do *reconhecimento-por-componentes*: a hipótese de que as *primitivas* que activam o reconhecimento (as componentes elementares) sejam sólidos geométricos, os *géons*, os quais são deduzidos a partir de características da detecção de propriedades imputadas ao sistema perceptivo. Aí, Biederman explica que a *RBC* procurou oferecer inteligibilidade a um enigma fundamental da percepção, «*a capacidade humana de compreender, numa fracção de segundo, imagens novas de objectos ou cenas*». Essa capacidade apresenta três poderosos aspectos: a) a preservação de uma invariância fundamental nas mudanças de ponto-de-vista; b) a capacidade de tratar objectos estranhos (nunca antes vistos); e c) a eficácia no reconhecimento do objecto mesmo perante elevado ruído, oclusões ou tratando-se de objectos muito degradados, ([id., 175-176]; [Biederman, 1987a, 384]).

São estas três provas que qualquer teoria que modelize o reconhecimento tem de vencer. O artigo sintetiza quatro pressuposições perceptivas fundamentais que a teoria de Biederman apresentava em 1987: a) *os objectos percebidos são representados como um arranjo de partes simplesmente convexas ou com concavidade simples* (os *géons*); b) *estes géons podem ser distinguidos por contrastes binários de propriedades invariantes* (vimos já o elenco dessas propriedades); c) *as relações entre géons são explícitas* (p. ex., um *géon* é *perpendicular* a outro ou está *sobre* outro; tome-se o reconhecimento da figura de um lápis: o *géon cone* está ligado pela base a uma das circunferências laterais do *géon cilindro*; p. ex., [Biederman, 1987b, 124], [Biederman et al. 1992A, 483-484]); e d) *para o reconhecimento de uma figura, é suficiente um pequeno número de géons* (em 1987, Biederman estimava que o número de *géons* necessários à activação da representação de um objecto – ao seu reconhecimento – não teria de ser superior a três, [Biederman, 1987b, 126]).

§188. Devo justificar a atenção especial e demorada a uma teoria com pouquíssimo aporte filosófico (e nenhuma pretensão explícita de tipo metafísico), que se quer apenas como um modelo para a compreensão da formação das estruturas mediadoras entre representação mental de informação visual e seu reconhecimento. A

finalmente, o fluxo da melodia e da harmonia assiste a detecção da boa *gestalt* em cada novo arranjo de notas que se sucede. Normalmente só é necessário verificar cada nota, acorde ou acidente num compasso se eles forem incomuns, soarem mal ou se, p. ex., estiverem numa linha suplementar pouco usada. Para Biederman, algo de semelhante se passa com o reconhecimento visual de figuras.

exigência desta justificação acentua-se se dois aspectos forem considerados: primeiro, que se trata de um *modelo* teórico para compreender um processo mental, uma hipótese que quer tornar inteligível uma fase particular do tratamento da informação visual (hipóteses e respectivas pressuposições às quais sucessivas verificações e experiências têm vindo a dar consistência); segundo, que embora a teoria faça várias afirmações acerca da constituição de representações e da possibilidade de reconhecer essas representações, ela não se reclama como uma teoria para a formação de *conceitos*. I.e., dela não se pode extrair directamente uma explicação para a formação de conceitos que deve existir como contrapartida do reconhecimento de objectos, embora se possa extrair uma teoria e hipóteses explicativas para a formação das representações visuais.

Estas limitações, cautelosamente desenhadas por Biederman para efeitos de uma teoria enxuta e sem compromissos ou implicações metafísicas, a meu ver não a impedem de constituir-se como uma teoria *simbólica* da representação. Defendo que a proposta de Biederman assenta na interpretação do sistema cognitivo como um sistema *constitutivo e intérprete* de símbolos. Ao afirmar que a figura geométrica da esfera pode ser um indício determinante no mais rápido acesso à representação mental de uma laranja, Biederman está a afirmar que a esfera pode ser o símbolo de uma laranja. Um dos problemas que levanta é por isso o da passagem do signo ao símbolo. Pois se Biederman encontra boas pedras-de-toque para perceber em que tipo de propriedades assentam as actividades de síntese da percepção das figuras, tal síntese não se desvincula de um certo tipo de representação simbólica. E essa representação simbólica está, por sua vez, assente numa concepção da ontologia figural dos objectos. Se um cone e um cilindro, organizados num dado arranjo, podem simbolizar um lápis, é porque a ontologia figural de um lápis se deixa sintetizar e apreender nesse arranjo, preservando a sua identidade, ou pelo menos um esquema do acesso a essa entidade: é um símbolo que contém elementos decisivos para activar a representação de um lápis.

Assim, mesmo que se demonstrasse que o sistema perceptivo percepçiona espontaneamente figuras através de versões regularizadas (tipo sólido geométrico), isso só sustentaria a tese de que a percepção e cognição humanas assentam num processo de simbolização da experiência visual, constituindo um léxico de símbolos que ofereceria acesso a um vasto leque de representações possíveis.

Por aqui se entrevê, as reflexões que a proposta teórica de Biederman sugerem a respeito do tema do reconhecimento da informação visual. A meu ver, ela sobretudo

abre para os complexos problemas que se ligam aos mecanismos de constituição das representações dos objectos, da sua indexação (eleição dos elementos da representação na percepção que têm maior probabilidade de activar uma representação já memorizada) e categorização. Por outro lado, de um ponto-de-vista epistemológico, indica caminhos interessantes e pertinentes para pensar a génese natural das aproximações geométricas humanas à realidade fenoménica.

§189. Alguns esclarecimentos. A *RBC* não pressupõe que o reconhecimento-por-componentes geónicos seja o *único* elemento a ter em conta no reconhecimento de uma figura, conforme é debatido e demonstrado em [Biederman et al., 1988b]. À identificação de uma camisa particular na pilha da roupa suja os estímulos fornecidos para o reconhecimento dados por apenas um pedaço de tecido terão sem dúvida mais que ver com a *cor*, a *textura* ou o *padrão* do estímulo do que com os contornos da figura [Biederman, 1987a, 116]. E a questão é tanto mais severa quanto há objectos cujo reconhecimento não pode ser sequer veiculado por uma figura específica. Biederman reconhece uma distinção importante para a teoria entre «*objectos particularizáveis*» <*count nouns*> e «*objectos de conjunto*» <*mass nouns*> [ibid.]. A teoria dos géons só se pretende operativa (em primeira instância) para o primeiro caso¹⁹¹. Os objectos particularizáveis, na medida em que são nomeáveis e apresentáveis como unidades, apresentam figuras determinadas e de estrutura fundamental invariante – dizemos *uma* cadeira ou *um* telefone e prescrevemos-lhe na imaginação uma estrutura prototípica. Os objectos de conjunto são aqueles que, ou são apenas normalmente apresentados à percepção em conjuntos muito vastos (p. ex., a areia), ou não têm sequer figura determinada (p. ex., a neve ou a água; embora se possa falar de *um grão* ou *uma duna de areia*, *uma bola de neve* ou de *uma gota de água* [ibid.]). Aí, o reconhecimento assentará mais sobre aspectos de superfície, textura ou cor, do que nas primitivas volumétricas que fundamentam a *RBC*. Portanto, a proposta do reconhecimento-por-componentes é a proposta para a compreensão de apenas um dos mecanismos que estão talvez envolvidos na capacidade de rapidamente produzir uma percepção visual *reconhecível*, i.e., apreensível através de conceitos. Vimos que esta limitação da esquematização do conceito do objecto pela figura era um dos antagonismos que Kant encontrava à possibilidade de descrever o conceito a partir de matrizes geométricas.

¹⁹¹ Embora Biederman tenha tentado que a sua teoria acolhesse objectos de conjunto, assim como objectos que, embora particularizáveis, não conhecem uma figura específica na sua particularização; p. ex., a neve.

Biederman, reconhecendo essa limitação, não a toma como um factor de esterilização da aproximação entre percepção e geometria: estaremos a tratar *um dos* elementos que entram activamente na nossa capacidade de conhecer e reconhecer o mundo.

A *RBC* é, por um lado, uma proposta teórica para a formação das representações visuais dos objectos; por outro, um esforço para compreender como é que a natureza dessas representações visuais formadas é decisiva para o reconhecimento. Assim, Biederman propõe a sua teoria como modelização dos elementos fundamentais para o *primal access*. Vimos que o *primal access* consiste no conjunto dos elementos fundamentais extraídos de um estímulo perceptivo ao nível da recepção <entry-level>, que vão tornar possível a mediação entre o estímulo e o reconhecimento do objecto (sua classificação ou integração numa categoria).

Na *RBC*, a tónica está na detecção de contornos e, dentro dela, na detecção dos vértices formados pelos contornos (coterminação), nas zonas agudas de concavidade (nas quais os objectos são segmentados em módulos), e nas propriedades dos agrupamentos das secções dos contornos, (se se ligam colinear ou curvilinearmente). Estes contornos e as propriedades através das quais são tratados produzem estruturas primitivas, os géons. Porém, a detecção de contornos para o *primal access* não tem de ser integral; i.e., mesmo que as figuras sejam apresentadas à percepção privadas de partes dos contornos ou dos vértices, parece que o sistema visual é capaz de compensar essas lacunas e preencher os elementos em falta, extraindo a forma geral que vai activar um géon (desde que a oclusão não impossibilite totalmente a identificação de um géon; esta importante ideia está no coração dos estudos da psicologia da Gestalt). Num conjunto de estudos, Biederman e os colegas (p. ex., [1991a, 87-89], [1991b, 413], [1992b, 201-206]) confirmaram que mesmo na ausência de partes dos contornos ou dos vértices, o sistema visual compensa-as por forma a activar a primitiva volumétrica que lhe corresponde: basta que sejam dados os índices certos e o sistema visual reconstitui, nesse *primal access*, a figura que identifica o géon correspondente.

Quanto à noção de *reconhecimento* pensada por Biederman: o acto de reconhecer está, por um lado, vinculado à identificação *perceptual*, por outro à identificação *conceptual*. A identificação perceptual diz respeito ao tratamento e síntese da informação visual que é recebida num estímulo. Recebendo a informação de uma cena visual, é possível perceber que ela é composta por figuras, cores, texturas; é até possível perceber que essas figuras são aproximadamente esféricas, cilíndricas ou paralelepípedicas; todavia,

pode perceber e tratar-se essa informação visual, detectando as estruturas que a formam e a sua composição, sem todavia ser capaz de identificar conceptualmente esse arranjo (digamos, não saber o que ele é, não conseguir *classificá-lo*). A identificação conceptual consiste na *classificação*, na integração da informação sintetizada numa ampla categoria de representação. A existência de uma categoria na qual a representação da informação sintetizada subsume é o que define o reconhecimento. Reconhece-se algo quando um estímulo percebido activa uma categoria ou conceito já possuídos. Assim, a identificação conceptual traduz-se na compreensão de que as estruturas figurais da informação visual subsumem, suponha-se, em conceitos de *frutos*, e que o seu conjunto subsume na categoria de *natureza morta*.

§190. Se se procura compreender que mecanismos assistem a ágil passagem da identificação perceptual à conceptual, i.e., que tipo de tratamento da informação visual o sistema perceptivo humano preferiria para com a maior facilidade e eficácia atribuir *sentido* a certo conjunto de elementos, então *reconhecer* aparece como sinónimo de *classificar*. Tanto mais quanto, para efeitos de aferição do reconhecimento de uma cena visual, Biederman usa como indicador a capacidade dos sujeitos *nomearem* [Biederman, 1987b, 116, 127ⁿ¹⁰, 129ⁿ¹⁴, 131, 135]. O reconhecimento é possível porque há representações que são activadas por serem estruturalmente análogas à síntese que o sistema perceptivo faz das figuras. As descrições guardadas na memória são descrições geónicas *similares* às descrições geónicas extraídas no acto perceptivo. É como se memória e percepção partilhassem uma linguagem comum, uma linguagem de *descrições estruturais*.

Mas Biederman não apresenta qualquer proposta para a *formação e estabilização* das estruturas representacionais que a memória guarda e que permitem o reconhecimento. Se parece claro que essas estruturas não são rigorosamente conceitos, pois uma representação guardada na memória não tem necessariamente a forma de um conceito (representar deve estar a montante de conceptualizar), elas são de certo modo estruturas simbólicas. Para Biederman, a memória guarda descrições estruturais dos objectos. Esta distinção entre representação e conceptualização de algum modo parece querer dispensar a teoria de fazer afirmações acerca do processo de conceptualização.

Ora, embora a *RBC* pense estes dois momentos, perceber e classificar, num mesmo sistema, a verdade é que os dois momentos são distintos e, defendendo eu, o primeiro não

implica necessariamente o segundo. A activação do reconhecimento é o objectivo da percepção, mas nem sempre o reconhecimento é alcançado. É-se constantemente surpreendido por informação visual (quer nos seus elementos, quer nos seus arranjos) nova e inesperada. Kant pensou o domínio da arte, o domínio dos particulares, justamente como o domínio onde não há conceito. Este aspecto, que parece trivial, a meu ver dá conta de um conjunto de aspectos complexos e frágeis na teoria de Biederman. A actividade classificatória (ou de categorização) parece distinta e autónoma da actividade perceptiva: pode ter-se a experiência de informação visual que se consegue discriminar por elementos e propriedades sem todavia ter um conceito na qual ela subsuma e ganhe sentido – vejo as manchas de cor numa tela de Mark Rothko, mas aquelas composições não cabem em nenhum conceito geral. Por outro lado, é possível determinar, p. ex., o conceito de *vazio absoluto*, para o qual nenhuma experiência perceptiva preenche exactamente as exigências do conceito; i.e., há conceitos que, ainda que sediados em experiências perceptivas, não podem ser apresentados em nenhuma experiência perceptiva, são autonomizados da percepção, entendendo por percepção o conjunto de estimulações que chegam através dos órgãos sensoriais (e distinguindo-se assim da *apercepção*).

Este ponto é a meu ver importante e abre para um dos mais complexos elementos que subjazem a teoria: a indiferenciação pressuposta por Biederman, dentro do processo de *reconhecimento*, entre *percepcionar* e *classificar* (ou *conceptualizar*). Como referi, um dos índices que o autor utiliza para apurar o reconhecimento de um dado estímulo é a capacidade de os sujeitos identificarem ou não os elementos presentes numa cena visual, sendo essa identificação estabelecida através da *nomeação*. A meu ver, a assimilação entre *reconhecer* e *classificar* não só é excessiva, como ignora dois momentos distintos da relação com um estímulo: a sua *síntese* e a sua *categorização*. Uma delas está ligada ao regime *perceptual*, a outra ao *conceptual*. Embora entre ambas pareça haver uma indubitável relação, assimilá-las num só processo é conjugar dois momentos anímicos que não são necessariamente contemporâneos.

Biederman parece reconhecer uma distinção, bem como a complexidade envolvida nos dois momentos. Todavia, trata os dois processos como se eles fizessem parte de uma mesma estrutura mental. Que o objectivo de toda a identificação *perceptual* seja obter uma identificação *conceptual* parece ser uma suposição legítima (*reconhecemos* o que

subsume em conceitos). Que os mecanismos de identificação conceptual sejam análogos aos da identificação perceptual, não.

§191. A título comparativo com um caso que me é caro, George Bataille debatia-se num breve texto de 1929, *Informe*, com o enigma da viabilização do reconhecimento dos objectos *informes*, aqueles para os quais as categorias cognitivo-conceptuais humanas nunca podem antecipar uma forma determinada¹⁹², logo a sua apresentação desafiava as capacidades de reconhecimento. O problema é o da desfiguração de arranjos estruturais. Como antecipar a figura do cuspo, ou como reconhecer o que foi uma aranha ou uma minhoca numa massa esborrachada (exemplos de Bataille, [Bataille, 1986, 31])¹⁹³? Por outro lado, pergunto eu, que tipo de experiência cognitiva está envolvida, p. ex., na visão de uma tela surrealista onde reconhecemos elementos familiares, compostos todavia num arranjo totalmente estranho? Bataille assinala que são estes casos que propriamente caracterizam a espantosa capacidade humana para reconhecer e categorizar. São eles que levaram Kant a concluir pela necessidade de desenvolver uma doutrina para a faculdade de julgar transcendental em geral. Não só devido ao problema de fazer subsumir em categorias ou conceitos já possuídos novos estímulos (ou intuições), mas sobretudo à incapacidade de constituir categorias ou conceitos para determinados estímulos (o caso das obras de arte, onde cada obra é um particular, cognitivamente apreendido sem hipótese de subsumir num universal).

O problema com a *RBC* é que perceber um estímulo visual através das suas componentes estruturais não implica que esse estímulo percebido seja *reconhecido*, categorizado. Biederman exemplifica em [Biederman, 1987b, 116], com um objecto *non-sense* que é percepcionável através dos seus componentes e todavia não é identificável enquanto objecto. Numa experiência familiar aos apreciadores de pintura abstracta, é possível perceber uma cena visual, perceber nela um arranjo volumétrico de elementos, *reconhecendo* esses elementos; reconheço que têm uma dada cor ou textura, que alguns estão completamente expostos e outros estão parcialmente ocultos, etc. Todavia, isso não implica que consigamos categorizar os elementos dessa representação; i.e., que seja a representação de uma natureza morta, composta por laranjas, maçãs, um prato, uma mesa, etc, como depois sugere o título da obra.

¹⁹² Para Bataille, *forma* é sinónimo de *figura*; vide o meu artigo em [Molder et al., 2013, 289-293].

¹⁹³ Sobre o tema da desfiguração e possibilidade de reconhecimento, vide também [Molder, 2009, 23-27].

Acontece que a *RBC* é desenvolvida justamente como hipótese teórica para responder ao tipo de mecanismo que medeia a rápida síntese da informação visual e a utilização de índices dessa síntese na activação de uma representação compatível na memória. O reconhecimento-por-componentes quer-se então como resposta ao problema de reconhecer. Portanto, salvo erro interpretativo, para Biederman reconhecer diz apenas respeito à capacidade de representar. Naturalmente que a capacidade de representar abre caminho à capacidade de identificar, no sentido de categorizar (de entregar conceitos ou categorias a cada elemento da representação). Mas a primeira não implica a segunda.

Esta distinção, aparentemente trivial, não me parece líquida. Não é claro nem óbvio que a capacidade de representar, no sentido que atribuí a Biederman, não tenha que implicar uma capacidade de categorizar. Por agora quero apenas assinalar a dificuldade, não a discutirei. É verdade que uma parte da teoria de Biederman responde ao fenómeno do reconhecimento de uma forma que é aparentemente capaz de abstrair de fenómenos de categorização, sobretudo aqueles que implicam uma posse prévia de conceitos sem os quais, de outro modo, o reconhecimento seria inviável. Essa é sem dúvida a grande virtude da elevação do seu sistema de representação sobre a descoberta do núcleo das propriedades invariantes. Todavia, é difícil conceber o reconhecimento sem que haja um núcleo de elementos que instanciam o reconhecido.

§192. Outra pressuposição fundamental é a de que em objectos complexos, com concavidades profundas (ou em número elevado), o sistema perceptivo divide a composição da figura em vários sub-elementos, ou módulos, os *géons*.

Inspirado na ideia fundamental de Binford, retomada por Marr e Nishihara, (i.e., que é possível fazer remontar as regularidades volumétricas das figuras a um conjunto de sólidos geométricos), Biederman conseguiu fundamentar e deduzir o que nesses autores era uma postulação mais ou menos arbitrária. Os *géons* primitivos (*cilindros*, *toros*, *cones*, «*tijolos*» (<*bricks*>, paralelepípedos) e «*cunhas*» (<*wedges*>, poliedros), passam a resultar da atribuição, ao sistema perceptivo, da capacidade de extrair dos perceptos: i) *elementos* (contornos, *linhas*); ii) *características qualitativas* para aferir e determinar as composições possíveis de produzir com esses elementos, i.e., propriedades contrastantes (dicotómicas ou tricotómicas) dos contornos (curvas opostas a rectas, paralelas a não-paralelas, simétricas a assimétricas e os vértices formados pelos contornos); e iii) *operações* com as primitivas deduzidas dos elementos (regras de relação entre

primitivas para efeitos de composição de representações complexas). Daí se elegem os géons que teoricamente têm maior *capacidade representacional*: aqueles capazes de sintetizar e activar um maior número de representações serão preferidos pelo sistema perceptivo como *primitivos* [Biederman, 1987a, 384].

Para isso tem de pressupor-se que a percepção figural assenta num primeiro estágio onde os estímulos visuais são tratados através da *extracção* dos seus contornos. Vimos que esse processo de extracção é o lastro do *primal access*. Depreende-se que os objectos são sujeitos a uma síntese onde, por um lado, graças a diferenças de iluminação, textura, localização no campo visual, etc., deles são extraídos contornos que permitem defini-los como uma certa figura; paralelamente, essa figura – por processos de *regularização* (herdando-se a noção de *Prägnanz*, tomada da *Gestalt*) – é aproximada a um dos géons primitivos. Em composições complexas ou ricas em elementos, os contornos extraídos sugerem aproximações das diferentes figuras dos diferentes objectos a diferentes géons (a partir da divisão dos objectos nas regiões de concavidade), ou ao agrupamento de diversos objectos num mesmo contorno que os faz subsumir num mesmo objecto, os «*clusters de géons*» (<*geon clusters*>; p. ex., numa rua, diversos edifícios com alturas semelhantes são agrupados num mesmo géon paralelepípedo; p. ex., [Biederman, 1988a, 419-423]). São estes arranjos geónicos, detectados e constituídos no *primal access*, que são “projectados” sobre uma colecção de outros arranjos geónicos de objectos já existente na memória, catalisando o reconhecimento. O arranjo geónico armazenado que tiver maiores semelhanças ou afinidades com o arranjo percebido é indicado como uma *combinação* e é o conceito desse objecto que é entregue à nova percepção e que a identifica.

§193. Ou seja: na percepção visual primeiramente *detectam-se e extraem-se os contornos* do estímulo <*edge extraction*>; segue-se paralelamente, uma *deteção das propriedades não-acidentais*, i.e., propriedades estáveis e invariantes mesmo que o objecto seja sujeito a transformações (ou acidentes perceptivos ou mudanças de ponto-de-vista) <*detection of nonaccidental properties*>, as <*NAP*>, e faz-se um *parcelamento do objecto nas regiões de concavidade* <*parsing at regions of concavity*>¹⁹⁴. A detecção de propriedades não-acidentais reverte na extracção de contornos e facilita esse processo; i.e., extracção de contornos e detecção de propriedades não acidentais são

¹⁹⁴ Biederman representa este processo em esquemas simplificados (p. ex., [Biederman, 1987a, 380, 385], [Biederman, 1987b, 118]; vide também o meu esquema do primal access, fig. 6, §176).

processos que podem interagir e compensar-se. Estes três processos iniciais permitem ao aparelho cognitivo *determinar as componentes* estruturais <*determination of components*> presentes na cena visual e aproximá-las aos géons que melhor as descreverão. São estas componentes que são *combinadas com a representação dos objectos*, armazenadas numa colecção memorizada de representações geónicas dos objectos que o sujeito já constituiu¹⁹⁵ <*matching of components to object representations*>. Quando se obtém uma correspondência (um *match*) com a descrição geónica análoga de um objecto cuja representação já é conhecida, obtém-se a *identificação do objecto* <*object identification*>. A respeito deste *match*, ou correspondência, Biederman não exclui que se esteja a falar de um modelo em

¹⁹⁵ Já referi que a existência de uma colecção de representações geónicas e a sua adequação à realidade que exprimem constitui um momento difícil da teoria, levantando dificuldades epistemológicas. A teoria só trata do reconhecimento dos objectos, e apresenta um quadro para responder a esse problema. Mas a sua solução assenta em algumas pressuposições de tipo metafísico. Embora a pseudo-axiomática que Biederman imputa ao aparelho cognitivo humano permita dela deduzir as primitivas geométricas (sem carecer de inatismos ou apriorismos onerosos), a existência dos géons está vinculada à ideia de que as figuras respondem a um *ideal* ou pelo menos a um *protótipo*, e o sujeito tem de, de uma maneira ou doutra, conhecer esse ideal da figura. E isso não na síntese perceptiva directa, mas na estrutura representativa da memória. Assume-se que a memória guarda representações ideais, prototípicas, as *melhores* representações dos objectos. Há aqui um platonismo velado, não a montante, mas a jusante. Para a existência destas formas ideais na memória, fundamentais para o *match*, a *correspondência* – embora Biederman procure sempre uma fuga à ideia da existência de *modelos* dos objectos – não é apresentada qualquer hipótese teórica para a formação destas formas ideais (ou, como lhes chamei, simbólicas) na memória. É que, embora a fundamentação de Biederman leve a crer que os *géons* são espontaneamente produzidos como o resultado de um conjunto de regras inerentes à arquitectura do sistema perceptivo humano (i.e, nem são inatos, nem exigem – quer teórica, quer perceptivamente –, nenhuma espécie de pré-existência), a naturalização dessas regras não está completamente conseguida, e portanto não garante uma fuga airosa às questões da origem genética das idealizações humanas. O facto de o sol poder ser nomeado *soleil*, *sun*, *sole*, ou *Sonne* significa que nenhuma destas nomeações corresponde a uma nomeação necessária, e portanto, inata, da entidade Sol. Porém, como Walter Benjamin compreendeu, tem de colocar-se a questão do momento em que cada palavra surge como a nomeação mais exacta para a entidade Sol, nomeação que não tem nada a ver com convenções cegamente aceites, mas sim com o sentimento de uma adesão perfeita entre o nome e a essência espiritual do objecto nomeado (cujo expoente benjaminiano é a linguagem adâmica, perdida). Dito de outro modo, trata-se da relação entre a irradiação da identidade ontológica mais decisiva de um objecto e a forma cognitiva humana que a apreende. Isto não é uma especificidade da linguagem. A adesão dos nossos mecanismos cognitivos às expressões vivas da realidade só pode constituir testemunho da co-naturalidade e da adequação entre a realidade e o modo como a conhecemos. O que é o cérebro humano senão a mais surpreendente expressão desse enlace cognitivo *amoroso* (no mais rigoroso sentido da *revelação* que o *Fedro* de Platão atribuiu ao amor) entre homem e mundo? Para a maior parte das teorias científicas, onde continua a encontrar-se um exagerado reducionismo, este tipo de formulação não só cai fora da sua alçada, como corresponde a formas de misticismo e inefabilidade, e merece-lhes olhares sobranceiros e trocistas. A meu ver porém, ele dá a ver com clareza, por analogia, o rico problema da *evidência originária*, que grandes espíritos como Benjamin e Husserl trouxeram à luz do pensamento, e no qual subsume, a um tempo, o modo como a realidade se manifesta e a adequação dos nossos mecanismos de apreensão para captá-la. Daí a felicidade de encontrar, por vezes, palavras que parecem dizer da forma mais plena e perfeita aquilo que nomeiam. A meu ver, e como proposta epistemológica, esta continua a ser uma das questões fundamentais a colocar, p. ex., na génese do convencionalismo, que certamente nada tem que ver com uma aceitação cómoda de uma forma ou formulação por um grupo de indivíduos. A *intersubjectividade* é, como Kant e Husserl bem viram, um dos modos plenos do exercício da inteligência e do uso individual das faculdades mais nobres. Tem de existir uma ontologia profunda na raiz do convencionalismo, por uma questão de justiça com a profundidade do espírito humano, pois a história e a etnologia revelam as mais profundas intuições desde as mais remotas comunidades humanas.

distribuição paralela, no qual o *géon* activaria uma rede de possíveis correspondências; à partida será eleita a correspondência que apresenta o maior conjunto de índices [Biederman et al., 1988a, nota 1]. Biederman assume também que estamos a falar de um processo computado a enorme velocidade.

§194. Alguns dos pressupostos da *RBC* são postulados para fins teórico-computacionais; outros foram testados para compreender a sua concordância com a natureza dos mecanismos perceptivos humanos.

A teoria oscila entre um certo *naturalismo* – procura descrever e compreender um processo perceptivo específico humano – e um certo *instrumentalismo* – procura oferecer um esqueleto teórico operacional para um qualquer sistema perceptivo, quer biológico (humano, embora a verificação experimental da teoria tenha sido estendida, p. ex., a primatas e pombos), quer artificial¹⁹⁶. Esta posição intermédia – mas que aponta preferencialmente para o naturalismo – permite um compromisso mais ou menos livre entre a descrição de um sistema perceptivo natural e a modelização de um sistema perceptivo arquetípico. Trata-se de uma estratégia para o desenvolvimento da teoria.

O mais importante pressuposto diz-nos que uma representação visual que chega ao sistema nervoso pelo sinal óptico é decomposta nos *componentes* dessa representação; no que respeita a representação da figura dos objectos representados, ela seria tratada logo nos primeiros estádios por meio de mecanismos de *extracção dos contornos* dos objectos. Esta pressuposição, não só constitui um dos axiomas da arquitectura da teoria, como entra na sua estrutura operativa.

Vimos já como estudos da neurobiologia, como os de Hubel, fundamentam essa decisiva pressuposição (vide, supra §177). Ela aparecia logo em *Recognition-by-components: a theory of human image understanding* [Biederman, 1987b], um dos artigos que fundam o nascimento da teoria (a par com *Matching image-edges to object memory* [Biederman, 1987a]), ainda que aí não fosse apresentada fundamentação psicofísica ou neurofisiológica relevante¹⁹⁷: «um estágio primário de extracção de contornos, respondendo a diferenças nas características da superfície, nomeadamente

¹⁹⁶ P. ex., o modelo JIM ([Biederman et al., 1992a, 485 e ss.], [Biederman et al., 1993a, 182 e ss.]) ou o PARVO [Bergevin, 1989, 31 e ss.].

¹⁹⁷ Havia aí maior interesse em expor a estrutura teórica do que detalhar todos os seus componentes, muitos dos quais não estavam sequer suficientemente estudados. Biederman escuda-se na necessidade de *postular* muitos dos elementos operativos da teoria: a extracção de contornos é um deles ([Biederman, 1987b, 116, 133]; neste artigo, a extracção de contornos é referida como uma *premissa* da teoria).

brilho, textura ou cor, oferece uma descrição através de um desenho por linhas do objecto»¹⁹⁸. Define-se então a extracção de contornos como uma possibilidade resultante da existência de zonas de contraste na cena visual, p. ex., diferenças na iluminação ou na textura; a zona que marca a ruptura de uma homogeneidade é sintetizada pelo sistema perceptivo como um contorno.

Esta postulação lacónica prende-se com o facto de, à data (e apesar da existência de vários trabalhos sobre computação dos processos visuais, como os de Marr), não haver ainda dados claros acerca da estrutura implicada na extracção de contornos empregue pelo sistema perceptivo humano (que se foi conhecendo ao longo da década de 1980); essa constatação está dada na importante nota 1 ao corpo do artigo: «*é possível que um sistema de extracção de contornos com uma competência equivalente ao dos humanos – um feito ainda não alcançado – requeira a inclusão dessas influências top-down*» [Biederman, 1987b, 117]. Esta noção, *top-down*, respeita ao conjunto de elementos que entram no processo cognitivo resultantes da actividade própria do sujeito sobre o estímulo (p. ex., experiência, aprendizagem, familiaridade ou expectativa, preconceitos, etc.) e ao contexto no qual o estímulo é recebido. Opõem-se à noção *bottom-up*, onde são as características do estímulo que mais impactuam no processo cognitivo. O que Biederman sublinha é que a sua teoria talvez estivesse dependente de um conjunto de aspectos de tipo *top-down* ainda desconhecidos, que os sistemas artificiais não podem portanto mimetizar, e que talvez tivessem um impacto considerável no tratamento perceptivo dos estímulos.

No outro artigo fundamental de 1987, Biederman explicita a hipótese de a extracção de contornos ser um mecanismo perceptivo ainda incompreendido, que funciona todavia independentemente do seu envolvimento no processo de reconhecimento; i.e., numa cena em que reconheci e identifiquei todos os objectos, posso deter-me na detecção dos seus contornos; do mesmo modo, numa cena em que sou incapaz de reconhecer e identificar os objectos, sou todavia capaz de detectar os seus contornos. No âmbito da teoria, Biederman configura a extracção de contornos como um módulo operativo fundamental na *RBC*, o qual todavia não opera aí em regime de exclusividade, é uma operação perceptiva autónoma [Biederman, 1987a, 384].

¹⁹⁸ O mesmo, com outra formulação, aparece na p. 131 do artigo, e na p. 132 acrescenta-se que a questão da extracção de contornos aparece no âmbito de um *modelo* teórico, o que salvaguarda de um naturalismo *stricto sensu* as propostas da teoria.

Por outro lado, a extracção de contornos prende-se com a *economia perceptiva*, a qual se liga, de forma profunda, a uma certa concepção acerca da onto-epistemologia dos objectos. Dito de outro modo e numa generalização que tem excepções, é como se *a figura* – que para fins da teoria dos *géons* se conhece prioritariamente pelo contorno – *dissesse mais sobre a identidade de um objecto do que a sua cor ou a sua textura* e por isso seria preferida para a identificação e reconhecimento. Embora Biederman não defenda que o contorno seja computacionalmente prevalecente sobre outros elementos do *primal access* da representação, afirma que «*podemos saber que uma cadeira tem uma cor e uma textura particulares em simultâneo com a sua descrição por componentes, mas só a descrição volumétrica oferece acesso eficiente à representação mental “cadeira”*» [Biederman, 1987b, 118]. De resto, sob esta postulação (a qual, de modo implícito, envolve uma afirmação fundamental sobre a relação entre o conhecimento dos objectos e a sua *ontologia perceptiva fundamental*, mediada pelo contorno), o restante artigo consolida-se sobre toda a espécie de computações a respeito das propriedades, relações, variações e oclusões dos contornos.

§195. Para legitimar o que poderia redundar numa infundada pressuposição (pelo menos para o caso humano), à data desse texto estava no prelo *Surface vs. edge-based determinants of visual recognition*, estudo onde Biederman e os colegas envidavam novos esforços para aprofundar a extracção dos contornos, e sobretudo para perceber se eles seriam o elemento fundamental no reconhecimento dos objectos ou se seria mais sensato admitir como provável um sistema de múltiplos-índícios <*multiple cue*>. Aí é realizada aquela importante experiência: um grupo de indivíduos é exposto a dois estímulos visuais de um objecto, um deles consistindo numa imagem fotográfica a cores do objecto, o outro apenas numa representação das linhas de contorno dos principais componentes do mesmo objecto (obtida seguindo princípios de geração dos *géons* propostos por Biederman em [Biederman, 1987b]; vide [Biederman et al., 1988b, 55]). Surpreendentemente, o reconhecimento dos objectos foi conseguido num tempo equivalente em ambas as exposições. Os autores interpretaram o resultado como uma indicação de que a figura seria o elemento fundamental para fins do reconhecimento de um objecto, e que o contorno, na medida em que dá o *esquema* da figura, seria a linguagem fundamental da figura: «*a invariância sob variação de ponto-de-vista imediata exige que um objecto seja decomponível em partes invariantes sob variação*

de ponto-de-vista (por exemplo, géons), de modo que uma descrição estrutural geónica (GSD) que especifique os géons e as suas relações possa ser activada. Se os contornos do objecto não podem ser prontamente decomponíveis em géons, então a representação não será uma das que permite reconhecimento invariante sob variação de ponto-de-vista» [Biederman et al., 1993b, 1164, sm].

Nesse artigo ganha-se na compreensão da extracção de contornos enquanto resultante perceptiva da detecção da variação dos gradientes de uma imagem, mas não como mecanismo operatório do sistema perceptivo (a definição do processo de extracção é equivalente à de [Biederman, 1987b]). O contorno é definido como a ruptura da homogeneidade nas componentes de um estímulo visual; é uma espécie de *catástrofe* (em sentido Zeeman-Thom) para a qual concorrem alguns ou vários dos elementos que estruturam uma cena visual (brilho, textura, cor, ...). O contorno é, portanto, uma função de contraste, de mudanças abruptas em regimes de homogeneidade.¹⁹⁹

Mas surge aqui um paradoxo que viola o princípio da *economia perceptiva*. Biederman opõe-se a toda a formulação teórica onde o conjunto de pressupostos envolva um volume de computação de informação moroso e oneroso. A sua tese varia a navalha de Ockham, i.e., o caminho mais rápido e menos oneroso será o seguido pelo sistema perceptivo. Ora, à primeira vista, dizer que a percepção por contornos é mais rápida do que uma percepção que envolva a computação da informação integral de uma imagem parece lícito e parece jogar a favor da economia perceptiva. Porém, com a definição acima dada, torna-se claro que o contorno é uma síntese da informação visual, o que significa que para *obter* essa síntese, toda a informação visual deve ter de ser computada (brilho, textura, cor). A menos que se identifique um mecanismo que sintetize os contornos por atalhos que não envolvam a integral da informação visual, a detecção de contornos redundaria num processo extremamente oneroso. De resto, o termo *extracção* de contornos evoca o campo metafórico da *filtragem*, onde do *todo* se extrai uma *parte* depurada; mas o *todo* tem de ser considerado. E uma coisa é ver um desenho de um objecto do qual só são dados os contornos; outra é a visão de uma imagem do objecto rica em informação visual, à qual o sistema perceptivo tem de extrair os contornos. Supõe-se que o segundo processo, que é o que caracteriza a percepção visual *normal*, é muito mais oneroso que o primeiro. Tendo em conta a computação humana em tempo

¹⁹⁹ Pelas evidentes semelhanças, Biederman terá herdado esta definição de contorno de J. J. Gibson, na sua obra de 1950, *The perception of the visual world*.

reduzido da informação que conduz ao reconhecimento²⁰⁰, tendo em conta a exigência do *menor esforço* da teoria, e tendo em conta o volume de informação que tem de ser tratado para extrair um contorno parece entrar-se num paradoxo.

§196. Para vencer o paradoxo são importantes as engenhosas compreensões de Fred Attneave no seu artigo de 1954, *Some informational aspects of visual perception*; elas foram decisivas para parte das suposições e ideias fundamentais de Biederman. Nesse artigo Attneave compreende que muita da informação recebida pelo sistema perceptivo é *redundante*. Não é *superficial* nem está em *excesso*, simplesmente não precisa de ser objecto de síntese directa, pois pode ser indiciada por uma parte ou por elementos específicos e salientes. Em zonas onde a informação apresenta distribuição *homogénea*, ela pode ser induzida. É nas zonas de ruptura, contraste ou descontinuidade que a informação oferece dados novos, que não podem ser induzidos a partir de outras partes [Attneave, 1954, 184]. Assim, a informação *relevante* (contra a *redundante*) «*concentra-se em pontos onde um contorno muda de direcção abruptamente*», pelo que «*objectos comuns podem ser representados com grande economia e fidelidade impressionante, copiando os pontos onde os contornos mudam de direcção maximamente, e conectando então apropriadamente estes pontos com um contorno recto*» [id., 185]. Com base neste raciocínio, Attneave produz o icónico desenho do gato adormecido, no qual só os pontos de maior curvatura (portanto, pontos de ruptura de uma continuidade) são identificados, sendo as ligações entre esses pontos preenchidas por segmentos de recta.

Todavia, a informação visual é espantosamente sugestiva: não temos qualquer dificuldade em identificar o gato, o que está a fazer, e mesmo em perceber as suas «curvas». O mecanismo compreendido por Attneave é simples: o sistema perceptivo detecta



Fig. 13: O gato de Attneave [Attneave, 1954, 185].

²⁰⁰ Em [Biederman, 1988a, 377-379], Biederman apresenta os cinco fenómenos mais extraordinários do reconhecimento de objectos, a saber, *rapidez*, *reconhecimento do objecto em novas orientações*, *sob níveis de ruído moderados*, *quando parcialmente oclusos* e *quando são exemplares de novas categorias*. Assim, enuncia também as três restrições a que estes fenómenos sujeitam uma teoria do reconhecimento de objectos, nomeadamente, *rápida velocidade de computação da informação*, *invariância da informação à orientação e ao ruído*, e *capacidade de computação de correspondências parciais*.

regularidades; assim que essa regularidade é reconhecida como estável, extrapola-a até ao ponto em que uma ruptura aparece, obrigando a uma mudança nesse regime de extrapolação.

O princípio geral é o da *homogeneidade*, e para lá deste impulso para a regularização indispensável ao tratamento rápido da informação visual, Attneave percebe que há toda uma cadeia de extrapolações que subsumem como casos particulares neste princípio. Tais extrapolações estarão fundadas em hábitos que se adquirem com o conhecimento do mundo – o qual fornece as próprias pedras-de-toque para elas; p. ex., a *simetria* é uma extrapolação natural (crescemos a conhecer objectos simétricos, em particular seres vivos), assim como a *textura*. «Qualquer espécie de invariância física, seja qual for, constitui uma fonte de redundância para um organismo capaz de abstrair a invariância e de utilizá-la apropriadamente; mas na verdade sabemos muito pouco acerca dos limites da aparelhagem perceptual humana com respeito a tais capacidades» [Attneave, 1954, 186]. É que tudo indica que «uma função principal da aparelhagem perceptiva humana é eliminar alguma da redundância da estimulação para descrever ou codificar informação recebida numa forma mais económica do que aquela que atinge os receptores» [id., 189]. A extrapolação de regularidades tem então a estrutura de uma *invariância estatística*.

É sobre este raciocínio que Biederman fundamenta a sua noção da percepção como uma *descrição económica*. Attneave elenca os principais elementos que compõem essa economia descritiva, organizados em quatro grupos: *variações numa continuidade regular*, *regularidade descontínua* ou *recorrência*, *proximidade* e *interacção*. São eles, o *gradiente da textura*, a *proximidade* (ou a *localização aproximada*), a *similaridade* e a *boa continuação* (para o detalhe dos dez princípios, vide [id., 189-191]). Todavia, estes princípios de economia só são válidos se se traduzirem em efectiva economia de computação. I.e., caem por terra se o esforço empenhado em concretizar estes processos de regularização for maior que o esforço envolvido na computação da informação integral. Para tal problema, Attneave só pode socorrer-se de exemplos, e de uma importante pedra-de-toque: a da *aquisição de hábitos perceptivos*. Assim, embora não pudesse garantir a economia da computação por eliminação das redundâncias, tudo leva a crer que a ecologia perceptiva está fundada em hábitos que resultaram de constatações sistematicamente reiteradas. P. ex., se estiver de costas e ouvir uma voz a uma certa

distância, tenho boas razões para *assumir* que também lá estará uma boca, um rosto, enfim, uma pessoa [id., 192].

§197. Seguindo estas intuições, Biederman não podia todavia ainda garantir que a extracção de contornos não fosse um atalho mais longo que o caminho directo, i.e., a computação da informação integral. Vimos como seria a neurologia a contribuir com importantes dados. Mas tais dificuldades tiveram todavia um efeito fértil: conduziram Biederman a estender a concepção prioritária desse processo a um outro pressuposto que, com o tempo, viria a assumir relevo decisivo na compreensão global do *primal access*: a detecção das *NAP* do objecto. Assim, num artigo de 1988, *Aspects and extensions of a theory of human image understanding*, a teoria é revista e sofre subtis transformações na sua estrutura. O problema parece, por um lado, ser o do possível paradoxo que mencionei, por outro a dificuldade em identificar com clareza a estrutura fundamental do *primal access*. Biederman terá chegado a conclusão semelhante acerca do pressuposto da detecção de contornos: «*se o objectivo da computação é modelizar o desempenho de observadores humanos em tempo-real [...], o busílis na modelização em tempo-real não é se uma classificação pode enfim ser alcançada por um qualquer subconjunto da informação da imagem, mas se a velocidade, precisão e exigências de atenção são afectadas pela filtragem de um aspecto particular da imagem*» [Biederman, 1988a, 372, sa] – a extracção de contornos parece uma dessas formas onerosas de filtragem, e como os diversos autores referirão, a única prova da eficácia de um tal processo é a existência do sistema perceptivo humano.

Por isso, admitindo as obscuridades, «*a RBC não assume um esquema específico de extracção de contornos*» [Biederman, 1988a, 381], pelo que «*não se confere um estatuto especial à silhueta (ao contorno delimitante). Porém, muitas vezes a silhueta oferece contorno suficiente para activar a representação de um objecto*» [id., 385]. Esta última passagem visa marcar a diferença entre *silhueta* e *contorno interno*, procurando defender que a silhueta não é um elemento primacial da activação do reconhecimento. Biederman tem então de pôr a tónica na detecção de propriedades não-acidentais, o que se viria a revelar uma feliz mudança de estratégia.

Assim, a *RBC* começa a desenvolver-se insistindo noutros instrumentos e noutros operadores, e é uma das razões pelas quais a sua fisionomia se transforma ao longo do

tempo. Em particular, aspectos da determinação das *NAP* (colinearidade e curvatura, simetria e paralelismo, coterminação)²⁰¹.

Há então que reter que embora a teoria de Biederman pressuponha como uma operação fundamental a extracção de contornos para a detecção de figuras, o facto é que a complexa natureza neurofisiológica desta operação levou a que Biederman deslocasse o problema da produção da figura para um âmbito maior de elementos. Em [Biederman et al., 2005, 1353] lê-se que «*o papel dos contornos na afirmação da orientação e de descontinuidades em profundidade tem importantes implicações teóricas para teorias do reconhecimento de objectos. Algumas teorias propõem que tais contornos e vértices de uma imagem são vitais para determinar a representação de um objecto*», e Biederman cita a sua teoria e o modelo de Marr e Nishihara de 1978 como exemplos de teorias que dependem da extracção de contornos (e podemos aqui acrescentar o modelo PARVO apresentado em [Bergevin, 1989]). Porém, continua-se com a definição do contorno pela função de contraste; a nota 1 ao corpo do texto é inequívoca: «*há muitas fontes para a variação de contraste numa imagem de um objecto do mundo-real. Mudanças agudas de contraste correspondem frequentemente a “contornos”, os quais podem ser produzidos por uma variedade de fontes, tais como sombras, variações do albedo [reflexão das superfícies], reflexão de realces, diferenças de textura, bem como descontinuidade na orientação e na profundidade*» [id.]. Mas mais importante parece ser um atributo natural do sistema perceptivo dos primatas: a existência de células neuronais que respondem prioritariamente a linhas, portanto, *contornos*.

O contorno, trave-mestra da teoria e um aspecto privilegiado do acesso ao reconhecimento de objectos, não pode todavia ser tomado como um mecanismo linear. A esse respeito, Biederman dirá que «*todas as teorias contemporâneas de representação do objecto baseadas na figura [...] assumem uma hierarquia de aspectos através do qual a filtragem inicial de tipo Gabor que é característica da afinação celular em VI [a área primária do córtex para a projecção visual] é, em última análise,*

²⁰¹ Todavia, apesar deste esforço de contornar a questão fundamental da extracção de contornos, penso que se ela não se tivesse confirmado, a teoria invalidar-se-ia. Isso porque é difícil compreender e aceitar estes outros operadores de reconhecimento fundamentais da teoria: pois a que outra coisa aplicar as *NAP* senão a contornos, literalmente linhas?

No abstract de [Biederman et al., 1991a, 73], os autores indicam que toda a questão do reconhecimento por componentes ou por padrões está envolvida numa disputa irresolúvel enquanto se estiver «*na ausência de uma teoria que defina o que é um estímulo*». Ou seja, é logo pela definição da própria unidade perceptiva fundamental, o *estímulo* (o *input*) que começam os antagonismos teóricos. Enquanto não se souber se um estímulo é uma unidade (p.ex., um contorno), ou um conjunto de unidades (p. ex., um géon ou um padrão), não se pode aferir a verosimilhança de um modelo teórico para a percepção.

*transformada ao longo de uma série de estágios até chegar a um ponto onde a afinação celular é melhor descrita por aspectos “moderadamente complexos”, com campos receptores [<receptive fields>] que frequentemente não podem ser analisados por meio dos seus componentes lineares» [Biederman et al., 2007, 71]. Dito de outro modo, à descodificação da figura assiste uma diversidade de elementos entramados de tal complexidade, que falar de contorno para definir a figura de um objecto será redutor. O que força Biederman a ampliar a sua pressuposição inicial e alargar o espectro da composição do *primal access*.*

§198. Dentro do primeiro grupo de pressuposições, a pressuposição ii) da teoria assume que o sistema perceptivo é um produtor de *boas formas*, de formas *regularizadas*. Esta pressuposição segue uma tradição teórica a respeito da percepção; neste caso, a sua fundação remonta ao programa da psicologia da *Gestalt*, em particular ao princípio da *Prägnanz*. No sentido em que esta é uma herança directa, não vejo grandes pontos de discussão. A teoria recebe o princípio da *Prägnanz* como um axioma e não lhe aplica qualquer análise ou depuração. Tal é para mim um dos grandes enigmas da percepção, a saber, a emergência de uma organização formal/figural que não é a simples sobreposição das partes que compõem um estímulo. Essa pressuposição implica um papel activo do sujeito perceptivo, no sentido em que é ele quem engendra uma organização e uma regularização não-contidas no estímulo. Mas *pressupõe-se* porque não se é capaz de descrever os mecanismos que fundamentam e geram o impulso para a regularização.

Biederman diz-nos em [Biederman, 1987b, 118, 145] que a consideração de relações não-acidentais entre os componentes postulados pela teoria (os *géons*) e o princípio de decomposição *<parsing principle>* encaminham a teoria dos *géons* para um encontro natural com o fenómeno da *Prägnanz* e para a sua compreensão: «*embora os objectos [dados à percepção] possam ser altamente complexos e irregulares, as unidades através das quais os objectos são identificados são simples e regulares [ainda que] os constrangimentos no sentido da regularização [...] se assumam caracterizar não o objecto completo, mas os componentes do objecto*» (também [Biederman, 1987a, 391] e [Biederman, 1988a., 385-386];). I.e., a *RBC* só chama o princípio da *Prägnanz* a actuar sobre as unidades primitivas, os *géons*, e é devido a esse impulso para a regularização que elas podem ser descritas como sólidos geométricos euclidianos. O que desemboca

noutro dos axiomas da teoria: o sistema perceptivo humano efectua espontaneamente uma síntese das componentes figurais dos objectos que concorda com a descrição de sólidos geométricos euclidianos. Se a sua raiz é o princípio da *Prägnanz*, reversamente esta ideia implica que *a geometria euclidiana é o produto de um impulso humano para a regularização de figuras* (uma parte da geometria; aquela que diz respeito às relações estáveis e verdadeiras entre elementos geométricos seguramente não nasce aqui). Todavia, o impulso para a regularização não significa que o sistema perceptivo seja menos sensível ao irregular, bem pelo contrário. Na verdade, segundo Biederman (concordando Attneave), a percepção visual está mais afinada para a percepção das *catástrofes* (rupturas da continuidade, assimetrias) e para os casos não-standard dos objectos: «*quase sempre é o standard que é o alvo mais difícil. Assim, elipses sobressaem entre círculos, mas não círculos entre elipses; pares de segmentos não-paralelos sobressaem dos pares paralelos, mas não os paralelos dos não-paralelos [...]. Uma possível explicação para isto é a de que o “standard”, p. ex., o paralelismo, é detectado por um detector afinado para um espectro mais amplo [...]. Esta especulação responde então ao porquê parecer a detecção do standard (contra o não-standard) a mais difícil*» [Biederman, 1988a, 389]. As considerações de Attneave ajudam a compreender o fenómeno: são as rupturas na homogeneidade que capitalizam a atenção, pois são elas que prometem informação nova.

Nessa mesma linha, Biederman reclama em [Biederman, 1987b, 127], oferecer, com a teoria dos *géons*, uma explicação para um fenómeno amplamente documentado, o da memória ter uma inclinação <*bias*> para regularizar objectos irregulares: um objecto altamente irregular visto e posteriormente lembrado tem tendência a ser recordado numa versão *regularizada*. A explicação da *RBC* para estes fenómenos consiste numa «*projecção do estímulo perceptivo sobre um sistema representativo baseado em primitivas regulares [leia-se, géons]. A memória de uma forma ligeiramente irregular seria traduzida no vizinho regular mais próximo dessa forma*» [ibid.]. Portanto, não só os estímulos perceptivos parecem ser traduzidos para primitivas geónicas esquemáticas regularizadas que constituem uma representação intermédia entre realidade e sistema cognitivo, como é a essas primitivas que as faculdades mentais recorrem na ausência do estímulo; pelo menos a memória. De resto, a teoria prevê que objectos muito irregulares impliquem velocidades de reconhecimento maiores [Biederman et al., 1993a, 185].

Este aspecto liga-se a uma das caracterizações da teoria, a saber, a de ela ser um modelo teórico que depende da prescrição de *representações intermediárias*. Ou seja, supõe-se que a relação cognitiva entre sujeito e realidade não é directa, está mediada por filtros. Aproximamo-nos de uma reformulação contemporânea do pensamento kantiano: a representação intermediária entre experiência e entendimento, o esquema, é para o caso da figura na teoria de Biederman vertida para a noção de *géon*, representação intermediária entre percepção do objecto e o seu conceito. Ou seja, com Biederman, uma proto-geometria passa a descrever a capacidade de rapidamente activar o reconhecimento visual de um objecto.

§199. Referi já *en passant* a questão da *memória* e daquilo com que está apetrechada. As pressuposições a seu respeito configuram o aspecto iii) do primeiro grupo da minha divisão. É uma das pressuposições mais indispensáveis mas também mais difíceis de analisar. Difícil porque supõe uma teoria para a formação e estabilização de representações na memória, teoria que a *RBC* não dá, embora uma parte seja deduzível dos princípios postulados pela teoria.

Como tenho vindo a reiterar, a teoria da *RBC* é uma teoria para o *reconhecimento* de objectos e cenas visuais. Nessa qualidade, o reconhecimento exige que tenha havido uma prévia formação dos conceitos dos objectos através das suas figuras, os quais são *armazenados na memória* (enquanto figuras e não como o todo percebido no estímulo), ficando disponíveis, como um catálogo ou uma colecção, para efeitos de correspondência entre um novo objecto visto e uma representação que se lhe liga na memória²⁰². De resto, Biederman assume que esta pressuposição é herdada de anteriores teorias (entre elas a de Marr e Nishihara), consistindo a originalidade da *RBC* «na proposta de um vocabulário particular dos componentes [géons e suas relações] derivado de mecanismos perceptuais e a sua explicação para como um arranjo desses componentes pode aceder a uma representação de um objecto na memória» [1987b, 117]. Esse vocabulário consiste nos géons primitivos, o número necessário para descrever cada objecto e as relações admitidas entre géons.

²⁰² Não se fala de modelos. A teoria de Biederman não se enquadra numa correspondência por modelos, ainda que pressuponha a formação de uma estrutura ideal do objecto. Porém a representação geónica tem de assentar num qualquer tipo de *esquema* representativo; esse esquema, não sendo um modelo, é sem dúvida uma estrutura indexante, de modo análogo àquele em que o esquema kantiano não é uma imagem, mas a regra de construção de uma representação geral. É a natureza desta estrutura esquemática, indexante, que põe problemas.

As questões fortemente problemáticas aqui em causa são, por um lado, a existência destas representações na memória, por outro, a natureza dessas representações. Quanto à primeira, parece indiscutível e transversal à espécie humana a existência de uma faculdade, a memória, que guarda representações da experiência tida com objectos ou situações em momentos anteriores, as quais podem ser reproduzidas depois, voluntária ou involuntariamente. De resto, sem a existência de uma tal faculdade, a capacidade cognitiva humana seria impossível conforme a conhecemos. É, portanto, mais que uma pressuposição, uma *constatação*. Menos líquida é a segunda questão, a qual nos assegura que não só a memória está provida de representações, como implica uma hipótese muito discutível, a saber, de que a estrutura representativa da memória assenta num armazenamento esquemático dos objectos assente em suas propriedades determinantes, de modo a “comprimir” a riqueza de um objecto percebido numa representação que dele guarda apenas elementos fundamentais; na suposição particular desta teoria, a sua figura geométrica fundamental. Biederman assume isto sem hesitações e não vê aí grande complexidade; em [Biederman et al., 1992b, 192] é «a natureza das representações da memória usadas para o reconhecimento visual de objectos» (sm) que põe problemas à teoria; mas são logo avançadas duas hipóteses quanto à natureza dessas representações: ou a) são *metricamente específicas* ou b) são *metricamente invariantes* [ibid.]. A meu ver, a questão é mais complexa e são os próprios trabalhos do autor que põem a claro as complexidades envolvidas.

Tal como sem a pressuposição da extracção de contornos, também sem a pressuposição de uma representação na memória, seja ela de que tipo for, a meu ver a *RBC* não funciona. A representação esquemática contida na memória, a qual modeliza numa versão económica mas eficaz os índices da relação entre um objecto visto e um objecto memorizado, é a ponte entre a actualidade do real e a virtualidade de um (re-)conhecimento possível. Sem esta ponte, a *RBC* não pode estabelecer a correspondência entre o real e o modo como é representado, mediado pelo modo segundo o qual o estímulo visual é processado pelo sistema perceptivo.

Tal como nas anteriores pressuposições, as considerações de Biederman acerca deste processo não o tornam menos obscuro. A raiz dessa obscuridade não é fácil de arrancar. Como Kant compreendeu, mesmo que eu feche os olhos e tente pensar na figura mais geral, p. ex., de um cão, eu sinto-a, mas ela não me é dada numa percepção ou visão

clara, pois ao *esquema de um conceito não corresponde nenhuma imagem específica* – o esquema apresenta, mas não é uma imagem.

E assim, em certa medida, Biederman fica-se por uma metáfora que ilustra um certo modelo de relação entre os géons que actuam na síntese perceptiva e o correspondente geónico dos objectos guardado na memória, sem todavia modelizar de um modo eficaz uma proposta conceptual para essa relação. Em última análise parece que essa apresentação é *intangível e inapreensível*. Só se verifica pela eficácia do reconhecimento; melhor, o reconhecimento é a pedra-de-toque da existência dessa relação entre estímulo imediato e representação mediata guardada na memória.

Identifiquemos então um conjunto de noções mais ou menos decorrentes do discurso de Biederman a respeito da memória²⁰³: i) a memória é um *armazém* de representações; ii) a memória tem uma *capacidade limitada* de armazenamento; iii) pelo motivo anterior, a memória possui um conjunto de *algoritmos de compressão e reescrita da informação a integrar numa representação* – a representação geónica, por primitivas volumétricas, que regulariza o irregular e descomplexifica o complexo, seria o seu algoritmo mais notável, embora haja outros, p. ex., a inobservância de variações métricas, que é compensada pela preservação da informação acerca das características invariantes dos objectos²⁰⁴ – Biederman chama a esta versão memorizada uma *descrição estrutural* [Biederman, 1987b, 143]; iv) os *princípios de sintetização* da memória são portanto *de natureza qualitativa e não quantitativa/métrica*; v) dos dois pontos anteriores deduz-se que *a memória possui uma sintaxe e semântica próprias*, as quais, por motivos de traduzibilidade, correspondem à sintaxe e à semântica do restante aparelho cognitivo.

Esta falta de esclarecimentos acerca dos processos que caracterizam o comportamento e a correspondência entre o tratamento geónico da informação visual e a sua correspondência com versões do mesmo tipo guardadas na memória é tanto mais grave

²⁰³ Na sua vasta produção, Biederman refere-se recorrentemente à memória sem nunca expor o que por ela entende. Tudo o que é dito corresponde a um conhecimento tácito, mais ou menos de senso-comum (apesar de as suas bibliografias citarem muitos estudos sobre a memória); não obstante, numa teoria que depende fortemente do comportamento e características da memória, Biederman não estabelece com clareza os principais elementos da sua compreensão da memória.

²⁰⁴ Em [Biederman, 1988a, 374], a respeito do problema da computação de um reconhecimento integral pela memória, Biederman escreve, levando ao coração do problema e à necessidade da sua pressuposição: «um tempo maior [necessário] para imagens estilizadas ou modificadas pode [conduzir] a que elas sejam reconhecidas como símbolos ou através de inferência, ou então através de várias iterações de um processo mais básico, em vez de por uma projecção inicial directa da representação dos contornos de uma imagem sobre uma representação armazenada do objecto. O objectivo da compreensão das computações que conduzem à efectiva identificação [...] redonda em algo muito elusivo, na medida em que há provavelmente um número de meios, talvez obedecendo a diferentes constrangimentos, através dos quais uma imagem pode ser classificada».

quanto o artigo que devia apresentar pelo menos boas pedras-de-toque para o modo de funcionamento desse mecanismo, *Matching image-edges to object memory*, quase nada esclarece a tal respeito. Tudo o que é dito sobre o comportamento e natureza da memória e sobre o mecanismo fundamental da correspondência é vago e tácito. Por outro lado, impõe-se a ideia de que a relação entre os processos de síntese de informação na experiência visual e a correspondente operação de síntese operada pela memória são afins. Todavia, parece-me, tal não significa que sejam equivalentes. Esta íntima relação, que toma parte na heurística perceptiva, é apenas apontada, não é descrita ou analisada nos trabalhos de Biederman. Mais ainda, a relação entre a memória e o próprio processo de reconhecimento não se joga em planos separados, ela é contemporânea. De resto, no processo de reconhecimento, a memória oferece dados à estrutura perceptiva que podem ou não encaminhar para o correcto reconhecimento, através de um mecanismo de desbaste: «*por exemplo, a detecção de uma imagem muito alongada, ou a cor vermelha, pode inibir, respectivamente, as representações MESA e COGUMELO, mas não activa necessariamente CANETA e KETCHUP* [sic]» [Biederman, 1988a, 384].

Porém, é preciso admitir que dificuldades deste tipo inerem ao facto de ser mais difícil desenvolver estudos experimentais para perceber o comportamento de uma faculdade como a memória (entre outras razões, pelas dificuldades técnicas envolvidas), do que desenvolver estudos para compreender o funcionamento do aparelho visual que, comparado com a primeira, está relativamente bem estudado e documentado. Em larga medida, a proposta e a pressuposição de Biederman corresponde às *pressuposições possíveis*. Se o esforço para conhecer se detivesse sempre que se deparasse com obscuridades, não haveria conhecimento nem ciência.

§200. Finalmente, há um outro enigma que diz respeito, a um tempo, quer às pressuposições da memória, quer às pressuposições sobre o *primal access* perceptivo: é que talvez o *primal access* seja assistido por uma faculdade ou mecanismo de projecção da informação vinda dos estímulos sobre as representações inscritas na memória, digamos, uma faculdade *intermédia* que medeia a geonização da informação proveniente do estímulo e a representação geónica correspondente inscrita na memória, *sobretudo no que respeita a possíveis transformações dos dados do primal access*. Kant descobriu que essa combinação, uma projecção dinâmica, era operada pela *imaginação*;

Husserl, desenvolvendo a ideia de Kant, concebeu-a como uma *livre variação imaginativa*. Algo de muito semelhante é tomado como hipótese por Biederman (que a toma contrariado de outro autor, Jolicoeur), quando afirma ser possível haver um módulo intermédio que tanto faz a compensação e o preenchimento das secções que faltam em objectos dados de modo incompleto ou ocluso (tornando assim o seu reconhecimento possível), como produz a rotação de um objecto de modo a obter uma combinação com as representações prototípicas que deles existem na memória²⁰⁵. Lê-se em [Biederman, 1988a, 412], «*talvez uma rotação mental – ou uma transformação imaginativa mais geral intensificando a memória em funcionamento – seja requerida apenas nas condições (relativamente raras) em que as relações entre os componentes tenham de ser rearranjadas [para ser reconhecidas]*». Hipótese que não lhe apraz porque «*a rotação mental parece ser demasiado lenta e onerosa para dar conta da facilidade e rapidez com que a transferência ocorre entre diferentes transformações em profundidade que preservam a integridade de um objecto*» [id., 414].

Numa fase inicial, parece que para o autor havia uma projecção muito pouco mediada entre o estímulo perceptivo e a representação da memória. Estudos posteriores levaram-no a considerar a muito provável existência de vários níveis intermédios entre o nível retinotópico do estímulo e o nível das unidades de representação na memória (p. ex., no caso do reconhecimento de rostos, o qual envolve um número considerável de filtragens; [Biederman et al., 1996]). Todavia, Biederman resiste sempre à ideia de operações de transformação no *primal access* – a sua preferência recai sobre a determinação de propriedades invariantes que não exijam computações acessórias.

Para terminar, como entender a ideia de a memória estar fornecida de representações de objectos e sobretudo de ser capaz de identificar representações de diferentes objectos como pertencendo a uma mesma categoria? Biederman é inequívoco: tais representações nem são dadas *a priori* nem existe uma descrição estrutural na memória para *todos* os casos (um modelo para cada caso); na memória estão talvez reunidos algoritmos para os índices de uma *descrição estrutural* de cada objecto e portanto tem de haver uma actividade comparativa entre a percepção de um objecto e a sua subsunção numa classe ou conceito [Biederman, 1988a, 416]. Como são *adquiridas* e

²⁰⁵ Biederman debate-se vivamente contra esta última hipótese, no sentido em que prefere, por razões de computação, pensar que a percepção trabalha sobre propriedades invariantes, que não estão reféns de acidentes do ponto-de-vista e que portanto não carecem de qualquer processo de transformação para favorecer a correspondência com as representações da memória.

actualizadas estas descrições estruturais na memória, e qual a diferença fina entre uma *descrição estrutural* e um *modelo*, Biederman não esclarece.

§201. Ocupando-nos então do problema da memória, regresso ao segundo grupo da minha divisão, o da estrutura funcional da teoria, mais especificamente ao ponto ii) a *correspondência-na-memória*.

Recordo e reafirmo uma diferença fundamental e nem sempre óbvia: a correspondência de uma descrição estrutural extraída da percepção com uma descrição estrutural existente na memória é um processo diferente e autónomo por relação ao processo de categorização, i.e., de atribuição de um conceito ou categoria conhecidas à descrição estrutural que foi extraída dos estímulos percebidos. *Reconhecer* é sinónimo de *perceber*, mas é diferente e independente de *compreender* ou *identificar*.

Com o exemplo de um objecto *non-sense* em [Biederman, 1987b, 116], Biederman demonstra que conseguimos segmentar o todo do objecto em várias partes (paralelepípedos, cones, cilindros, ...) e assim *reconhecê-lo*, sem, todavia, saber o que ele é. Não temos conceito para ele, e quando muito, pode dizer-se que *evoca* ou *parece-se* com um carrinho de cachorros-quentes do género dos que existem em Nova Iorque.

Ora, a teoria de Biederman está entre o problema do reconhecimento e o problema da conceptualização. Penso todavia que esta posição não é suficientemente definida e essa indefinição do âmbito real da *RBC* abre caminho para problemas de delimitação do seu campo explicativo. Este momento configura, já o sublinhei, uma das mais problemáticas secções da teoria de Biederman. De resto, destaquei-a na minha divisão como se fosse um momento autónomo, independente ou posterior ao *primal access*. Podemos tentar perceber se há necessidade de cindir o *primal access* e a operação de reconhecimento. Porque, ao abrigo da *RBC*, o reconhecimento é parte integrante do *primal access*.

Na fase final do *primal access*, i.e., após o momento em que o sistema perceptivo conseguiu detectar uma primitiva volumétrica estável que representa estruturalmente o objecto percebido, esta primitiva é projectada sobre uma descrição correspondente que está armazenada na memória. Toda esta descrição é metafórica. Com efeito, se nos colocarmos novamente ao nível neuronal, o que acontece é que, quando uma rede neural detecta uma estrutura estável – o que se traduz na activação simultânea de um padrão de células, afinadas para detectar determinadas propriedades invariantes nos estímulos –

essa activação é já uma correspondência com uma descrição guardada na memória. Ou seja, a formação de géons só seria possível se a rede neuronal já estivesse instruída – por registos da memória – para reconhecer certos padrões como correspondendo a determinados géons. E, no limite, o que é que isso implica? Implica que a *RBC* não pode ser apenas uma teoria do reconhecimento dos objectos, tem que ser também uma teoria da formação da estrutura figural dos objectos na memória. Pode a *RBC* dar uma suficiente esquadria para a constituição da estrutura figural dos objectos?

Por um lado, penso que sim e, naquilo que resulta até como um dos pontos mais ricos e surpreendentes da teoria, essa virtude aproxima-a de uma naturalização da ideia que apresentei na introdução deste trabalho, de uma proto-geometria. Em primeiro lugar, se aceitarmos os resultados da neurofisiologia e a sua constatação de que existem neurónios afinados para a detecção de pontos; se aceitarmos que, na activação e articulação recíproca entre neurónios existem efeitos de ligação entre os pontos detectados, formando linhas; se aceitarmos que esses efeitos de ligação, essas linhas, são extraídas em função das zonas de ruptura ou contraste do estímulo visual; então aproximamo-nos da convicção de que um elemento basilar do tratamento visual dos objectos se dá pela extracção dos contornos dos objectos. Em segundo lugar, se aceitarmos que, para efeitos de tratamento dos contornos, o córtex estará afinado para elaborar sobre características qualitativas específicas desses contornos e sua relação recíproca, nomeadamente sobre os modos da sua coterminação, temos algo como a possibilidade de fazer um fechamento, uma “individualização” das figuras e respectivas partes, segmentando as figuras pelos momentos em que surgem descontinuidades ou rupturas nos seus contornos. Em terceiro lugar, se aceitarmos que este “desenho” da estrutura figural do objecto corresponde à activação de um cluster de neurónios, os quais, nessa activação, se convertem num correlato da figura, *reactivável* sempre que uma figura análoga sugere a activação desse mesmo cluster neuronal, então temos a teoria dos géons como uma teoria que descreve a formação da estrutura figural fundamental dos objectos. Consequentemente, ela dá um quadro para compreender a produção da forma esquemática dos objectos e para compreender os efeitos da recorrência dessa forma e seu impacto no reconhecimento de objectos com formas afins.

Isto indicará que o *primal access* e o *matching-in-memory* são efectivamente dois momentos distintos, unidos todavia por uma raiz comum: se é verdade que o *primal access* descreve a formação da estrutura esquemática da figura do objecto, e se o

matching-in-memory se traduz na activação de um cluster de células que corresponde a uma figura afim da estrutura esquemática detectada, ambos os momentos radicam sobre a natural disposição para codificar a estrutura de uma figura na sua representação mais arquetípica. E se os axiomas qualitativos de Biederman estiverem correctos (nomeadamente os que dizem à coterminação das linhas que formam o objecto) então essas estruturas figurais devem poder ser traduzidas naquelas primitivas volumétricas, os géons, justamente porque elas correspondem à máxima regularização da estrutura de contornos de uma figura ou de parte de uma figura.

Temos assim que as áreas do córtex correspondentes ao tratamento da figura se comportam como géometras naturais: detectam pontos, da articulação entre pontos desenham linhas, da relação entre linhas e seus ângulos produzem sólidos e esses sólidos descrevem as partes maximamente regulares de uma figura, figura na qual subsumem todos os objectos que lhe sejam estruturalmente análogos.

Mas como é que isto explica a capacidade de atribuir um conceito que identifique as partes do objecto como um todo com um sentido específico? Ou seja, como é que da identificação de certas descrições estruturais, mais ou menos variáveis, se passa à conceptualização desse todo como o objecto *x*? Não explica. Será necessário desenvolver uma teoria da formação dos conceitos – e o papel, p. ex., da aprendizagem e da exemplificação – para poder dar uma resposta satisfatória, um correlato cognitivo, ao que a teoria pretende modelizar ao nível perceptivo. Será preciso passar, nos esforços futuros da teoria, da *sintaxe* à *semântica*, ou dito numa formulação husserliana, ser capaz de fazer a transição da lógica formal à ontologia formal.

§202. Biederman entende a sua teoria como uma *descrição estrutural* (p. ex., [Biederman, 1988b, 117; 2007, 73] e [Biederman et al., 1992a, 484]). E por isso, antes de dedicar-me aos problemas que respeitam ao terceiro grupo da minha divisão, o das *aplicações*, interessa analisar esta concepção. A teoria é uma descrição estrutural porque supõe, *por via de uma função de similaridade*, que há a correspondência entre a composição primitiva de um objecto ou de uma cena visual e o conjunto de representações correspondentes que estão armazenadas na memória²⁰⁶. Noutras ocorrências, Biederman atribui aos próprios *géons* fundamentais a qualidade de

²⁰⁶ Este é um dos pontos que permite maior aproximação entre a teoria de Biederman e a conceptualização da percepção dos objectos nos *espaços conceptuais* de Peter Gärdenfors.

descritores estruturais; por só oferecerem uma estrutura invariante comum a famílias de formas, essa característica permite-lhes uma maior elasticidade e expressividade (p. ex., [Biederman, 1987b, 118, 122]). Mas também as *relações* entre diferentes *géons* na descrição de uma mesma forma, p. ex., a relação entre o cone e o cilindro na representação de um lápis, são designadas por *descrições estruturais* (p. ex., [Biederman, 1987a, 386]). Então, o que é uma descrição estrutural, e que implicações tem uma teoria que se quer como uma teoria de *descrições estruturais*?

Embora seja uma noção com um campo de aplicação lato, Biederman deve a sua noção de *descrição estrutural* a Winston, em particular a um trabalho de 1975, *Learning structural descriptions from examples*, onde este autor desenvolveu uma série de modelos estruturais representativos de figuras a fim de treinar um sistema de visão artificial. Mas a noção de descrição estrutural aparece definida, enquanto semântica computacional, por Shapiro e Haralick no seu artigo de 1981 [Shapiro, Haralick, 1981], do qual se podem tirar ideias e sobretudo formulações que iluminam as intuições que Biederman desenvolveria posteriormente. Atente-se na abertura do artigo: «*a descrição estrutural de um objecto consiste nas descrições das suas partes e das suas inter-relações. Por exemplo, uma simples cadeira, é feita de seis partes: o espaldar, o assento e quatro pernas. O espaldar, o assento e as quatro pernas podem em alguns casos ser descritos por paralelepípedos rectangulares com vários constrangimentos nos seus comprimentos, espessuras e profundidades. A inter-relação entre as partes específica como é que elas encaixam umas nas outras. Por exemplo, o topo do assento e a face do espaldar formam entre si um ângulo recto. As partes de um objecto podem ser primitivas (indecomponíveis) ou podem ser divididas em subpartes. Quando as partes de um objecto não são primitivas, a descrição estrutural do objecto consiste num nível de descrições para cada nível de subpartes. Uma tal descrição multinivelada é chamada uma descrição hierárquica e é útil para objectos complexos com muitas repetições de partes e subpartes*»²⁰⁷ [Shapiro, Haralick, 1981, 504, sa].

A ideia de uma descrição estrutural das principais componentes da síntese perceptiva apresenta um conjunto de vantagens a ter em conta numa teoria que não se quer

²⁰⁷ Adiante, Shapiro e Haralick definem formalmente esta noção, numa formalização que é muito adequada ao caso dos géons. A descrição estrutural D de um objecto consiste no par $D=(P, R)$, onde P representa o conjunto das *partes* de um objecto e R o conjunto das *relações* entre essas partes. Então P é o conjunto de *primitivas* $P=\{P_1, \dots, P_n\}$, onde cada primitiva P_i é uma relação binária $P_i A \times V$ (onde A é o conjunto de possíveis atributos e V o conjunto de possíveis valores). R é o conjunto de relações $R=\{PR_1, \dots, PR_K\}$ sobre P . Para cada $k=1, \dots, K$, PR_k é um par (NR_k, R_k) onde NR_k é o nome para a relação R_k e para um positivo inteiro M_k , tal que $R_k P^{M_k}$. É bom de ver, dada esta formalização, como é fácil computar as diferentes descrições geónicas dadas as relações e as propriedades que Biederman concebeu.

sufocada por formalizações fáceis de postular mas difíceis de computar (Biederman tem sempre presente que a percepção e o reconhecimento são processos computados com notável velocidade e eficácia). Elenco essas vantagens: a ênfase na noção de estrutura distingue então entre as *partes* que compõem a estrutura (as primitivas) e as *relações* que se estabelecem entre as primitivas da estrutura (vide, [Biederman, 2007, 73], [Biederman et al., 1992b, 192]). Estes são os seus dois elementos determinantes, digamos, as matrizes de onde uma variedade de enunciados se pode deduzir. Outra das vantagens é uma *invariância* fundamental, quer desses elementos, quer das relações entre eles. A noção de invariância joga-se em dois planos nos géons: por um lado, ela significa que um mesmo objecto pode ser facilmente reconhecido através das suas componentes estruturais (quer seja percepcionado de diferentes pontos-de-vista, quer uma parte sua esteja oclusa, quer esteja bastante degradado ou quer seja um exemplar relativamente incomum da classe de objectos em que está filiado), porque há um campo mais ou menos estável de atributos e seus possíveis valores – ainda que eles variem; por outro lado, reconhecendo que uma primitiva pode tomar parte na descrição de um elevado número de objectos e que um *cluster* de primitivas pode descrever um número ainda mais elevado de objectos, impõem-se a noção de uma *economia por descrição geónica* – com um pequeno número de primitivas, as quais devem ser multiplicadas pelo número de variações que cada géon pode sofrer sem ceder a sua estrutura fundamental. P. ex., o conjunto de variações dos atributos dos cortes transversais sobre o eixo de cada géon primitivo, p. ex., curvo contra recto, constante contra expandido ou contraído, simétrico contra assimétrico, o que computa um total de 36 variações das propriedades invariantes, ou *não-acidentais* (vide em [Biederman, 1987b] as figuras 6-9), multiplicado pelo número de combinações possíveis entre géons (tendo, como limite de combinações um número máximo de três géons, que Biederman considera suficientes para tornar a figura de um qualquer objecto apta para reconhecimento), obtém-se um número surpreendentemente elevado de descrições possíveis de diferentes objectos²⁰⁸.

Outra das vantagens, implícita na anterior, é a descrição por *propriedades não-acidentais*, i.e., propriedades intrínsecas que resguardam a estrutura invariante de cada

²⁰⁸ Ou seja, a sintaxe relativamente simples do sistema geónico permite todavia uma descrição de objectos muito alta: Biederman estima que se trate de uma capacidade de diferenciação que cobre um número de objectos em redor de 30.000, tratando-se de géons simples; para clusters de três géons esse valor ascende aos 154 milhões de objectos possíveis (vide tabela 1, [Biederman, 1987b, 128]). A economia perceptiva para as figuras que daqui decorre é espantosa: um valor de 30.000 objectos implicaria que uma criança conhecesse em média 4.5 objectos por dia durante 18 anos, 154 milhões de objectos implicaria que uma criança conhecesse 23,439 novos objectos por dia durante 18 anos!

géon, em lugar de um aparatoso sistema perceptivo erguido sobre a rendição de propriedades métricas. A preferência por propriedades qualitativas subsumidas num conjunto de formas particulares conhecidas (recto contra curvo, p. ex.), além de preservar uma alta resistência a variações que se prendem com o ponto-de-vista (p. ex., a rotação do objecto) é menos taxativa sobre o sistema perceptivo do que uma computação abstracta por propriedades métricas as quais, além disso, são pouco eficazes quando essas diferenças métricas são muito pequenas ([Biederman, 2007, 74]; também [Biederman et al., 1993a, 179, 182]).

§203. Também o géon é uma descrição estrutural [Biederman, 1988a, 393]: define-se atribuindo um valor ou forma – sobre um corte transversal – a cada uma das suas propriedades, (*colinearidade, curvilinearidade, simetria, paralelismo e coterminação*). Propriedades que não são aleatórias, pois aí Biederman fundamenta os indícios de que a percepção visual está afinada para distinguir entre contornos rectos ou curvos, para detectar simetrias, para perceber contornos paralelos e para encontrar os vértices nos quais diferentes contornos se encontram. Ora, atribuindo a cada uma destas propriedades um valor específico, obtém-se um diferente *géon*. É a variação ou o contraste entre esses valores que distingue os diferentes *géons*. Cada *géon primitivo* maximiza os contrastes entre estas propriedades. Já as cinco relações entre *géons* na descrição estrutural de uma figura (*tamanho relativo, tipo de ligação, centramento, tamanho relativo das superfícies a unir*), são as regras de computação das diferenças estruturais entre *géons* que, por sua vez, variando, são passíveis de descrever diferentes objectos, justamente a partir do *arranjo de propriedades geónicas*²⁰⁹.

Porém, como é evidente, esta aproximação teórica não dá conta daquela diferença fundamental que tem de haver entre o *primal access* e a *correspondência na memória*. Mesmo que se admita que o tratamento da figura seja, ao nível do *primal access*, um tratamento figural, a verdade é que o tratamento da indexação ao nível da representação na memória tem de abrir para o seu conteúdo *simbólico*. Que vantagem há em conceber que a memória guarde representações estruturais, de tipo geométrico, se essas representações não activarem conteúdos de sentido? Ou seja, eu posso ter uma *bolsa de*

²⁰⁹ Em [Biederman et al., 1987b, 126], um *arranjo de propriedades geónicas (GFA)* é descrito como composto pela «representa[ção] de um géon particular (o seu corte transversal, e forma do eixo [recto ou curvo]), o paralelismo dos seus lados e se está truncado, os atributos do géon (orientação [vertical, horizontal ou oblíqua] e proporção aproximadas), e as suas relações com outros géons (p. ex., acima, maior que, perpendicular a). Um conjunto de GFA corresponde à descrição estrutural de um objecto».

formas estruturais na memória que são rapidamente activadas quando um estímulo visual a elas corresponde. Mas como é que daí passo ao reconhecimento do objecto? Se não assumirmos que cada uma dessas formas pode ser símbolo de, que pode representar uma forma possível, como é que da descrição estrutural se passa à significação conceptual? Esta é uma das grandes debilidades da teoria, no sentido em que da descrição da estrutura não se consegue passar à activação dos possíveis sentidos da estrutura descrita. Retomando a formulação husserliana do parágrafo anterior, se a forma estrutural não condensar um conteúdo de sentido, então ela será vazia no seu potencial de inteligibilidade. Em larga medida, parece-me que o esclarecimento da relação entre descrição estrutural e activação de sentido conceptual depende de um mais profundo conhecimento da solidariedade entre as regiões do tratamento da informação visual e outras regiões do córtex.

§204. Vou ocupar-me agora brevemente com o terceiro grupo da minha divisão, o grupo das aplicações, mais especificamente o dos casos especiais.

Em geral, a teoria de Biederman aplica-se ao reconhecimento de objectos individuados, os *count nouns*. Pelas variações qualitativas de uma cena, em particular da sua iluminação, a extracção de contornos torna-se a pedra-de-toque para sustentar a ideia de que a percepção visual tende para a individuação de objectos, mercê das continuidades qualitativas que apresentam na cena visual. Referi também que, a partir do princípio da *Prägnanz*, Biederman defende que em casos onde os objectos estão parcialmente oclusos o próprio aparelho visual tende a inferir, ou a compensar, os elementos em falta na representação do objecto ([Biederman et al., 1991b], [Biederman, 1995, 148-154]).

Quanto ao caso do reconhecimento de cenas, embora Biederman reitere que a *RBC* é dirigida ao reconhecimento de objectos isolados [Biederman, 1988a, 419], verificou que há uma afinidade entre o reconhecimento de um objecto e de uma cena: os tempos para o reconhecimento de um e da outra não variam significativamente. A partir de um conjunto de estudos e de hipóteses desenvolvidas por R. J. Mezzanotte, Biederman defende que uma cena é redutível à representação por um conjunto de géons, cada um dos quais reduzindo a máxima representação de um objecto a apenas um géon. Assim, se um paralelepípedo em si não representa nada, constatou todavia que um arranjo de paralelepípedos activa rapidamente a representação do panorama de uma cidade e seus edifícios [id., 421]. Isso leva Biederman a defender que a teoria pode ser expandida do

reconhecimento de objectos individuais ao reconhecimento de cenas se se considerar a ideia de *clusters de géons*: tal como num objecto por vezes é necessário mais que um *géon* para fazer a sua adequada descrição, assim também numa cena se pode admitir que vários *géons* são tomados para a sua descrição, desde que «*eles preservem o tamanho relativo, o rácio e as relações do maior géon visível para cada objecto*» na cena [ibid.].

Ainda que neste último caso se admita um potencial explicativo a desenvolver, há um caso para o qual, a meu ver, a teoria dos *géons* é manifestamente insuficiente: o do *reconhecimento* dos rostos. Apesar das alegações de Biederman acerca da importância da figura na performance do reconhecimento do rosto (p. ex., [Biederman et al., 1996]), os estudos por ele feitos indicam que, por si, a figura não é suficiente para garantir o reconhecimento de um rosto, nem sequer pode ser tida como um elemento decisivo do *primal access*. Muitos outros parâmetros têm de ser considerados (iluminação, ponto-de-vista, contraste, orientação, pigmentação, configuração holística) e, na prática, são esses elementos que propriamente determinam o *reconhecimento* de um rosto como o rosto *x*. Todos eles funcionam como índices para o reconhecimento; todavia, no conjunto, pode ser que o elemento *figura* seja um elemento prevalecente no *primal access* a um rosto, mas é insuficiente para por si encaminhar para o reconhecimento. Tal não significa que a figura não entre activamente na identificação de um certo elemento numa cena visual como sendo um rosto. Uma certa primitiva volumétrica pode assistir o processo de reconhecimento de um rosto: se sabemos que *x* tem o rosto redondo e na cena visual que nos é apresentada está um arranjo de elementos cujo elemento correspondente à cabeça sugere não uma figura esférica mas elipsóide, essa informação pode logo despistar a correspondência daquele rosto com o rosto de *x*. Mas quando se trata do reconhecimento das diferenças finas entre vários rostos, a figura é parte residual. Mais importante que uma *figura* primitiva do tipo volumétrica geométrica (*géon*) é a *configuração*, o arranjo dos diferentes elementos que compõem a “cena” do rosto. De resto, disso faz prova o facto de todo o conjunto de estudos acerca do processamento da informação visual no reconhecimento de rostos em que Biederman participou se fazerem apenas referências residuais às componentes primitivas (ou então, essas referências são ténues e, a meu ver, pouco convincentes). Porém, no quadro da teoria do reconhecimento-por-componentes, os *géons* são apenas uma possibilidade teórica num universo de possíveis *componentes*. Esse universo não é composto por um componente em exclusivo. Creio que é até mais razoável pensar o *primal access* como um sistema de variedades, onde cada variedade corresponde a um tipo de componente

(p. ex., uma componente figural, uma componente cromática, uma componente auditiva, etc., e por aqui já nos aproximamos da proposta teórica de Gärdenfors). Não obstante, penso que Biederman compõe uma teoria suficientemente credível para sustentar a suposição que o *primal access* das figuras tem o seu *esquema* em primitivas volumétricas de tipo geométrico. Assim, o reconhecimento-por-componentes *geónico* adequa-se ao problema do *primal access* do reconhecimento da *figura*. Ou seja, se fizermos um zoom dentro do problema do *primal access*, no quadro do reconhecimento de dois objectos colocados lado a lado, sendo um deles um pêssego, o outro uma maçã, o componente essencial desse *primal access* é a cor (ou as variações cromáticas), pois do ponto-de-vista da figura ambos têm correspondência com um *géon* esférico, o qual, por si, não consegue encaminhar o sistema perceptivo para a identificação do objecto em causa (mas consegue, por *negação*, estabelecer o que não serão: pêras, bananas, ananases,...). Consequentemente, penso que os *géons* funcionam como uma teoria estrutural válida para macroestruturas, sobretudo compostas por artefactos, e em casos onde a diferenciação pela figura é suficientemente eficaz.

Referi que Biederman nunca afirma que a figura é o elemento único ou sequer principal nos processos de reconhecimento. A hipótese que avança é que a figura é um elemento decisivo no *primal access* dos objectos e cenas. Esta hipótese, que encontrou boa sustentação em estudos experimentais, conduziu à possibilidade de o *primal access* às figuras ser realizado através de uma regularização do irregular e como tal, as formas irregulares são trazidas à regularidade. No âmbito deste estudo, já Husserl tinha defendido que as regularizações geométricas corresponderam a idealizações muito antigas de certas figuras para efeitos de resolução de problemas práticos, p. ex., de mensuração. De certo modo, Biederman assume que o sistema perceptivo realiza espontaneamente aquilo que a inteligência humana realizou sobre a natureza por via da geometria. Ou seja, um grande pressuposto epistemológico de Biederman é o de que o sistema perceptivo *antecipou* a geometrização racional da realidade.

Mas uma outra manifesta insuficiência da teoria conduz a uma espécie de paradoxo. Mesmo que se admita que a figura tem um papel fundamental no *primal access* perceptivo, ele será a meu ver prevalecente quando muito no reconhecimento de objectos artificiais e mais ou menos rígidos. Isto porque naquilo que respeita outro dos casos especiais, o do reconhecimento de figuras de objectos não-rígidos, a hipótese do reconhecimento por primitivas volumétricas só consegue responder de modo um tanto

rebuscado ao problema da *transformação*. Já num dos artigos fundamentais de 1987, Biederman pressentia que este aspecto levantava problemas à teoria: «*muitos objectos e seres, tais como pessoas e telefones, têm junções articuladas que permitem extensão, rotação e mesmo separação dos seus componentes. Há duas maneiras de integrar tais objectos no reconhecimento-por-componentes. Uma possibilidade [...] é a de que são necessárias descrições estruturais independentes para cada alteração apreciável no arranjo das componentes de um objecto*» [Biederman, 1987b, 143]. E Biederman reconhece logo o problema que esta solução põe: se assim for, o *primal access* de um objecto pode não ser suficiente para responder às possíveis transformações que o objecto sofre e que são determinantes para o seu reconhecimento. O *primal access*, enquanto estrutura que prepara o campo para o reconhecimento assente naquelas primitivas volumétricas, não dá conta do aspecto morfológico e morfodinâmico desses casos. Dada a elasticidade limitada das primitivas volumétricas, como é que elas conseguem adaptar-se aos objectos articulados, expansíveis, etc.? Teríamos de pensar numa elasticidade *dinâmica* das volumétricas? Suponhamos que vejo a parte inferior de um abacate (que é aproximadamente esférica e portanto a sua figura activará o géon esfera) e que o rodo até o ver em visão lateral (que corresponde a uma figura piriforme). Devemos pensar que a representação geónica esférica se deforma progressivamente até assumir um géon piriforme (se é que o conseguimos deduzir dos axiomas qualitativos de Biederman)? Ou, conforme rodo o abacate, o géon esfera é acrescido de outro géon esférico mais pequeno que se lhe sobrepõe, activando uma figura piriforme? A primeira hipótese parece-me rebuscada (a computação de formas piriformes em coordenadas cartesianas não é particularmente simples); a segunda é estranha, pois parece que no acto de rodar, entre a transição da forma esférica da base para a forma piriforme do fruto visto lateralmente, há um vazio formal até que se active o segundo géon esfera.

Biederman não esclarece. Mas continua: «*outra possibilidade é a de que as relações entre os componentes possam incluir um espectro de valores possíveis*» e Biederman remete de novo para a hipótese avançada por Marr e Nishihara no trabalho referido de 1978: «*para uma relação que permitisse completa liberdade para o movimento, a relação pode ser simplesmente “unido”*. Mas até isso pode ser mais livre em objectos com partes separáveis, tal como o auscultador e a base de um telefone. Nesse caso, pode ser uma relação de “proximidade” ou então que diferentes descrições estruturais sejam necessárias para configurações anexadas ou separáveis. Tem de ser feita investigação experimental para determinar se relações menos restritivas [do que as

formalizadas dentro da *RBC*] tais como “unido” ou “próximo” têm consequências perceptivas mensuráveis. Pode dar-se o caso de, quanto menos restritiva a relação, mais difícil a identificação do objecto. Tal como parece haver apresentações canónicas dos objectos rígidos [...], talvez haja “configurações” canónicas para objectos não-rígidos» [Biederman, 1987b, 145]. Tanto quanto sei, esta segunda hipótese, a hipótese ideal, não foi ainda concretizada pela teoria.

Ora, a dificuldade em aplicar-se ao reconhecimento de objectos não-rígidos, não só objectos inanimados com partes móveis, mas sobretudo objectos animados como seres vivos, levanta outras dificuldades à teoria. Enfoquei a principal dessas dificuldades nas §§104-106 do capítulo sobre Platão: se a teoria do reconhecimento por componentes volumétricas parece revelar-se eficaz sobretudo no reconhecimento de objectos artificiais e rígidos, caso que se aplica sobretudo ao conjunto dos objectos manufacturados, não estará a teoria a envolver-se numa circularidade, a saber, que o reconhecimento por primitivas volumétricas é eficaz justamente para objectos que tiveram primitivas volumétricas geométricas na sua construção? I.e., reconhecemos rapidamente uma caneca como a união de duas primitivas geométricas, um cilindro e um toro, mas foram justamente essas duas formas geométricas que estão na base do *design* mais comum daquilo que cabe no conceito geral de caneca.

Foi para despistar estes e outros problemas que Biederman procurou sempre fundamentação empírica e neurofisiológica para a *RBC*. E isso conduz ao quarto grupo..

§205. Quanto à natureza da teoria, vimos já que Biederman a faz entroncar no estruturalismo, concebendo-a como uma *descrição estrutural*, a qual, em linha com o pensamento matemático, postula um conjunto de elementos fundamentais e de relações entre esses elementos para daí deduzir todo um conjunto de figuras. A extraordinária economia e capacidade antecipatória de uma descrição estrutural, contra, p. ex., uma descrição por características, consiste no facto de, a partir dos elementos fundamentais (para o caso pontos, linhas) e das relações entre elementos fundamentais (ângulos, vértices) se conseguir tirar uma infinidade de figuras possíveis a partir da consideração de pouquíssima informação. Ou seja, a eleição destes elementos oferece enorme autonomia de síntese ao sistema perceptivo. Já a descrição por características depende da consideração de uma grande quantidade de informação da cena visual, informação

que está sempre ancorada no próprio acto visual. Ora, como Attneave demonstrou, sempre que há informação redundante, os sistemas perceptivos ignoram-na²¹⁰.

Após a publicação da sua hipótese teórica em 1987, em certo sentido todo o trabalho de Biederman tem sido o de procurar legitimá-la experimentalmente. Nessa medida, e na medida em que a produção científica de Biederman e seus colegas é vasta, é-me aqui impossível dar conta de toda a essa legitimação e fundamentação.

Para fundamentar a ideia de que o reconhecimento dos objectos é mediado por primitivas volumétricas, Biederman teve de fundamentar os pressupostos que conduzem à dedução dessas primitivas, muito particularmente, aferir a importância das *NAP* na síntese das figuras das formas. Segundo Biederman, são as *NAP* que determinam a estabilização da estrutura figural de um objecto nas suas diferentes percepções (quer em pontos-de-vista diferentes, quer em momentos diferentes). Citando dois estudos conduzidos por Perkins e Perkins & Deregowski (anos de 1983 e 1982, respectivamente) onde foram confrontadas as principais teses perceptivas da Gestalt em diferentes culturas (e consequentemente, diferentes tipos de educação e exposição a noções e objectos geométricos/regulares), Biederman afirmava já na nota 4 a [Biederman, 1987b, 120], que a tendência para a regularização das propriedades dos objectos era tão espontânea em indivíduos com cultura geométrica como em indivíduos sem essa cultura: «*Perkins descobriu que indivíduos de áreas rurais do Botswana, onde havia uma menor incidência da exposição a ambientes manufacturados [<carpentered>] (com ângulos-rectos), tinham uma tendência ainda maior para interpretações rectilíneas do que os ocidentais*». Tal ideia seria novamente posta à prova por Biederman e colegas no relatório de investigação de 2009 sobre a tribo Himba que já estudámos (vide supra §§104-106). Esta incursão etno-antropológica procurou perceber qual das formas de reconhecimento dos objectos era mais espontânea, se a percepção de *NAP*, se a de propriedades métricas²¹¹. Mas procurou também perceber até que ponto o contacto com objectos manufacturados, resultantes da actividade produtiva de uma

²¹⁰ O campo da arte marca, em geral, uma ruptura com esta função “economicista” da percepção. Na arte não é a rápida percepção que está em causa, é justamente a detenção, a necessidade de interrogar e intensificar todas as partes, todos os momentos do acto perceptivo.

²¹¹ A hipótese do reconhecimento das figuras se processar pela percepção de propriedades métricas é a grande antagonista do RBC e Biederman em quase todos os seus trabalhos expõe argumentos a favor da sua teoria em detrimento da percepção de propriedades métricas. O fundo da experiência conduzida no estudo citado é a *RBC*; o que se esgrime é a preferência natural pelas *NAP* – as quais normalmente assinalam características independentes da variação do ponto-de-vista e, logo, deduz-se pertencerem ao objecto e não resultarem de um qualquer ruído perceptivo – em lugar das propriedades métricas, as quais sofrem variações com a mudança do ponto-de-vista (p. ex., o grau de curvatura, altamente susceptível à mudança de ponto-de-vista; [Biederman et al., 2009, 1437]).

cultura conhecedora da ciência geométrica, impactava nos mecanismos espontâneos de percepção de objectos. Os resultados mostraram uma vantagem considerável da percepção de *NAP* (qualitativas) sobre a percepção de propriedades métricas (quantitativas), com valores quase equivalentes para o grupo de indivíduos da tribo Himba e para o de estudantes norte-americanos. I.e., não há razões para supor que quer a exposição a objectos geometrizados, quer o conhecimento formal de geometria, influa na sensibilidade às *NAP*, consequentemente minando o fundamento da ideia do reconhecimento por primitivas volumétricas.

Este aspecto é profundo, pois fortifica a convicção de que o reconhecimento de estruturas geométricas é espontâneo e não está dependente do conhecimento prévio de noções geométricas que são veiculadas pela tradição através da linguagem. Talvez não estejamos ao nível de uma *evidência originária* fundadora de uma ciência, em sentido husserliano, mas estamos pelo menos ao nível do reconhecimento espontâneo de uma estrutura fundamental regular. Ou seja, ganha fôlego a possibilidade de se falar da existência de uma proto-geometria a elaborar sobre as nossas mais elementares sínteses percepto-cognitivas. Ora, se a percepção de *NAP* para efeitos do reconhecimento da figura dos objectos é independente da exposição a objectos manufacturados e da aquisição de cultura científica geométrica, Biederman arrisca uma pressuposição que desenvolveu em outros estudos, a saber, que «*conectividade neural está afinada [por relação com] propriedades não-acidentais*», o que torna a percepção destas propriedades «*universal*», havendo até provavelmente uma «*predisposição genética para codificar a figura através de propriedades não-acidentais*» [Biederman et al., 2009, 1442].

No artigo de 2006, *Neural evidence for intermediate representations in shape recognition* [Biederman et al., 2006], Biederman e Hayworth recolheram dados da neurologia que solidificam as principais pressuposições teóricas da *RBC*. Entre os dados mais significativos conta-se a constatação de que o complexo occipital lateral do córtex (LOC), região crucial para o reconhecimento, dá primazia à codificação da figura do objecto, em detrimento de características da superfície. Mais ainda, o reconhecimento dos objectos depende mais da identificação de suas partes e mútuas relações do que da identificação de características locais [id., 4024-4025]. Para o reconhecimento de um objecto é mais importante desenhar os elementos “ontológicos” decisivos da sua figura do que elementos como informação sobre texturas ou cor. Não se nega importância a

esses outros elementos e seu papel no “complexo” de factores que entram no reconhecimento; mas constata-se que a figura prevalece.

§206. Com esta exposição tentei apresentar, caracterizar e criticar a *RBC*. Reconhecendo o seu potencial explicativo, tentei dar conta de algumas dificuldades que ainda a minam. Se é verdade que a *RBC* procura inteligibilizar um aspecto bem determinado da capacidade perceptiva humana, forjando um quadro teórico convincente para sustentar as suas hipóteses, também é verdade que, se quiser vir a entroncar numa explicação mais abrangente da relação entre percepção e conhecimento, ela terá de forjar uma teoria da conceptualização. Através dela ainda não conseguimos compreender a passagem da descrição estrutural das partes da figura do objecto ao conhecimento do objecto como conceito. A aproximação a uma possível sintaxe da construção da figura terá que ser pensada no âmbito da sua implicação semântica na constituição conceptual. Husserl mostrou à saciedade que o sentido é a pedra-angular da intencionalidade da consciência. Esse será, a meu ver, um dos pontos que o futuro desenvolvimento do quadro teórico da *RBC* terá de observar, sob pena de cair numa descrição mecânica dos fenómenos da percepção visual. Porém, na esquadria científica em que a *RBC* procura inscrever-se, alimentando-se por um lado da experimentação empírica, por outro dos resultados da psicofísica e da neurofisiologia, tal desenvolvimento depende de um mais profundo conhecimento da articulação entre as várias funções cognitivas do córtex cerebral. E, só nessa solidariedade, se encontrarão porventura os elementos que permitirão avançar com quadros interpretativos dos processos de conceptualização. Veremos, no próximo capítulo, como um desses quadros está ainda pejado de dificuldades, apesar das suas interessantes hipóteses de partida.

Por outro lado, penso que a *RBC* teria a ganhar se merecesse o interesse da comunidade matemática. Seria possível formalizá-la, de modo a obter uma axiomática que determinasse com maior precisão os possíveis princípios do tratamento da figura, aproximando-a, p. ex., ao espírito da teoria dos grupos ou ao da teoria das Catástrofes? É que se as pressuposições fundamentais de Biederman se puderem traduzir numa axiomática consistente, em certo sentido parece-me que ela responderia a um dos grandes esforços do pensamento metafísico: o de naturalizar os princípios da geometria. Se, como a neurociência tem vindo a demonstrar, existir no nosso aparelho perceptivo (nomeadamente na retina, no nervo óptico e no córtex) algo como um conjunto de

mecanismos biologicamente afinados para a percepção de pontos, linhas e superfícies, e se houver uma natural disposição para colocar esses elementos em relações com vista à produção de figuras e estruturas figurais, ficamos um passo mais próximos de surpreender as origens da geometria na nossa constituição biofisiológica, inscrita na nossa mais elementar relação com o mundo, e edificada sobre o princípio da adequação entre o modo como o conhecemos e algumas das estruturas mais decisivas para a sua inteligibilidade. Aproximamo-nos da convicção de que a geometria traduz uma linguagem co-natural entre Homem e Mundo, justificariamos o seu acordo longamente pressentido, e encontraríamos uma saída para a ideia de que a geometria constitui uma relação convencionada entre comunidade científica e objectos. Seria, sem dúvida, convencionada, mas essa convenção radicaria na inteligência universal em que Serres tanto insistiu, desenvolvida e afinada em nós como índice de um acordo fundamentado: um acordo cognitivo inscrito em nós antes de toda a ciência.

Em certo sentido, uma tal naturalização permitiria também encontrar o caminho para superar a distinção entre fenómeno e sua modelização matemática, vencendo a heterogeneidade entre os dois domínios. A modelização matemática, se assentasse na espontaneidade mais elementar da nossa estrutura perceptiva, vincularia a matemática à intimidade expressiva na natureza, acordada num plano onde ainda não entra a decisão consciente, a idealização induzida e artificial. Expressiria um acordo que não depende das decisões do cientista mas da própria inteligência da natureza, laborando em nós pela filogénese. Terei algo mais a dizer sobre este ponto no capítulo seguinte.

Iniciei este capítulo com uma hipótese que defendi ter sido desenhada por Kant: poder-se-á levar a sério a hipótese de que existe, a mediar a nossa relação percepto-conceptual com o mundo e seus objectos, algum tipo de geometrização espontânea, de proto-geometria? Poderá a teoria do esquematismo, no que respeita ao esquema dos conceitos empíricos, e segundo a interpretação que dele fiz, ter uma componente geométrica naquilo que respeita a figura? Sem dúvida que a figura é apenas um dos elementos da nossa relação perceptiva com o mundo. Biederman reiterou-o e Kant deixou-se mesmo vencer pela impossibilidade de uma tal redução. Mas a proposta teórica da *RBC*, sem nunca tomar em conta este questionamento kantiano, acorda-se com ele em quase todos os pontos e responde inequivocamente pela afirmativa. Aquelas lacónicas hipóteses de que o esquema da figura empírica do prato era um círculo, ou esquema da figura do cão um “quadrúpede” ganham nova consistência, sentido e actualidade através da *RBC*.

Se estabelecermos uma relação entre a noção de *primal access* e a de *esquema*, na medida em que ambas procuram apreender os elementos decisivos da correspondência entre o objecto da experiência e o adequado conceito a entregar-lhe, i.e., na medida em que procuram identificar a estrutura da representação intermediária entre intuir e pensar, o paralelo entre a epistemologia de Kant e a de Biederman é evidente e concorda em quase todos os pontos e dificuldades. Sobretudo nas dificuldades. Em lugar de tentar ratificar o carácter certo das concepções kantianas, de apaziguar as angústias que sentiu e que parecem hoje estar a caminho de ser vencidas, são precisamente as dificuldades entrevistadas por Kant que revelam a persistência e a actualidade das suas inquietações. Chegámos a um quadro coeso para compreender a possível relação entre geometria e esquematização, ou composição do *primal access* para as figuras. Mas como pode esse quadro responder à compreensão da parte decisiva das figuras de certos conceitos empíricos, como os viventes? Como dar conta do reconhecimento de um rosto, de objectos articulados, morfodinâmicos? As inquietações kantianas são justamente os obstáculos a que a teoria de Biederman encontra. E isso já sem referir as mais profundas hesitações kantianas, a respeito da teleologia. Essas caem, naturalmente, fora do quadro explicativo de Biederman.

Mas podemos ir mais longe. Embora Biederman não enfoque o problema da imaginação, vimos como a *RBC* se debate ainda com as dificuldades de coordenar os vários elementos particulares da composição da figura de objectos complexos, de cenas e suas relações mútuas, com a persistência temporal desses objectos à consciência e sua unidade. No capítulo sobre Kant mostrei que eram exactamente essas as dificuldades a pensar no âmbito da actividade da imaginação e suas sínteses na constituição do objecto e da apercepção. Para Kant, todo esse plano radicava nas difíceis sínteses afinitárias da imaginação, na dificuldade em entrever os elos que ligam os vários elementos da cognição uns com os outros. Biederman reencontra esses problemas: eles estão no coração das dificuldades de desenhar um sistema neural (para o caso o JIM). A imaginação, enquanto símbolo do plano das articulações entre os elementos da conhecimento, sejam eles propostos quer sob a forma de faculdades ou sob a forma de grupos de neurónios ou de regiões do córtex, continua a meu ver a encabeçar a dificuldade em entrever a complexa solidariedade dos elementos atómicos de que o conhecimento se faz. Poderemos vir a abandonar a noção de imaginação para nomear esse plano de ligação. Mas ela é, creio, uma porta de acesso aos problemas de inteligibilidade desse domínio.

Finalmente, se existe uma dificuldade em articular a composição da figura do objecto com o conceito que lhe corresponde, ou, na versão de Biederman, com a descrição estrutural armazenada na memória, ele é, sem dúvida, o problema central da faculdade de julgar. Mesmo que cheguemos a um modelo convincente da descrição estrutural da figura dos objectos, caberá sempre a algo como uma faculdade de julgar a capacidade de produzir o juízo que determina a adequação entre a descrição produzida e o conceito formado. O problema da faculdade de julgar diz respeito exactamente à capacidade de tornar dinâmico e elástico aquilo que é condensado numa regra, cabe-lhe abrir para a fertilidade constitutiva da regra, para a sua abertura à metamorfose e à variação a partir de um invariante, de uma estrutura lógico-formal exangue. A descrição estrutural rígida dos *géons*, a regularização que procura, só pode ser válida se tiver a colaboração de um sistema dinâmico que a adequa à riqueza da experiência. E esse é, como Kant bem viu, o domínio do juízo, aquilo que transcende a pura descrição mecânica dos fenómenos e que faz a passagem à perplexificante actividade da inteligência.

Avanço agora para o capítulo final deste trabalho. Até aqui pensei sobretudo no aporte contemporâneo da esquematização de conceitos empíricos (a *exemplificação*, em terminologia kantiana). Agora vou passar ao que considero aproximar-se de um quadro geométrico da esquematização de conceitos mais gerais e abstractos (correspondendo grosseiramente, no programa kantiano, à esquematização de conceitos puros), a partir da concepção dos espaços conceptuais de Peter Gärdenfors.

Capítulo VI

Os «espaços conceptuais» de Peter Gärdenfors e o projecto de modelização geométrica da cognição

§207. «Ora o espaço e o tempo contêm, sem dúvida, um diverso de elementos da intuição pura a priori, mas pertencem todavia às condições de receptividade do nosso espírito, que são as únicas que lhe permitem receber representações de objectos e que, por conseguinte, também têm sempre que afectar o conceito destes. Porém, a espontaneidade do nosso pensamento exige que este diverso seja percorrido, recebido e ligado de determinado modo para que se converta em conhecimento. A este acto dou o nome de síntese» [Kant, CRP, A76/B102, 108, sm].

Concluí o capítulo sobre Kant com a formulação de uma segunda hipótese a partir do seu pensamento: pode alguma modelização geométrica vir a representar a arquitectura cognitiva e a explicar coisas como a afinidade inter-conceptual ou a estabilidade estrutural dos conceitos? Dei conta da obscuridade ligada à noção de afinidade e ao seu papel epistemológico para a síntese da relação dos conceitos na ligação do conhecimento num todo organizado e estruturado. Mostrei que, em Kant, a noção de afinidade apontava para a existência de uma faculdade fundamental e, em certo sentido, para a capacidade de representar o conhecimento numa arquitectónica coesa e una. Tal era o difícil problema no âmago do *Apêndice à Dialéctica Transcendental*.

A proposta teórica sobre o qual vou agora debruçar-me constitui, segundo a minha interpretação, uma versão contemporânea à abordagem desse grande tema da metafísica kantiana. Existem porém importantes diferenças: a ampla e indeterminada noção kantiana de afinidade é substituída pela noção mais delimitada e “fraca” de *similaridade* <similarity>; não obstante, parece-me que elas se reportam ao tratamento de um mesmo problema. Por outro lado, o tema da estruturação do conhecimento num todo ordenado e articulado não mereceu a Kant qualquer ideia de matematização. Se, como defendi, Kant concebeu a hipótese de haver um fundo geométrico a alimentar o esquematismo e a exemplificação das formas e figuras empíricas, i.e., de que a geometria tivesse uma íntima intersecção com a percepção, não há vestígios de que um projecto de geometrização pudesse ser levado a cabo para o sistema do conhecimento; ou seja, Kant

nunca formulou explicitamente a hipótese de matematizar a cognição. Procurei todavia mostrar que, a partir da análise do lugar da geometria na fundação da sensibilidade, um tal projecto podia ser extraído do seu pensamento transcendental.

Por outro lado, se Platão explorou no *Timeu* a hipótese de existir um vínculo entre a matemática e a formação de conceitos, creio ter demonstrado que esse vínculo não foi clarificado ao ponto de poder constituir o princípio de uma teoria. Mas foi pressentido e explorado e essa incursão inaugural é, apesar das decisivas diferenças, um ponto de cruzamento entre a intuição platónica e o programa teórico que vou agora tratar.

A teoria dos *espaços conceptuais* <*conceptual spaces*> do cientista cognitivo Peter Gärdenfors é, tanto quanto sei, o primeiro grande projecto de modelização geométrica da *cognição*. O seu carácter inaugural radica numa proposta técnica específica para a representação geométrica do conhecimento. Não há dúvida que a sua actual formulação ainda só consegue dar conta de uma pequena parte das ambições que nela se perspectivam como horizonte potencial. E, ainda que venha a revelar-se inadequada ou inviável, creio que ela tem esse notável mérito de ser a primeira teoria a procurar geometrizar, partindo das suas possíveis estruturas fundamentais e de uma axiomática geométrica definida, o mais complexo dos territórios conhecidos: o pensamento humano. Nesse sentido, dentro de um projecto de estudo do transcendental geométrico e dos possíveis papéis da geometria na percepto-cognição, entendo que não poderia concluir as incursões deste trabalho sem a considerar.

Independentemente do carácter e natureza da geometria (mais amplamente, da matemática), ou seja, de ela se reportar a um domínio transcendental com natureza própria e autónoma, ou de apenas configurar uma linguagem quase miraculosamente adequada à descrição, representação e modelização de fenómenos físicos, a geometria tem um papel heurístico notável, pouco explorado ainda no mundo biológico²¹² bem como no domínio da actividade cognitiva humana. O esforço de modelizar

²¹² Apesar do desenvolvimento, p. ex., da Teoria das Catástrofes, das descobertas da topologia do ADN (p. ex., [Bates, Maxwell, 2005]), e da relação estabelecida entre o genoma das espécies vertebradas com o seu esquema esquelético e os padrões figurais da coloração na superfície dos seus corpos [Lima-de-Faria, 2014]). Estas são apenas algumas entre as muitas modelizações geométricas em biologia que poderia mencionar, as quais, em larga medida, começam com a original intuição de D'Arcy Thompson no capítulo XVII do seu *On Growth and Form* [Thompson, 1945, 1026 e ss.]. Aí, Thompson inscreveu o esqueleto de algumas espécies animais em grelhas de coordenadas cartesianas e, aplicando um conjunto de transformações sobre essas grelhas, verificou que a transformação resultante sobre o esqueleto nelas inscrito apresentava inegáveis semelhanças com o esqueleto de outras espécies relacionadas. Essa constatação, ainda que altamente problemática, levou-o à hipótese de que a diversidade de certas espécies fosse, na verdade, resultante de um conjunto de transformações operadas sobre um reduzido conjunto de anatomias esqueléticas “fundamentais”.

geometricamente o pensamento humano, proposto por Gärdenfors na sua obra de 2000 *Conceptual Spaces: the geometry of thought* nasce portanto, segundo o próprio autor, da tentativa de fazer confluir quatro disciplinas principais, filosofia, ciência cognitiva, psicologia e linguística, num quadro unificado a partir da matemática. É o próprio Gärdenfors quem, no prefácio à obra, reconhece as dificuldades e as objecções que cada uma destas áreas poderá apontar ao seu projecto de elevação de uma *teoria geral da representação*: «os filósofos queixar-se-ão de que os meus argumentos são fracos; os psicólogos apontarão para uma profusão de resultados sobre formação conceptual que eu não tomei em consideração; os linguistas acusar-me-ão de passar por cima [<glossing over>] dos meandros da linguagem na minha análise da semântica; e os cientistas da computação ridicularizar-me-ão por não desenvolver algoritmos para os vários processos que descrevo» [CS, ix].

Serve esta citação para salvaguardar a consciência das dificuldades e imperfeições do programa teórico de Gärdenfors. Apontarei várias. Elas não devem contudo, a meu ver, estimular o descrédito na teoria, antes um interesse e empenho no seu desenvolvimento (ou, no pior dos casos, refutação). Quinze anos após a publicação de *Conceptual Spaces*, Gärdenfors e Zenker, em [Gärdenfors et al., 2015], colectaram alguns dos desenvolvimentos que outros académicos realizaram sobre a teoria original e que auspiciam interessantes fertilidades²¹³.

Em rigor, as ideias-chave da teoria de Gärdenfors não constituem novidade. É bom de ver que a teoria dos *espaços conceptuais* pode ser considerada uma expansão, para a representação do conhecimento, feita sobre a contribuição cartesiana à geometria. Descartes fez uma revolucionária contribuição com a descoberta da representação geométrica por coordenadas, prescrevendo a cada ponto representado dentro dessas coordenadas um número. A par com esta possibilidade de atribuir à geometria representação algébrica, com toda a sofisticação matemática que tal passo lhe conferiu, este sistema representativo teve a virtude de abrir para o conjunto de dimensões determinantes para a representação de objectos num espaço tridimensional. De certo modo, a representação cartesiana tornou visível *o próprio sistema dimensional*. Para o caso do espaço físico, há que dizer que a tarefa não era extraordinariamente complexa, pois as três dimensões espaciais eram conhecidas. Só que a invenção da representação

²¹³ À data da conclusão deste trabalho, visitando online a *researchgate* de Gärdenfors, havia aplicações da teoria a áreas tão distintas como a semântica, a mudança de paradigmas científicos, a pedagogia, ou a robótica.

por coordenadas cartesianas não permitiu apenas pôr à vista as dimensões adequadas a uma representação: permitiu atribuir às dimensões (coordenadas) uma estrutura (métrica), graças às quais aquilo que cai no seu intervalo pode ser algebricamente descrito. Ou seja, transformou a representação de um ponto (ou figura) como o conjunto de relações numéricas que um mesmo elemento estabelece com um conjunto de eixos dimensionais. Ora, a teoria de Gärdenfors retoma esta ideia: o motivo fundamental dos espaços conceptuais consiste na determinação de um conjunto de dimensões (qualitativas) fundamentais e respectiva topologia/métrica que lhes são inerentes; consequentemente, a representação de um conceito traduz-se no apuramento da estrutura geométrica que cada conceito adquire conforme é representado dentro desse espaço de n -dimensões. E, ambiciosamente, Gärdenfors conjectura que um tal quadro representativo possa vir a descrever os espaços conceptuais representativos humanos.

§208. Assim, a teoria dos espaços conceptuais é elaborada para oferecer uma esquadria representativa para o conhecimento, a qual acalenta a perspectiva de que essa representação possa vir a ter tradução matemática.

Para compreender as ideias fundamentais da teoria, há noções que é preciso determinar. A primeira é a de dimensão, mais especificamente, a de *dimensão qualitativa* <quality dimension>. O sistema representativo é concebido como uma estrutura *categorial*, composta por várias categorias fundamentais a encontrar e a definir. Essas categorias fundamentais são formadas por dimensões qualitativas, as quais estabelecem os eixos do sistema de representação. Pense-se, p. ex., em dimensões qualitativas como a cor, a figura, o tom sonoro ou o sabor. A principal particularidade da descrição destas dimensões qualitativas nesta teoria é a de que elas podem ser topológica e/ou metricamente determinadas: seria possível atribuir uma estrutura geométrica à dimensão *cor* ou à dimensão *sabor*. Identificando as dimensões qualitativas adequadas à representação de um certo conceito e atribuindo uma estrutura geométrica a essas dimensões qualitativas, seria então possível definir uma outra noção, a de *similaridade*. Dois objectos são tanto mais similares quanto mais próxima for a sua representação dentro do sistema formado pelas dimensões qualitativas. Consequentemente, seria também possível definir *domínios* <domains> e *regiões* <regions> dentro do sistema composto pelas dimensões qualitativas, sistema que compõe, justamente, o espaço conceptual. Assim, dentro de um espaço conceptual, um domínio corresponderia ao

conjunto de dimensões que formam uma estrutura qualitativa. P. ex., a cor não pode ser representada por apenas uma dimensão qualitativa: é necessário ter pelo menos três dimensões qualitativas, a saber, tom, saturação e brilho. Estas três dimensões qualitativas estão sempre articuladas na representação de uma cor, pelo que não se pode conceber que a cor seja representada apenas por uma dimensão qualitativa, mas sim por um domínio que compreende estas três dimensões qualitativas. O mesmo vale para o paladar, que pode definir-se como um domínio composto por quatro dimensões qualitativas: doce, salgado, ácido e amargo. Consequentemente, o domínio dentro de um espaço conceptual configura um sistema de dimensões qualitativas *intrínsecas* <integral>, i.e., dimensões que formam um aparelho dimensional e que, amiúde, variam proporcionalmente (p. ex., variando o tom de uma cor variará também o seu brilho). Segundo Gärdenfors, um domínio dentro de um espaço conceptual define um sistema que corresponde a uma *propriedade* <property> de uma representação. Quando pensamos na cor de um objecto, embora saibamos que ela é decomponível noutros elementos (tom, saturação e brilho), pensamos na cor como um todo e, portanto, como uma propriedade do objecto. Já a noção de região corresponde a um intervalo entre sistemas de dimensões qualitativas, p. ex., a um intervalo entre o domínio “cor” e o domínio “paladar”. Assim, uma certa região dentro do domínio cor e do domínio paladar poderá corresponder a um *conceito* <concept>: p. ex., a região entre o domínio “vermelho” do sistema dimensional *cor* e a região entre o domínio “doce” do sistema dimensional *sabor* podem tomar parte na representação do conceito “maçã madura”.

A teoria dos espaços conceptuais é uma estruturação ordenada e cumulativa: o elemento mais simples é a dimensão qualitativa; dimensões qualitativas afins articulam-se em domínios; diferentes domínios formam espaços conceptuais. Consequentemente, a representação conceptual seria, por analogia com a descoberta cartesiana, a definição de uma área (Gärdenfors não procura uma representação métrica) em cada uma dessas dimensões qualitativas, dentro desses domínios e regiões.

Desta descrição reconhece-se logo o artificialismo da concepção de Gärdenfors. O autor é o primeiro a reconhecê-lo e ocupar-me-ei com ele adiante. Importa sublinhar o aspecto fundamental: assumindo que é possível mapear as dimensões qualitativas fundamentais a uma representação, o importante é que ser-lhes-ia atribuída uma estrutura geométrica (especificamente topológica). Ilustrarei a ideia com exemplos simples. Por outro lado, ao dar tratamento geométrico às dimensões qualitativas e assumindo que esse

tratamento era compatível entre as várias dimensões qualitativas (e vários domínios), i.e., assumindo que, p. ex., o domínio cor e o domínio sabor poderiam ter um tratamento geométrico compatível, seria possível descrever geometricamente uma região (um conceito) como uma zona *convexa* <convex> (topologicamente correspondendo à noção de *intervalo*). Finalmente, assumindo que tudo isto era possível, poder-se-iam modelizar geometricamente os próprios actos dinâmicos de pensamento, i.e., o jogo relacional entre conceitos. Quando Gärdenfors, tomando uma ideia de András Pellionisz e Rodolfo Llinás, afirma que o cérebro é um órgão geométrico [CS, 52], é justamente para esta concepção hipotética que está a apontar.

§209. Referi já que uma primeira dificuldade é a da determinação da geometria adequada ao tratamento dos espaços conceptuais. Gärdenfors fá-la assentar numa axiomática topológica assente em apenas duas noções primitivas, a de *intervalo* <*betweenness*> e a de *equidistância* <*equidistance*>. Porém, parece-me que só uma futura axiomatização matemática da teoria (venha ela a receber acolhimento e interesse da parte dos matemáticos) virá a confirmar se este tratamento geométrico é adequado às suas ambições. A segunda grande dificuldade, ligada à primeira, é a da equivalência geométrica entre os vários espaços conceptuais uma vez que, em princípio, cada espaço conceptual é passível de uma modelização geométrica, mas essas modelizações podem não ser tecnicamente compatíveis entre si (relembrando o clássico problema da compatibilização entre a física quântica com a teoria da relatividade geral, na muito almejada *Teoria de Tudo* <*Theory of Everything*>). Ou seja, será que o tratamento geométrico do domínio cor é compatível com o tratamento geométrico do domínio sabor e outros tantos que tomem parte na representação das propriedades de um conceito? Isto são, não obstante, questões técnicas que só um tratamento matemático ajudará a ultrapassar. Reafirmo que a teoria dos espaços conceptuais é um programa teórico da ciência cognitiva e, em larga medida, ele ainda é pouco mais que isso: o lançamentos dos fundamentos para um quadro teórico e de investigação.

Idealmente, ao determinar uma variedade conceptual, i.e., um sistema de dimensões qualitativas com uma métrica ou topologia definida, e inscrevendo em cada uma delas um ponto ou vector correspondendo a uma propriedade, a região delimitada por esses pontos ou vectores corresponderia a um conceito ou às propriedades mais salientes de um conceito. Consequentemente, seria possível quer *representar geometricamente*

conceitos, quer prever ou modelizar *geometricamente* conceitos. E isto considerado quer no quadro do pensamento humano, quer no quadro de uma modelização conceptual abstracta. Gärdenfors apresenta-se como um instrumentalista [CS, 31] e questões relacionadas com o realismo da teoria ou o isomorfismo deste tipo de representação com a efectiva representação mental humana de conceitos não o ocupam, embora, a aproximação à conceptualização em sistemas biológicos seja por ele sucessivamente explorada. Ainda assim, é preciso salvaguardar que, tratando-se de um programa teórico, só a futura capacidade de modelizar com sucesso a formação e representação conceptual em sistemas biológicos dará pedras-de-toque para aferir a adequação da teoria nesse campo. Infelizmente este parece-me já um dos pontos a partir dos quais a teoria será menosprezada. Embora Gärdenfors esteja primeiramente interessado em desenvolver um modelo nominal para a representação e formação conceptual, a sua proposta formal traz explícita a ambição de vir a ser a expressão matemática de uma teoria da conceptualização. Ora, o artificialismo de que parte é evidente. Mas não é menos artificial do que, p. ex., o conjunto de axiomas com que se inicia a geometria euclidiana. E, mau-grado tal artificialismo, a geometria euclidiana veio a revelar-se adequada à descrição, p. ex., da física newtoniana. Tal fertilidade só se revelou posteriormente, não estava presente nas intenções iniciais do engendramento da axiomática euclidiana. Espero assistir ao desenvolvimento do potencial da teoria, confiante de que o seu artificialismo, diria eu necessário (e, adiante, considerarei o problema no âmbito da actividade da ciência com a discussão sobre a *idealização* em modelos), não venha a revelar-se uma objecção e motivo de desacreditação.

§210. A génese da teoria remonta a um leque de problemas dos quais dois em específico assumem carácter aglutinador. Um diz respeito à compreensão da *forma* que têm as representações mentais; o outro à formação humana dos conceitos, sobretudo no que diz respeito ao seu desenvolvimento e aprendizagem.

Gärdenfors coloca estes problemas a partir das duas aproximações centrais à modelização de representações mentais dentro das Ciências Cognitivas, a *simbólica* <symbolic> e a *associacionista* <associationist>. No essencial, a aproximação simbólica defende que a actividade mental consiste na computação de símbolos que representam enunciados, i.e., é essencialmente um sistema lógico. A aproximação associacionista sustenta que as representações mentais são resultado de associações

entre elementos que contêm informação, ou seja, a produção de representações resulta de ligações e conexões, as quais não são necessariamente operações ou computações lógicas, antes analógicas; o modelo mais comum desta aproximação são as redes neurais. Mas ambos os paradigmas apresentam dificuldades em vários momentos da estruturação das representações mentais. Uma delas é a de dar conta da formação das representações, em particular da formação dos conceitos. Para Gärdenfors, o paradigma simbólico não consegue, de modo satisfatório, dar conta da formação dos conceitos ou dos símbolos, caso especialmente agudo para o surgimento de novos símbolos. O mesmo vale para o paradigma associacionista que, embora preveja o surgimento de novos conceitos a partir de associações entre elementos de informação, é lacunar na explicação da estrutura da sua formação e respectiva estabilização. Mais ainda, revela uma lentidão nos processos de aprendizagem que não corresponde à agilidade com que os organismos aprendem.

A teoria de Gärdenfors vem no encalço destas dificuldades e coloca-se justamente entre os dois paradigmas anteriores, as quais não considera como mutuamente excluíveis, visto tratarem problemas distintos, em escalas distintas. De resto, os Espaços Conceptuais <CS> querem-se como modelo complementar aos outros dois, particularmente motivados para responder à emergência conceptual. Nesse sentido, Gärdenfors quer responder satisfatoriamente à formação de novos conceitos e à descrição da estrutura do espaço representacional.

Como referi, a proposta de Gärdenfors assenta na determinação das unidades estruturais fundamentais na constituição de qualquer representação. Importando o modelo da geometria, essas unidades são, para Gärdenfors, *dimensões*, contínuos representativos onde um dado ponto pode mover-se continua ou discretamente *sem transições*. Bernhard Riemann esclarece de modo intuitivo na §2 da parte I das *Hipóteses* [Pombo et al., 2011, 164], acerca da noção de dimensão na teoria do espaço, que uma *dimensão* (ou *variedade de extensão simples* <*einfach ausgedehnte Mannigfaltigkeit*>) consiste na progressão simples de um ponto (p. ex., para trás ou para a frente), ao passo que a determinação de uma nova dimensão é possível se o ponto puder *transitar* para uma outra direcção (p. ex., esquerda-direita ou cima-baixo). A articulação entre as várias dimensões forma aquilo que matematicamente se chama uma *variedade*. Ora, como referi, esta possibilidade de transição na teoria dos espaços conceptuais torna-se possível quando dimensões qualitativas se articulam e formam um domínio.

Nos CS, estabelecer cada uma destas dimensões qualitativas (das quais as espaciais são apenas um espécime e formam apenas um dos domínios dos espaços conceptuais) afirma-se como a detecção dos eixos representativos mais primitivos, i.e., eixos dos quais depende a completa formação da representação mental de um objecto. Assim como as três dimensões compõem o espaço fenoménico (i.e., todas as representações espaciais são possíveis como descrições dentro desta variedade), Gärdenfors coloca como hipótese que existam vários sistemas de representação que são arquitecturas com número indefinido de dimensões qualitativas, articuladas em domínios. Os vários sistemas de representação deverão ter origens diferenciadas (p. ex., o domínio cor liga-se directamente aos sistemas perceptuais, mas o domínio tempo não se liga a nenhum sistema específico, é mais abstracto). Ainda assim, sabemos que na representação conceptual estes sistemas se inter-relacionam: na representação do conceito de “maturidade” de um fruto entram dimensões qualitativas com a *cor* – ligada à percepção visual – e a dimensão qualitativa *tempo* – que não está directamente ligada a nenhum sistema perceptivo, mas que é determinante para a dimensão qualitativa cor. Daqui resultam outras dificuldades: será possível identificar todas as dimensões qualitativas envolvidas na conceptualização de um objecto? Ou até apenas as fundamentais?

Por outro lado, se há domínios, sistemas de dimensões qualitativas, dependentes de outras dimensões qualitativas (p. ex., no espaço conceptual de um fruto, *cor* é uma função da dimensão qualitativa *tempo*), como proceder à adequada estruturação hierárquica dos domínios qualitativos? Mais ainda, como integrar aspectos dinâmicos da conceptualização, como factores contextuais ou indutivos. Finalmente, não parece particularmente problemático pensar na cor como um sistema de dimensões qualitativas; mas e em relação, p. ex., ao tempo? Pode o tempo ser uma dimensão qualitativa, ou é na verdade já em si próprio um conceito. E se for, como pensar, neste quadro, espaços conceptuais onde a formação de conceitos depende já de outros conceitos? As dificuldades teóricas vão-se acumulando.

§211. Os CS foram apresentados pela primeira vez de modo mais ou menos sistemático no artigo de Gärdenfors *Mental representation, conceptual spaces and metaphors* [Gärdenfors, 1995]. Aí, tomando o paradigma sentencial, i.e., a concepção de que as representações mentais humanas equivalem a uma máquina de Turing, sendo redutíveis à manipulação de símbolos segundo certas relações e computações lógicas e a

partir das quais se produzem enunciados com sentido, Gärdenfors defendeu que, embora fosse este o paradigma mais utilizado na inteligência artificial, a sua aplicabilidade era muito limitada. Segundo o autor, o paradigma sentencial não consegue dar conta, p. ex., da importância dos aspectos sensório-motores envolvidos na cognição²¹⁴. Piaget, p. ex., chamou estes elementos à fundação da própria actividade abstractiva [Piaget, 1971, 15 e ss.] e Henri Poincaré colocou o conjunto das acções motoras e dos deslocamentos na própria génese do conceito matemático do grupo de transformações [Poincaré, 1921, 17 e ss.]. De um ponto-de-vista evolucionário e neurobiológico, assumir que os processos de controlo motor são irrelevantes para a cognição redundaria num erro, pois sabe-se que mecanismos cognitivos, entre os quais o uso regrado de sistemas linguísticos, evoluíram muito mais tarde do que os processos perceptuais e motores, e dependem do resultado destes processos. Por outro lado, o paradigma sentencial também não consegue explicar a projecção de conceitos em raciocínios indutivos, nem como, no caso das metáforas, se extrai um sentido que é transmitido ou utilizado noutros domínios conceptuais.

Para ultrapassar as limitações do paradigma sentencial, Gärdenfors propõe a seguinte hipótese: em lugar de conceber as representações mentais como assentes em estruturas linguísticas, lógicas ou neurais, concebam-se como estruturas topológicas. Ou seja, conceba-se um conjunto de dimensões qualitativas, pensadas como aspectos ou qualidades do mundo exterior que podem ser percepcionadas ou pensadas e que regem os campos formativos fundamentais da nossa produção conceptual (cor, tom, temperatura, peso, ou as três dimensões espaciais). Essas dimensões qualitativas aparecem assim vinculadas às nossas principais categorias perceptivas. Desenvolvendo esta ideia, Gärdenfors coloca outras três hipóteses fundamentais: 1) as dimensões qualitativas são *infra-linguísticas* (<infra-linguistic>), i.e., podemos pensar nas qualidades dos objectos sem presumir uma linguagem interna na qual estes pensamentos são expressos; 2) as dimensões qualitativas não são necessariamente isomorfas à realidade que representam, ou, como se diria em lógica, não fazem dela um mapeamento bijectivo. É verdade que algumas das dimensões estão directamente ligadas aos nossos receptores sensoriais; p. ex., se tomarmos o tom (<pitch>) de um som, a sua dimensão qualitativa é uma estrutura contínua unidimensional que vai dos tons graves aos agudos, a qual parece ser alvo de uma representação que mapeia a

²¹⁴ E neste artigo Gärdenfors está sob profunda influência da teoria da rede de tensores (*Tensor Network Theory*) desenvolvida por András Pellionisz e Rodolfo Llinás, os quais procuraram modelizar geometricamente certas funções cerebrais, motoras em particular, quantificando-as com a aplicação da teoria dos tensores.

representação neurofisiológica da percepção do tom. A cóclea funciona de modo a que os tons agudos estimulem as células na base da cóclea, e os tons graves estimulem as células no interior da espiral. Porém, algumas das dimensões não mapeiam os nossos receptores sensoriais, como é o caso da percepção da cor: a cor percebida pelo olho humano é uma função da energia radiante recebida pelos cones e bastonetes, i.e., uma “construção”, realizada sobre os valores de luminosidade computados sobre três distintos comprimentos de onda. A consideração destas diferenças sobre a possível estrutura das dimensões qualitativas fundamentais (Gärdenfors exemplifica com a percepção visual e a percepção sonora e respectivas diferenças porque ambas constituem dos dois mais fundamentais sistemas perceptivos humanos), conduz Gärdenfors a estabelecer uma terceira hipótese; 3) existem dimensões qualitativas que fazem representações *intrínsecas* <*intrinsic*>, e dimensões qualitativas que fazem representações *extrínsecas* <*extrinsic*>. Uma representação é intrínseca quando mapeia (pelo menos na sua forma estrutural) as relações fundamentais de um objecto ou estado representado (p. ex., quando num gráfico se representa a idade de um conjunto de pessoas através de rectângulos, correspondendo os rectângulos mais baixos às idades mais jovens e os rectângulos mais altos às idades mais avançadas); por sua vez, uma representação é extrínseca quando não mapeia a forma estrutural de um objecto ou estado (quando se opta por representar as idades através de números). Ou seja, enquanto as representações intrínsecas se assemelham aos objectos que representam, guardando em relação a ela uma analogia estrutural, já as representações extrínsecas não guardam essa analogia e, como tal, têm de ser acompanhadas de uma regra que especifica o sentido da representação²¹⁵.

Sobre estas três hipóteses, Gärdenfors formula aqueles elementos centrais da teoria dos espaços conceptuais que já expus. Elaborando sobre a terceira hipótese, concebe que cada uma das dimensões qualitativas esteja dotada de uma certa estrutura topológica ou métrica. Dá o exemplo da concepção ocidental de tempo, a qual é isomórfica à recta dos números reais, i.e., a recta real dá uma representação intrínseca do conceito de tempo (um contínuo unidireccional onde “0” representa o momento presente, os valores negativos à esquerda de “0” representam o passado, os valores positivos à direita de “0” representam o futuro); já o peso pode ser representado por uma recta unidireccional iniciada no ponto zero e alongando-se pelos números reais positivos. Estes casos

²¹⁵ Sobre este ponto, evoco o pensamento kantiano sobre a teoria do símbolo, que em Gärdenfors é o princípio de uma teoria da metáfora.

modelizam dimensões contínuas. Outros casos, porém, apontam para dimensões qualitativas com estrutura discreta, como é o caso do sexo dos indivíduos, ou dos graus de parentesco. Não obstante, isso não significa que as dimensões qualitativas também não possam ter um tratamento topológico (p. ex., em biologia, nos esquemas em árvore que representam a evolução e parentesco das espécies, o comprimento das linhas que separam os nodos representa a *distância* do parentesco entre as espécies). Destes exemplos, Gärdenfors conclui que talvez seja viável fazer uma modelização geométrica das dimensões qualitativas. O problema será então o de determinar até que ponto elas correspondem às formas “naturais” de representarmos. Em todos os exemplos mencionados, é fácil verificar que se trata de representações tomadas da ciência.

Ora, elaborando sobre a terceira hipótese, e parecendo estar violada por princípio a possibilidade de estabelecer um isomorfismo directo entre os mecanismos perceptivos e as dimensões qualitativas nas quais são representados²¹⁶, Gärdenfors conclui que então tal deve justamente abrir para a necessidade de se distinguir entre a interpretação *psicológica* (<psychological>; o autor usará em obras posteriores, reversivelmente, o termo *fenomenal* <phenomenal>) e a interpretação *científica* <scientific> das dimensões qualitativas. Sabemos que a nossa percepção psicológica do espaço visual não é rigorosamente representável pela geometria euclidiana (para além de que a sua interpretação carece, constantemente, de noções de geometria projectiva). Referi como Thomas Reid constatou esse aspecto da *geometria dos visíveis* no sexto capítulo do seu *An inquiry into the human mind* logo em 1764: sabemos que o ângulo recto do tecto é percebido como um ângulo obtuso, ou que, graças ao efeito da gravidade, a dimensão vertical do campo visual nos aparece fortemente distorcida em comparação com a dimensão horizontal. Não obstante, a interpretação científica do espaço visual viabiliza que se tome, aproximadamente, o espaço visual perceptivo como um espaço euclidiano tridimensional. Ou seja, a interpretação científica torna as dimensões qualitativas idealizações matematicamente modelizáveis. No caso das dimensões fenomenais ou psicológicas, será necessário proceder a medições psico-físicas de modo

²¹⁶ Embora Gärdenfors considere a questão dos mapeamentos topográficos, detendo-se na análise de casos onde se sabe que o córtex cerebral organizou os seus receptores neuronais de modo a que eles mapeiem e projectem características do meio ambiente: p. ex., nos mapas “retinotópicos”, os núcleos laterais geniculados estão organizados em seis camadas, reflectindo a representação topográfica da retina (Gärdenfors menciona também os “somatópicos”, que representam posições sensoriais no corpo, os “tonotópicos” para a projecção ordenada dos neurónios em função das frequências sonoras que atingem as várias partes do ouvido). Para a análise técnica destes assuntos remeto, p. ex., para [Sarty, 2007], [Duffau et al., 2011] e [Churchland, P. M., 1992, cap. 5].

a que a sua modelização se aproxime, o mais possível, da descrição dos fenómenos que se querem representar.

§212. A partir destas hipóteses, Gärdenfors desenvolve as principais ideias da sua nova teoria e apresenta os casos de espaços conceptuais geometrizados que mais serão referidos ao longo do futuro estabelecimento da teoria.

Em primeiro lugar, a apresentação da ideia de que deve existir um categorial representativo fundamental que é descritível por um número, a apurar, de dimensões qualitativas fundamentais. Há conjuntos de dimensões qualitativas que formarão sistemas, como as três dimensões da cor ou do espaço, sistemas esses que são denominados domínios. O conjunto de dimensões qualitativas e domínios necessários à completa representação de um conceito formam um espaço conceptual.

Conforme já referi, o principal objectivo não seria tanto o da completa identificação dos espaços conceptuais representativos fundamentais (objectivo que continua por alcançar), mas sobretudo o de determinar um possível tratamento geométrico a dar a cada uma destas dimensões qualitativas. Assim, as dimensões qualitativas do espaço seriam as três dimensões espaciais comuns, altura, comprimento e profundidade, representáveis por um sistema de coordenadas cartesianas, x , y e z . Uma representação de um ponto dentro do espaço conceptual “espaço” formado por estas dimensões qualitativas seria dada pela atribuição de um valor em cada uma das coordenadas x , y , z . Já a dimensão qualitativa do tempo seria isomórfica ao contínuo unidireccional da recta real, sendo a representação neste espaço conceptual feita a partir da atribuição de um valor na recta real. Até aqui é bom de ver que estamos diante de representações geométricas equivalentes às que são feitas, p. ex., em física.

Os casos mais interessantes surgem com a tentativa de definição dos espaços conceptuais das outras dimensões qualitativas, como a da cor e a do paladar. A dimensão qualitativa da cor, p. ex., é concebida a partir de dois possíveis e bem conhecidos modelos: o do círculo cromático, que representaria o tom, que seria inscrito dentro de outros dois eixos representativos da saturação e do brilho, obtendo, aproximadamente, aquilo que corresponde à *color spindle*.

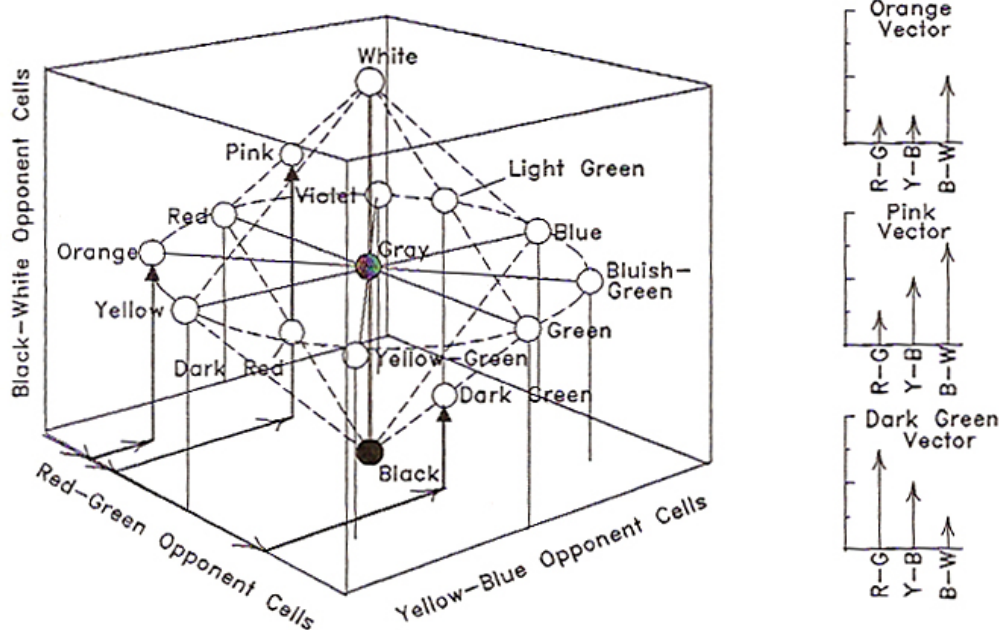


Fig. 14: Representação geométrica da color spindle correspondente ao espaço cromático perceptível pelos humanos [Churchland, P. M., 1996, 25].

A representação de uma cor dentro deste espaço conceptual seria portanto, de forma simplificada, a atribuição de um valor (para o caso, de um vector, dado o aspecto dinâmico da representação cromática pelo sistema visual) dentro de cada um destes principais eixos: tom, saturação e brilho.

Para o caso do espaço conceptual do paladar, estaríamos diante da representação geométrica de um poliedro (um tetraedro), cujos quatro vértices seriam formados pelos principais receptores sensoriais, salgado, doce, amargo e ácido. Consequentemente, o espaço conceptual do paladar seria um contínuo quadrimensional, e a

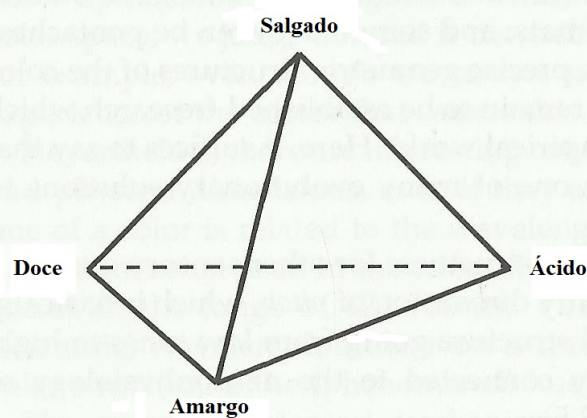


Fig. 15: O tetraedro do paladar de Henning (adaptado de [CS, 14]).

representação de um sabor corresponderia à representação de um ponto no interior deste espaço conceptual, com referência a cada uma das quatro dimensões gustativas.

Ainda que observemos a distinção entre dimensões fenomenais e científicas, a artificialidade das aplicações nestes exemplos continua a ser óbvia: até que ponto é que o espaço conceptual do paladar se esgota nestes quatro receptores gustativos? Ou, como descrever uma sinestesia de sabores dentro deste espaço conceptual? Não obstante, o que há aqui a retirar é o carácter heurístico da proposta de Gärdenfors. A saber: 1) será possível identificar os espaços conceptuais estruturantes da percepção humana? 2) será possível atribuir a cada um deles uma estrutura geométrica? 3) será viável proceder ao cruzamento, em moldes puramente geométricos, entre os vários espaços conceptuais de modo a descrever a formação de conceitos mais complexos?

Numa palavra, será possível lançar as bases de um projecto de modelização geométrica da percepto-cognição? Servindo-se do já estudado modelo de Marr e Nishihara como exemplo de um caso onde a representação de formas foi reduzida a noções topológicas fundamentais (com consequências importantes no desenvolvimento da percepção visual em sistemas de inteligência artificial), Gärdenfors aparece determinado em lançar os fundamentos do próximo passo na geometrização da percepto-cognição, pondo a ênfase agora na cognição.

Levantei já uma das dificuldades do projecto, a de saber se existe uma hierarquia dos espaços conceptuais, e como determinar a ordem dessa hierarquia. Analisando o caso das metáforas na linguagem (campo onde a teoria se tem revelado mais fértil)²¹⁷, Gärdenfors admite que haja espaços conceptuais estruturantes, p. ex., os de espaço e de tempo, e mesmo dentro destes o espaço conceptual do espaço parece o mais primitivo (reflectindo, porventura, a conhecida primitividade das noções de espaço, reflectida, desde logo na nossa arquitectura cerebral, onde as regiões dedicadas ao tratamento de noções espaciais são evolutivamente mais primitivas do que as dedicadas às noções temporais?). Representamos, metaforicamente, o tempo com recurso a noções espaciais:

²¹⁷ E onde Gärdenfors expõe a hipótese de que as metáforas expressem semelhanças na estrutura topológica ou métrica fundamental comum a diferentes dimensões qualitativas. A metáfora como que faria a transposição da estrutura fundamental e bem compreendida de um determinado espaço conceptual para outro, onde clarificará, por analogia, a estrutura fundamental. I.e., a metáfora faria como que a transferência de conhecimento de uma dimensão conceptual para outra. A novidade da hipótese de Gärdenfors não é acerca desta característica do uso da metáfora (de resto, é exactamente para isso que aponta a teoria do kantiano do simbolismo); é a exploração da hipótese de que o que a metáfora transfere é a inteligibilidade inerente a uma estrutura topológica fundamental de uma dada dimensão conceptual.

dizemos que o tempo “não anda para trás”, que “caminhamos para a meia-noite”, que estamos “em cima da *deadline*” (vide, p. ex., [Boroditsky, 2000]).

Outra dificuldade enunciada é a de que, lidando com propriedades sensoriais, parece relativamente simples, procedendo a medições psico-físicas, identificar as estruturas topológicas e métricas das dimensões qualitativas subjacentes (mesmo que a sua modelização matemática tenha depois uma configuração “científica”, muitas vezes negligenciando o aspecto “psicológico”, na terminologia de Gärdenfors). Coisa diferente será determinar a natureza do espaço conceptual para outras áreas cognitivas que já não têm um correlato directo nas propriedades sensoriais. Ou seja: será suficiente elaborar os espaços conceptuais mais abstractos, em sucessivos graus hierárquicos, sobre espaços conceptuais mais simples, nomeadamente os que respeitam aos receptores sensoriais (p. ex., será possível constituir espaços conceptuais para ideias)²¹⁸? E se sim, como conceber a cadeia indutiva que leva dos mais “sensíveis” aos mais “abstractos”?

Ligada a esta última dificuldade, qual é a génese dos espaços conceptuais? Se falamos em representações psicológicas e representações científicas, não devemos também conceber que haja espaços conceptuais inatos e espaços conceptuais adquiridos e dependentes, p. ex., da cultura e da ciência? Mais ainda, um espaço conceptual será uma estrutura fixa ou será sujeito a dinâmicas correspondentes, como à aprendizagem?

Foi exactamente sobre a afinação dos pormenores deste complexo projecto que Gärdenfors se lançou e que culminou na sua obra *Conceptual Spaces* de 2000.

§213. Aí, parte significativa das ideias anteriores ganham em determinação e, mais importante, recebem a primeira hipótese de uma axiomática geométrica suficientemente elástica para, teoricamente, abrigar a variedade de espaços conceptuais concebíveis.

A noção decisiva no centro da teoria, a de *similaridade*, aparece numa formulação técnica, bem como é apresentada a axiomática geométrica fundamental para dar tratamento formal quer à noção de espaço conceptual, quer à noção de similaridade.

²¹⁸ Sobre este assunto, Gärdenfors diz-nos apenas que, para um conceito abstracto, uma vez que ele não existe no espaço e no tempo, é possível que a sua representação num espaço conceptual prescindia da dimensão qualitativa “tempo” e do domínio “espaço” como dimensões qualitativas estruturantes desse espaço conceptual [CS, 135]. A hipótese é interessante, mas obscurece ainda mais a possibilidade de estabelecer uma hierarquia categorial dos espaços conceptuais.

Gärdenfors recorre a uma axiomática tão abstracta e simultaneamente tão determinada quanto possível, tomada da obra *Foundations of Geometry* de Karol Borsuk e Wanda Szmielew, postulando apenas duas noções primitivas fundamentais a operar sobre um espaço de pontos: a noção de *intervalo* [CS, 15-16] e a de *equidistância* [id., 17]. Não vou ocupar-me com os detalhes da proposta matemática de Gärdenfors para a teoria, tarefa para a qual de resto não me reconheço suficiente competência técnica. Interessa-me sublinhar que, primeiro, o recurso a uma axiomática tão abstracta e aberta dá azo a que o tratamento matemático dos espaços conceptuais tanto possa subsumir num quadro euclidiano como em quadros mais fracos como o da teoria dos grafos. Ou seja, e numa perspectiva mais filosófica, parece-me que Gärdenfors (tal como propus que o fazia Piaget na minha leitura das suas principais conclusões do desenvolvimento da noção de espaço, a começar precisamente com noções topológicas), assume que se o cérebro humano for um órgão naturalmente geometrizador, então a geometria que usa deve ser o menor determinada, portanto, o mais elástica possível, de forma a conseguir representar o maior número de fenómenos possíveis, por mais distintas que sejam as suas configurações estruturais. Segundo, Gärdenfors alega que a partir da noção primitiva de intervalo é possível deduzir teoremas fundamentais sobre identidade, situação/posição, distância, continuidade, densidade e união, bem como deduzir conceitos como o de linha e o de plano; a partir da noção primitiva de equidistância, Gärdenfors consegue produzir uma noção qualitativa de distância, que compensa com a mais forte noção de espaço métrico para obter uma função de distância e teoremas para, p. ex., a simetria. No essencial, a escolha de uma axiomática “fraca” permite, não obstante, satisfazer as condições necessárias para a produção de um sistema geométrico (fundamentalmente topológico) e logo dar um tratamento matemático à noção de espaço conceptual. Em específico, esta axiomática parece suficientemente forte para definir a noção de *convexidade*, noção que Gärdenfors usa abundantemente na sua teoria dos conceitos: dentro dos CS, um conceito é uma região *convexa* (i.e., um intervalo entre pontos).

Com esta determinação matemática, Gärdenfors consegue também definir a noção de similaridade em termos topológicos: se um espaço conceptual é definido como o conjunto de uma ou mais dimensões qualitativas dotados de uma estrutura geométrica, então a noção de similaridade é a função da distância entre dois pontos dentro desse espaço conceptual. Consequentemente, se representarmos um conceito como um ponto dentro de um espaço conceptual (ou cluster de pontos na intersecção de vários espaços conceptuais), e um outro conceito por outro ponto dentro desse mesmo espaço

conceptual, a similaridade entre os dois conceitos é revelada pela distância entre os dois pontos representativos do conceito dentro do espaço conceptual (ou *clusters* de pontos na intersecção dos espaços conceptuais). Em directa proporcionalidade, quanto mais distantes estiverem os pontos, mais dissemelhantes são os conceitos; quanto mais próximos estiverem os pontos, mais semelhantes são os conceitos.

De modo análogo, torna-se possível definir a noção de objecto e a noção de propriedade de um objecto. Por um lado, Gärdenfors debruça-se sobre a constatação de que os conceitos não são entidades independentes umas das outras: estruturam-se em domínios,

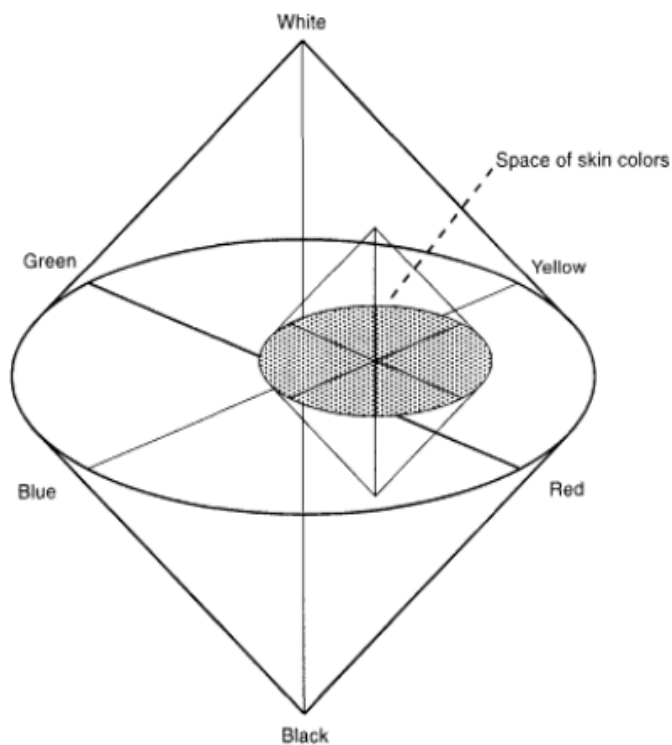


Fig. 16: região do espaço conceptual correspondente às "cores de pele" na *color spindle* [CS, 121].

grande parte dos quais partilhados por uma multiplicidade de conceitos. Se o objecto for concebido como uma intersecção de espaços conceptuais (pense-se, p. ex., num lápis: a sua identidade conceptual resultará da representação de um domínio da intersecção em diversos espaços conceptuais, como os de forma, cor, peso, densidade, finalidade, etc.), uma propriedade do objecto corresponderá a um sistema de dimensões qualitativas

intrínsecas (a propriedade *cor* é a relação das dimensões qualitativas tom, saturação e brilho) e o conceito do objecto é a região convexa que resulta da intersecção dos domínios e dimensões qualitativas do espaço conceptual. Assim, em termos geométricos, a distinção entre os dois objectos poderia ter uma definição precisa, uma vez que a cada região que representa o objecto nos respectivos espaços conceptuais poderá corresponder uma descrição geométrica precisa. P. ex., analisando o espaço conceptual do objecto lápis e atribuindo-lhe em cada dimensão e domínio um ponto específico (a que poderíamos também associar um número a fim de dar-lhe tratamento algébrico), saberíamos identificar matematicamente a diferença entre um lápis azul e um

lápiz verde, graças à diferença de pontos (ou valores) que ambos recebem no espaço conceptual *cor*.

No âmbito deste trabalho, esta apresentação terá de bastar para dar conta dos princípios teóricos fundamentais do programa de Gärdenfors. Uma análise detalhada da teoria exigiria ampla discussão, pois Gärdenfors toma muitos conceitos e concepções de outros autores (p. ex., a teoria dos protótipos <*prototype theory*>), discutindo-os, criticando-os ou absorvendo-os para as várias aplicações que faz da teoria. De resto, a própria obra *Conceptual Spaces* é sobretudo a compilação de um conjunto de casos aos quais estes princípios são aplicados a fim de consolidar a sua viabilidade teórica e, nesse processo, Gärdenfors oferece propostas de soluções no âmbito da sua investida teórica: é o caso da semântica para a qual propõe a sua teoria da metáfora [CS, 176 e ss.] e o caso da indução, abordada a partir da sua teoria da similaridade operando sobre três níveis representativos (subconceptual, conceptual e simbólico, [CS, 204]) correspondentes a distintos domínios dos espaços conceptuais [CS, 211-231]. Não vou ocupar-me com esses particulares. Interessa-me tomar a teoria para a discussão do projecto de geometrização da cognição, e fá-lo-ei atentando nos pontos que mais podem conformar-se com os aspectos filosóficos da abordagem ao problema do transcendental geométrico. Na sua orientação instrumentalista, Gärdenfors está sobretudo empenhado em demonstrar que a teoria dos espaços conceptuais pode constituir uma alternativa às abordagens simbolista e associacionista e que poderá inaugurar um novo paradigma experimental, p. ex., no campo da inteligência artificial. Ou seja, está mais interessado no potencial *construtivo* da teoria do que no seu potencial *explicativo*.

Talvez por isso, a apreciação do impacto filosófico da teoria seja, na voz do próprio autor, praticamente nula. Questionando-se sobre o estatuto ontológico dos espaços conceptuais, Gärdenfors responde: «*eu vejo os espaços conceptuais como entidades teóricas [<theoretical entities>] que podem ser usadas para explicar e prever vários fenómenos empíricos respeitantes à formação de conceitos [...]* Dado que a minha posição metodológica fundamental é instrumentalista, evito questões acerca de quão reais são as dimensões dos espaços conceptuais; vejo-as como instrumentos para propósitos construtivos e predictivos. [...] O importante é o que podemos fazer com eles [os CS]» [CS, 31, sa]. Consequentemente, não leva a cabo qualquer reflexão sobre os aspectos metafísicos implicados no projecto de geometrização da cognição.

Não obstante, essa reflexão tem sido levada a cabo e o próprio Gärdenfors em [Gärdenfors et al., 2015] dedicou a quarta parte da obra a trabalhos de investigadores que se têm dedicado à consideração dos aspectos filosóficos da teoria²¹⁹. Curiosamente, a discussão sobre o projecto de geometrização do pensamento e suas nuances filosóficas nesta teoria em particular não é objecto de uma consideração específica. As considerações feitas centram-se em problemas filosóficos importantes e bem determinados, e deles são exemplos a teoria dos conceitos, a noção lógica de identidade, as noções de “abstracção” e “generalização”, a teoria das propriedades e o perspectivismo monadológico de Leibniz, ou a mudança de paradigma científico na filosofia da ciência de Thomas Kuhn. Sem querer retomar a discussão desses aspectos enfocados, nas secções seguintes procurarei fazer uma pequena e geral contribuição para o aspecto específico do projecto de geometrização do pensamento, procurando estabelecer uma relação com a espinha dorsal desta investigação.

§214. Como sublinhei, um aspecto fortemente programático no projecto de Gärdenfors é o de lançar as bases de uma possível futura abordagem à compreensão e representação de processos cognitivos, em particular os de conceptualização, onde o paradigma é o das ciências ditas “duras”, o da matematização. Ou seja, a sua teoria²²⁰ entronca num dos derradeiros sonhos da ciência e da filosofia: compreender e definir os elementos que fundam a capacidade humana de conceptualizar. Neste particular, trata-se da promessa de contribuir para inteligibilizar, do modo mais rigoroso possível, a génese e a operatividade do conceito. Mais ainda, e aguçando ainda mais os desejos da ciência, tal compreensão e definição vêm acompanhadas da perspectiva de vir a dar a esse aspecto da cognição humana um tratamento matemático que, no decurso do seu desenvolvimento, viriam a colocá-la num território de objectividade e dominação equivalente aos da física ou da química. Não só seria possível *prever* a formação de conceitos, como, no limite, entrevê-se nela o sonho de traduzir a cognição numa equação geral. Claro que é desde logo preciso notar que a conceptualização não dá conta de todo o campo cognitivo, pelo que uma matematização da conceptualização, mesmo que venha a ser bem sucedida, só modelizará uma parte do sistema cognitivo. Ainda assim, pela minha parte não vejo qualquer ambição desmedida ou qualquer

²¹⁹ E destes artigos, penso que a análise que Joel Parthemore faz em [Gärdenfors et al., 2015, 223-244] é particularmente digna de nota.

²²⁰ De cuja existência só tomei conhecimento num ponto muito avançado da preparação deste trabalho.

fantasma de empobrecimento neste projecto: a modelização matemática da natureza não reduz o nosso maravilhamento diante dos seus fenómenos, assim como a descodificação do genoma humano não interfere no que sentimos pelos nossos entes queridos.

Há vários pontos nos quais o projecto de Gärdenfors toca outros grandes projectos filosóficos. Referi, no início deste capítulo, a possível afinidade a encontrar entre o programa dos espaços conceptuais e a concepção kantiana do sistema cognitivo trabalhada na *Crítica da Razão Pura*. Não obstante, conforme procurei explicitar no capítulo dedicado a Kant, se é verdade que se pode pensar num plano geométrico a alimentar parte importante da esquematização e exemplificação dos conceitos empíricos em Kant, não há todavia na letra kantiana elementos que nos permitam atribuir a Kant a concepção de um plano de geometrização da cognição. Mostrei que em Platão algumas ideias muito gerais apontam nesse sentido, sem todavia constituírem o plano de uma teoria definida ou sequer um projecto suficientemente articulado. Ainda assim, penso que a aproximação entre o projecto de Gärdenfors e o kantiano conhece pontos de contacto que podem revelar-se preciosos numa futura consideração filosófica do programa geral desta teoria. A relação entre a sua teoria e o pensamento kantiano não é estabelecida pelo próprio Gärdenfors. Porém, um autor cujas concepções são profundamente afins às de Gärdenfors, dá o esqueleto para uma incursão.

Paul Churchland abre o seu *Plato's Camera* de 2012 com uma reflexão sobre a metáfora do cérebro como câmara: por um lado, os nossos sistemas perceptivos fazem um registo imediato, uma representação em constante actualização, do momento presente, do «particular espaço-temporal *objectivo posto diante da sua lente*» [Churchland, P. M., 2012, vii, sa]; por outro, antes e a par com isso, há um sistema cognitivo (um cérebro)²²¹ que extrai ao longo do processo de aprendizagem, as invariantes fundamentais que permitem estruturar essas representações e outras vindouras, «os universais abstractos, os invariantes temporais e as persistentes simetrias» [ibid.]. A dificuldade está em compreender como o sistema cognitivo o faz e que modelo melhor descreverá a articulação destas estruturas que enformam todas as nossas sínteses: «mas que género de “imagens” podem ser estas representações decididamente mais abstractas? Neste ponto pensem: mapas. Não os mapas dimensionais que decoram os porta-luvas dos vossos automóveis, mas mapas de elevada dimensionalidade – mapas com três, ou uma

²²¹ Não vou aqui deter-me nas dificuldades que levanta a concepção do “cérebro” como o órgão privilegiado da cognição, em detrimento da articulação de vários subsistemas nervosos e do próprio ser humano como um todo. Para tal crítica e discussão, muito premente, remeto para [Bennett, Hacker, 2005].

centena, ou até um milhão de dimensões distintas, mapas com extraordinária resolução e detalhe estrutural. Tais mapas residem – centenas e talvez mesmo milhares de mapas distintos – dentro dos cérebros dos animais em geral, e dentro dos cérebros humanos em particular. Não são mapas de nenhuma realidade geográfica; a sua elevada dimensionalidade põe-nos fora dessa realidade comparativamente magra. Em vez disso, são mapas de domínios de características abstractos. São mapas de famílias de universais complexos e das por vezes intrincadas relações de similaridade-e-diferença que os une e divide. São mapas [...] da estrutura de suporte invariante e intemporal do universo físico sempre em mudança e em revelação nos quais todos os cérebros estão constrangidos a operar. São mapas que constituem os “enquadramentos conceptuais” que nos são tão familiares da tradição filosófica, e tão vitais a qualquer criatura para a compreensão do mundo em que vive. [...] Eles são variedades geométricas de elevada dimensionalidade» [Churchland, P. M., 2012, vii-ix].

Partindo desta ideia, Paul Churchland faz quer uma aproximação, quer uma distanciação do projecto epistemológico kantiano. A aproximação assenta na ideia de que também Kant concebeu que a intuição humana assentaria em duas *dimensões* fundamentais, espaço e tempo. Ou seja, no pensamento transcendental kantiano (como enfim no de Aristóteles que, neste particular, muito o influenciou) já se encontra a ideia embrionária de que a representação do conhecimento dependia de eixos representativos dentro dos quais qualquer experiência tinha de ser necessariamente inscrita. Acontece que, defende Paul Churchland, a dimensionalidade kantiana era ainda demasiado pobre. Espaço e tempo não dão uma esquadria dimensional suficientemente rica [id., 1-2]. A investigação contemporânea sobre a representação no córtex leva a crer que existem muitas outras dimensões envolvidas na representação das intuições.

Ora, pela minha parte, eu defendo que essa elevada dimensionalidade tinha já sido também antecipada por Kant: não serão, à luz das concepções de Gärdenfors e Churchland, os conceitos puros do entendimento (as categorias) outras das dimensões envolvidas na representação da intuição? Ou seja, o categorial kantiano não é, na verdade, a tentativa de ampliar o sistema dimensional da representação? Como propus nas §§154 e 159 deste trabalho, o categorial do entendimento dava o conjunto de eixos representativos a aplicar às intuições. Nesse sentido, não será o projecto kantiano a antecipação da concepção do sistema percepto-cognitivo como uma *variedade a n-dimensões* dentro do qual a representação da intuição deve cair?

Paul Churchland não estabelece essa analogia, mas critica indirectamente tal hipótese a partir de uma distinção importante: a distinção kantiana entre *intuição* e *juízo*. Ao passo que a intuição pura diz respeito aos elementos representativos estruturantes de qualquer representação ainda, digamos, sem uma actividade rigorosamente “cognitiva” envolvida, os conceitos puros do entendimento já se ligam à acção judicativa humana, i.e., já se implicam no processo cognitivo de seleccionar – a partir de decisões cognitivas “conscientes” e “motivadas” – em que dimensões deve uma intuição ser inscrita. Ora, segundo P. Churchland, as mais fundamentais representações e sua respectiva inscrição num quadro dimensional estruturante, são feitas ainda a um nível puramente intuitivo, não são judicativas no sentido em que não dependem de decisões conscientes do sujeito. E, como tal, ao contrário do que Kant concebia, o domínio da intuição não só é muito mais amplo, como será menos dependente da actividade judicativa “consciente” e “motivada” do sujeito. Assim, se bem interpreto a crítica de Churchland, o grande problema com o quadro do sujeito transcendental kantiano é o da atribuição de uma importância excessiva à noção de juízo e à representação “motivada”, ou, no conceito de Husserl, “intencional”. Antes da motivação e da intencionalidade judicativa há uma actividade puramente intuitiva, “automática”, que opera de modo muito mais determinante do que Kant (e, para o caso, Husserl) poderiam ter antecipado.

Ora, se é possível antecipar a ideia da representação dimensional em Kant, também é possível compreender o “deslize” kantiano, diz-nos P. Churchland, a partir de duas concepções erróneas: a primeira, de que o sistema representativo do sujeito transcendental estava previamente *fixado*, que não conhecia *plasticidade*. Vimos em Gärdenfors que não só devemos conceber que o aparelho representativo deve estar dotado de um elevado número de dimensões, possivelmente ligados directamente aos receptores sensoriais (e resultantes, talvez, de afinações filogenéticas), mas sobretudo que essas dimensões são provavelmente sujeitas a dinâmicas de expansão e retracção, p. ex., durante o desenvolvimento da criança ou como efeito da aprendizagem. Ou seja, a ideia de conceber um sistema representativo como um sistema fixado e imutável deve ser afastada²²².

A segunda concepção errónea é a daquilo que eu chamaria a “hegemonia da racionalidade”. O que a neurociência nos ensina é que o córtex humano está desenhado

²²² Petitot defende que o carácter *a priori* dos formatos da sensibilidade em Kant não implica que eles fossem tomados como *inatos*, i.e., que embora precedam a experiência e nesse sentido sejam *inatos*, eles são todavia adquiridos a partir da actividade reflexiva e dinâmica sobre as próprias leis do espírito. Nesse sentido, defende que Kant era «*anti-inatista de modo subtil*» [Petitot, 2009, 4.2].

para empenhar tanta energia quer em actividades percepto-cognitivas, como em actividades consideradas “automáticas”, como é o caso do comportamento motor [id., 3]. Mais ainda, não só as áreas do córtex dedicadas às operações motoras são mais primitivas do que as dedicadas às ditas funções “superiores” (os juízos ou os raciocínios), como consequentemente, estas áreas mais primitivas devem ter estado envolvidas no desenvolvimento das outras mais recentes. O que, em termos filosóficos, nos obriga a considerar que o campo da racionalidade e respectivas funções cognitivas devem ter uma arquitectura representativa enraizada na motricidade e na percepção (ideia que, claro, não é nova; a obra de Merleau-Ponty não é senão esse esforço).

Considero ainda outro aspecto da breve analogia de P. Churchland com Kant: segundo Churchland (e como enfoquei no capítulo IV), Kant estava comprometido com o projecto moderno de demonstrar a existência de verdades sintéticas *a priori* na geometria e na aritmética [id., 1]. Ou seja, o projecto kantiano não só fundamenta a ideia da existência de um transcendental geométrico, como procura demonstrar a verdade de ciências como a geometria euclidiana inscrevendo-as dentro do conjunto de constrangimentos representativos humanos. Ora, a meu ver, a hipótese que projectos como o de Gärdenfors levantam é que estamos efectivamente diante da presença de um transcendental geométrico – continuamos a aproximar-nos da modelização dos sistemas cognitivos a partir de estruturas geométricas – mas esse projecto do transcendental já não tem nada que ver com a demonstração da verdade e consistência de enunciados matemáticos. Tem agora que ver com o mistério da natureza da matemática, que parece surgir ao nível dos mais arcaicos e abstractos processos representativos humanos, e com a reactualização do projecto de compreender a natureza da geometria (da matemática, em geral), bem como daquilo que lhe confere a virtude de, possivelmente, actuar e estruturar capacidades operativas, perceptivas e cognitivas humanas a um nível ainda completamente independente da racionalidade que propriamente caracteriza estas ciências. Porém, para considerar essa questão, será necessária uma breve consideração da relação entre fenómeno e modelo.

§215. Considerando estas aproximações e distancias de Churchland, penso que elas não conseguem erradicar um ponto fundamental: concepções kantianas como a de “afinidade”, a de “forma pura” e a de “categoria” gozam de uma actualidade e de um valor heurístico que, um futuro estudo sobre elas dentro do quadro teórico dos espaços

conceptuais pode vir a fundamentar. Penso que, numa análise filosófica futura da teoria dos CS, a noção kantiana de “afinidade” poderá trazer contribuições decisivas para a reflexão sobre a noção de “similaridade”. Ela poderá revelar-se um instrumento precioso não apenas para pensar a relação de distância entre conceitos num espaço conceptual, mas também o sistema de intersecções entre espaços conceptuais, suas regiões e domínios. Apesar das hipóteses teóricas, nós ainda não conseguimos compreender a estrutura de um espaço dimensional tão rico como deverá ser o do conjunto de espaços conceptuais que formarão o sistema representativo humano. Mas, indiscutivelmente, penso que a noção de *afinidade* será muito mais forte (parece-me até que o seu problema é justamente o de ser demasiado forte) para tratar a intersecção de vários pontos distintos e porém afins, do que a noção de *similaridade*. P. ex., julgo que se, conforme Churchland defende, o sistema de espaços conceptuais humanos puder vir a ser aplicado à rede neuronal do córtex cerebral, a noção de afinidade será muito mais adequada à compreensão da possibilidade de vários *clusters* de neurónios, em zonas distintas e distantes do córtex dispararem em simultâneo para activar uma mesma representação. Aí, ou a representação geométrica do córtex adquirirá uma maior sofisticação, ou então a noção de similaridade enquanto função de distância não poderá trazer grande inteligibilização a esta simultânea activação, coordenando a sua distância física (topológica, sobre a superfície do córtex) e porém a sua afinidade representacional. Sem dúvida que a noção de afinidade sofre ainda com exagerada indeterminação; não obstante, ela parece-me heurísticamente mais rica do que a noção de “similaridade”. Importará, p. ex., compreender se a noção de “afinidade” poderia ter uma tradução geométrica precisa no quadro dos CS.

Por outro lado, penso que a noção kantiana de “forma pura” sofre igualmente de problemas até certo ponto incompatíveis com a teoria dos espaços conceptuais e não será inteiramente reversível com a noção de dimensão qualitativa. A “forma pura” padece das ideias de fixidez e inatismo, ideias que as concepções dinamizantes dos espaços conceptuais não podem herdar. Não obstante, a “forma pura” tem uma característica determinante: ela apela a estruturas *sine-qua-non* nas quais qualquer representação tem de ser inscrita. E, como referi, um dos objectivos da teoria dos espaços conceptuais terá de ser o identificar as estruturas representativas (as dimensões qualitativas) fundamentais, aquelas sobre as quais será possível começar a edificação do sistema de conhecimento. Ora, se se vier a constatar a existência de tais dimensões estruturantes, elas não nos devolverão à ideia de que existe um transcendental nos

espaços conceptuais e esse transcendental não será afim àquele inaugurado com a noção de “forma pura”, ainda que tais formas não sejam apenas o espaço ou o tempo (ou que nem sejam sequer estas), e ainda que não sejam fixas, mas, suponhamos, filogeneticamente inscritas no código genético? Ou seja, a menos que a teoria dos espaços conceptuais, ou outra análoga, venha a desvelar estruturas presentes na formação matricial do conhecimento completamente distintas, na sua configuração, daquelas que são actualmente concebidas (dimensões), penso que noções como a de “forma pura” continuarão a revelar-se actuais na concepção geral da teoria. Em certo sentido, a noção de forma pura está para a noção de dimensão qualitativas (ou, no caso de sistemas de dimensões qualitativas, para a noção de domínio) tal como a noção de afinidade está para a noção de similaridade. Uma vez mais, caberá a uma análise mais profunda encontrar as equivalências e as incongruências e abrir o campo de problemas inerente a tal discussão²²³.

Finalmente, a noção de “categorial” não é reversível com a própria noção de espaço conceptual? Não é o categorial kantiano (como, para ser justo, o de Aristóteles) exactamente o sistema de “dimensões” que nutre o entendimento e que permite à faculdade de julgar representar as intuições? Bem certo que podemos subscrever a observação de Churchland e admitir que, na verdade, a representação de uma intuição não depende de juízos racionais, ou seja, que é, em larga medida, pré-racional e menos dependente de juízos do que Kant supôs. Mas a estrutura da esquadria representativa é análoga, ainda que assente em dimensões distintas. Gärdenfors coloca a hipótese de que o categorial dimensional seja primeiramente uma função de receptores sensoriais, Kant por sua vez entendeu que o categorial era composto de conceitos altamente gerais e abstractos. Mas essa é uma das dificuldades da concepção teórica de Gärdenfors: que dimensões fundam efectivamente o categorial representativo? Porque, como o próprio admite, é mais que provável que as dimensões qualitativas perceptivas não sejam suficientes para a conceptualização; há seguramente dimensões mais abstractas. Ora, a meu ver, a principal diferença, e em certa medida a inadequação do categorial kantiano, resultam do facto de que Kant pensou um categorial completamente formado e definido, em certo sentido, o categorial de um adulto; Gärdenfors, por sua vez, precisa de pensar

²²³ Sem a pretensão de elevar-me a tal patamar, mas a título de exemplo de um desses projectos, recorde-se a importância que a noção de *a priori relativizado* forjada por Michael Friedman a partir de Kant teve, p. ex., para a discussão filosófica da teoria da relatividade de Einstein e para o convencionalismo de Poincaré; p. ex., [Bitbol et al., 2009, 253-268].

o categorial genético, a sua dinâmica engendrada e formativa. Mas isso não invalida que a concepção kantiana não tenha, à luz desta teoria, surpreendente actualidade.

Com isto, reafirmo, não pretendo defender que o pensamento kantiano (ou o platónico ou o husserliano) é a panaceia universal para a interpretação de todos os problemas epistemológicos futuros, nem que devemos constantemente insistir no retorno a antigos quadros epistemológicos para compreender os novos problemas com que os dados das ciências contemporâneas nos confrontam. Quero apenas dizer que, no que de mais fundamental têm, as novas *epistemes* não cortam radicalmente com outras mais antigas e que, nessa medida, as mais antigas ajudam-nos a iluminar quer as dificuldades metafísicas, quer as adequadas reformulações e reconsiderações que estes novos dados e esquadrias conceptuais nos colocam. E, nesse sentido, penso que, ainda que num exercício meramente académico, seria possível demonstrar que as analogias entre estas teorias contemporâneas e o projecto epistemológico kantiano legitimam a sua actualidade e, no campo metafísico, poderão abrir para análises metafisicamente férteis. Aqui, e numa primeira e rudimentar aproximação, procurei apenas enunciar algumas das pedras-de-toque que podem ser colectadas para traçar esses paralelos ou encontrar importantes e ricas divergências.

§216. Finalmente, penso que o projecto de Gärdenfors convida a recolocar o problema da relação entre fenómeno e modelo, relação fundamental na prática científica e sobre a qual os filósofos da ciência mais se têm debatido²²⁴. Em certa medida e curiosamente, parece-me que a matemática é a ciência que mais incólume sai desta discussão, na medida que, em si própria, a matemática não modeliza nada. Não tem referente determinado, é uma construção completamente abstracta. Ainda que a vasta maioria da comunidade matemática adopte uma posição platonista, a verdade é que aquilo que faz o material das suas construções e raciocínios não tem uma instanciação física, o que – e aí sempre esteve o *busilis* –, não significa que não tenha uma ontologia. É a aplicação da matemática às outras ciências e a modelização de diversos fenómenos com recurso a ela que merece mais meditações e a mais aporias tem conduzido.

Aplainando uma discussão complexa – e que todavia subliminarmente pervade todas as páginas desta dissertação –, James Robert Brown apontou para aquela que me parece ser

²²⁴ Emma Ruttkamp, em [Ruttkamp, 2002] faz uma excelente e profunda análise do tema da modelização lógico-matemática e das suas implicações para a filosofia da ciência.

a única concepção satisfatória acerca dessa relação no quarto capítulo do seu *Philosophy of Mathematics* ([Brown, 1999, 37 e ss.], refundido no cap. 39 de [Newton-Smith et al., 2000]). Ela já foi, em certo sentido, discutida neste trabalho a propósito da noção da abstracção e sua importância matemática a partir da 2ª *Investigação Lógica* e da *Lógica Formal e Transcendental* de Husserl.

Se questionarmos a possibilidade da aplicação da matemática ao mundo, há segundo Brown três questões co-relacionadas a investigar: 1) como é que a matemática “engancha” (o termo de Brown é *<to hook onto>*) no mundo?, 2) certos objectos matemáticos referidos em certas teorias científicas têm uma realidade própria independente da sua natureza matemática ou são estritamente entidades matemáticas?, e 3) a matemática é essencial para a ciência? [Brown, 1999, 37]. Não vou ocupar-me com a questão 3), à qual Brown responde na positiva, rebatendo o projecto de Hartry Field proposto em *Ciência sem números* [Field, 1980], a partir da tese de que a noção de consequência lógica advogada por Field é uma noção da lógica de segunda-ordem a qual não é recursivamente axiomatizável [Brown, 1999, 42]. Vou ocupar-me com a sua concepção para as questões 1) e 2) pela economia e clareza da sua exposição, e pela força, simplicidade e persistência da pedra-de-toque que escolhe.

Ora, a resposta de Brown a 1) é estruturalista (melhor, do realismo estrutural): a modelização matemática assenta na verificação de que existe uma equivalência estrutural entre certo fenómeno ou objecto e uma dada estrutura matemática suficientemente rica para descrevê-lo (aquilo que é estudado pela teoria da mensuração *<measurement theory>*, i.e., o estudo da atribuição de números a fenómenos e a objectos). Em termos técnicos: «*uma representação matemática de um âmbito não-matemático ocorre quando há um homomorfismo entre um sistema relacional P e um sistema matemático M . P consistirá de um domínio D e relações R_1, R_2, \dots definidas nesse domínio. De modo semelhante, M consiste num domínio D^* e relações R^*_1, R^*_2, \dots no seu domínio. Um homomorfismo é uma projecção de D para D^* que preserva a estrutura de modo adequado*» [Brown, 1999, 37-38].

Assim, havendo equivalência estrutural, é possível codificar na estrutura matemática as relações verificadas no mundo ou num determinado objecto considerado, desde que a estrutura matemática seja compatível com a estrutura do objecto considerado.

Portanto, desde que se encontre uma adequação entre uma estrutura matemática e a estrutura de um fenómeno que se quer modelizar, em princípio o fenómeno ou objecto é

passível de modelização matemática. E, nessa medida, havendo equivalências entre, p. ex., a estrutura do fenómeno cromático (que, curiosamente, Brown não julga passível de uma matematização simples; vide [id., 39]) e uma certa estrutura matemática, não há em princípio problema em fazer essa modelização.

Naturalmente, o problema que surge então é o de compreender e apreender a equivalência estrutural entre os dois domínios. Porém, independentemente dessas obscuridades, por princípio assume-se que existe uma estrutura de equivalência, ainda que não consigamos definir a sua ontologia. Enfoquei algumas dessas dificuldades no primeiro capítulo deste trabalho acerca do que chamei o “estruturalismo transcendental” de Michel Serres, pelo que não vou aqui recuperá-las. Para o platonismo de Brown este tipo de realismo estrutural não faz perder o sono e, curiosamente, a razão dessa tranquilidade aparece na consideração, de forma indirecta, à questão 2).

Considerando a realidade ontológica de algumas entidades ou estruturas matemáticas concebidas e desenvolvidas no âmbito de uma teoria científica, Brown apresenta o caso da teoria electrodinâmica de Maxwell: *«quando Maxwell introduziu a electrodinâmica clássica, o seu campo electrodinâmico foi julgado por muitos como sendo apenas uma entidade matemática. No quadro da teoria da mensuração, equivale a dizer que o domínio da teoria física consistia em partículas carregadas, mas não em campos. Esta estrutura relacional seria então projectada numa estrutura matemática de um campo de vectores. Portanto, apenas o campo é matemático. O seguinte argumento virou as coisas do avesso: considerem-se duas partículas carregadas separadas. Se uma for agitada, a outra move-se num momento posterior. Durante os distintos movimentos das duas partículas, toda a energia pode ser localizada nas próprias partículas, mas não no tempo intermédio. A energia é conservada, portanto tem de estar em algum lado. Consequentemente, tem de estar no campo; portanto, o campo é fisicamente real. [...] A consequência disto é que o campo electromagnético, embora seja representado por um campo matemático de vectores que lhe é isomorfo, é uma entidade física real, distinta, e não um mero artefacto matemático»* [Brown, 1999, 40].

Isto diz-nos que a modelização matemática, apesar da sua artificialidade hipotética, abre frequentemente para a descoberta de aspectos reais dos objectos que modeliza e considera. Ou seja, não só a acusação do artificialismo de certas modelizações matemáticas não vinga, como, mais importantemente, a modelização matemática abre caminho à descoberta de dimensões escondidas dos objectos modelizados. Portanto, por

muitas obscuridades, idealizações e problemas filosóficos que levante, é um instrumento heurístico de primeira importância envolvido quer na epistemologia, quer na ontologia dos objectos que considera. Era justamente nesse sentido que Husserl via a riqueza da lógica e da sua relação com a matemática: ela abriu caminho à descoberta da mais pura ontologia formal dos objectos; como diria Serres, ao logos invariante das suas variações. Este tipo de argumento não justifica o transcendental matemático, nem explica a natureza da relação estrutural entre o âmbito matemático e o mundo, mas constata um aspecto fundamental: o de que a matemática abre para dimensões “ocultas” dos fenómenos, dimensões que, quer por força lógica, quer por meio de experimentos, vêm a revelar-se verdadeiras. Não conseguindo ainda compreender o vínculo profundo que legitima a relação entre fenómeno e modelo (afinal o que será, ontologicamente, uma estrutura?), ela pelo menos legitima a aproximação matemática à realidade. E, na contínua cadeia dessa aproximação, pode ser que a matemática aos poucos vá cedendo os seus segredos. *«Podemos não apreendê-la completamente [a adequação da linguagem matemática à modelização dos mais diversos fenómenos], mas estamos seguramente a caminho. E o que permanece inexplicado está bem dentro do alcance da concepção representativa platonista»* [Brown, 1999, 48]. Em [Newton-Smith et al., 2000, 263], Brown reescreveu esta frase conclusiva para a tirar do seu estrito platonismo e a expandir a todo o projecto de clarificação, encabeçado pela filosofia da matemática: *«Podemos não apreendê-la completamente, mas estamos a meio-caminho; e o que permanece inexplicado não é um insondável mistério»*.

Considerações Conclusivas

*A expressão intuitiva do transcendental geométrico e sua relação com a
percepto-cognição na arte*

§217. Esta dissertação nasceu a partir da sugestão kantiana de que geometria medeia a percepção e a constituição de conceitos, portanto, parte da cognição. Tal sugestão alimentou uma minha antiga convicção, a qual quis converter em projecto de estudo. Isso veio a revelar-se uma tarefa dúplice. Primeiro, era preciso compreender até que ponto tal tese era sustentável no próprio pensamento kantiano. Segundo, que princípios fundamentavam tal tese. Fui assim conduzido a uma dupla problemática: a da percepto-cognição com a geometria como base, e a do transcendental geométrico que alimentaria tal percepto-cognição geométrica.

Esta dupla problemática rapidamente conduziu a dois problemas. Se é verdade que se afigurava relativamente simples colocar a geometria no fundamento de uma teoria da constituição dos conceitos em Kant, tal projecto ficaria porém limitado à própria esquadria kantiana, uma vez que a concepção do lugar transcendental da geometria no seu pensamento está não só em larga medida datada, como implica um conjunto de concepções que nem são sustentáveis à luz do próprio pensamento matemático de Kant, nem à luz do que hoje pensamos sob a noção de geometria. Ora, eu não queria ficar restricto a uma exegese kantiana, válida apenas para o seu sistema.

As dificuldades agudizaram-se quando, no decurso das minhas investigações, percebi que era viável conceber e localizar um pensamento embrionário da geometria como génese e componente percepto-cognitiva em Kant a partir da sua teoria do esquematismo, da sua concepção do lugar da geometria na estruturação da intuição pura do espaço e na ligação de ambas com o seu pensamento matemático; porém, embora tal tese fosse sustentável e demonstrável, a verdade é que o próprio Kant a tinha abandonado na *Crítica da Faculdade de Julgar*. A inviabilidade de tal tese, para o próprio Kant, prendia-se com as suas meditações sobre os seres vivos (a natureza orgânica) e as obras de arte, bem como com os problemas teleológicos que eles colocavam, a saber, que havia algo neles e no modo de os julgar que não os compatibilizava com uma visão mecanicista da natureza a qual, em larga medida, era a que Kant descortinava sob a aproximação geométrica ao conhecimento dos fenómenos.

Detive-me nesta concepção, nos obstáculos que levantava e entendi que havia outra via para a ultrapassar. Não pelo ângulo teleológico, mas observando que a concepção kantiana de geometria estava limitada por alguma pobreza deste mesmo conceito que, entretanto, o curso da ciência e das modelizações matemáticas de certas partes do mundo físico, do orgânico em particular, tinham vencido. Consequentemente, o projecto passaria a ser outro: demonstrar que a intuição kantiana de que a geometria se envolvia na percepto-cognição era sustentada e certa e que, contra a própria desistência kantiana, era fértil e merecia desenvolvimento. Era sobretudo necessário mostrar que geometrias mais sofisticadas e conceptualmente mais ricas supriam as falhas.

Mas então sobressaíram com clareza dos eixos do problema, que resultavam mais profundos e que deviam preparar tal incursão. De um lado, reconsiderar o lugar transcendental da geometria, i.e., a sua matriz universal, supra-temporal, anistórica, agente e envolvida na própria génese criativa da natureza – como se pudéssemos acreditar que ela corresponde à sua própria linguagem engendradora; do outro lado, desenvolver a hipótese, em termos operativos, de que a geometria, graças precisamente a esse carácter transcendental, se imiscuia nos próprios processos percepto-cognitivos humanos, que promettesse naturalizá-la e, em certa medida, justificar a sua auto-evidência. Porém, nem a concepção kantiana do carácter transcendental da geometria me satisfazia e convencia, nem os meus conhecimentos quer matemáticos, quer dos processos de percepção e cognição estavam à altura de forjar, de raiz, uma hipótese (que passaria, naturalmente, pela construção de um modelo) para a percepto-cognição matemática da realidade.

A estratégia para ultrapassar tais obstáculos envolveu a tomada de duas decisões: de um lado, repensar e relançar o projecto do transcendental geométrico (o qual, a partir das geometrias não-euclidianas e do convencionalismo foi empurrado para um reduto); por outro, procurar modelizações geométricas da percepção e da cognição que, directa ou indirectamente, apontassem para o carácter universal e intrínseco da geometria a estas actividades humanas. Que, de certo modo, “naturalizassem” a geometria.

Rapidamente me apercebi que reconsiderar o transcendental geométrico desembocava numa questão tão antiga e difícil quanto o próprio acto de pensamento: qual a natureza das idealidades matemáticas e qual o vínculo entre a matemática e a natureza?

Em tempo útil era evidentemente impossível tentar avançar uma nova perspectiva, e também não me agradava a ideia de embrenhar-me nas bem conhecidas discussões

filosóficas de tais assuntos e suas correntes mais salientes, concluindo com um apanhado esquemático e necessariamente aporético. E estava fora de questão (nem eu para isso tinha qualquer ideia) construir um argumento (ou reapreciar um que me parecesse sólido) para fundamentar a convicção sobre o carácter transcendental da geometria.

Metodologicamente, segui então as lições de Fernando Gil e Filomena Molder sobre o carácter heurístico das pedras-de-toque (lamentável e injustamente muito desconsideradas como metodologia de investigação por alguma prática filosófica contemporânea, em particular nas alas mais radicais da filosofia analítica), empenhando-me em encontrar pedras-de-toque quer para o transcendental da geometria, quer para a mais geral reconsideração do que pudesse ser o transcendental geométrico.

Nessa investida encontrei o muito rico, problemático e talvez por isso pouco estudado pensamento de Michel Serres sobre a geometria. Estudando-o, pude formular uma abordagem ao transcendental geométrico a partir da convicção de que a geometria não se reporta a um saber humano, mas um logos – um sistema de inteligibilidade – imanente ao universo e que não é, portanto, especificamente humano. As suas principais pedras-de-toque reforçam e legitimam tal convicção: a geometria apreende um sistema de transportes (proporções, analogias, estabilidades estruturais), as quais pervadem todos os domínios da natureza; a temporalidade geométrica não é congénere da intuição fenoménica humana de tempo, pois estabelece-se numa continuidade e coesão conexa sem perdas ou falhas; a espacialidade geométrica aponta para uma comunidade fundamental de elementos arcaicos e indeterminados; o logos geométrico é um puro sistema de relações; no seu pensamento não há sujeitos, subjectividade, só intersubjectividade pela evidência do verdadeiro, do consistente. Pedras-de-toque que fortificam a convicção de que a geometria nos põe diante de uma comunidade inteligível transversal, que se torna mais tangível quando apreciamos, p. ex., o conceito matemático de grupo.

Estudando o pensamento de Edmund Husserl, compreendi que tais pedras-de-toque podiam ser enriquecidas e fortificadas. O tema do raciocínio puro ganha aprofundamento e nova determinação pela análise do fio de inteligibilidade que percorre toda a cadeia de formações geométricas e alimenta disposições espontâneas humanas: a disposição para a abstracção, cuja noção de intuição categorial husserliana sustenta na descoberta de similaridades estruturais; a da consciência pura e sua actividade

imaginativa como alavanca para alcançar objectos irreais que, necessariamente, têm de corresponder a núcleos ontológicos de sentido; finalmente, pela matriz lógica que subjaz o raciocínio geométrico e convoca o assentimento comum às evidências das objectualidades ideais, ao mesmo tempo que se revela como elo de todos os actos de inteligibilização da realidade, levando a questionar se não será a lógica o próprio transcendental. Como escolhi uma abordagem predominantemente epistemológica para este trabalho, tal questão, ao remeter para o domínio ontológico, só pode ficar formulada.

A recolha de todas estas pedras-de-toque permitiu-me chegar a um quadro que julgo convincente e o qual, nesta primeira abordagem, dá conta do entramamento entre Homem e Universo, mediado pela matemática, mais particularmente pela geometria. Ou seja, com a Parte I deste trabalho concluo que é legítimo e pertinente falar de um transcendental geométrico.

Restava a segunda parte do problema: como sair deste plano mais vasto e especificar o contacto do transcendental geométrico universal com os processos humanos de percepção e de cognição – não na geometria como actividade científica –, mas na sua componente mais ingénua e pré-científica, i.e., no contacto com o mundo, seus objectos, seres, formas e figuras? Era preciso pensar uma proto-geometria. Embora neste trabalho fale em geometria, em rigor só me debruço ainda sobre proto-geometria, sobre o campo de regularizações que prepara o aspecto rigorosamente científico da geometria (a ciência geométrica é algo mais vasto e, pelas exigências ontológicas e técnicas, também mais difícil). E era preciso encontrar um solo para colocar o problema. Sem surpresas, encontrei-o em esforços inaugurais de Platão. Analisando noções suas, como as de *inato* ou de *figura*, encontrei o entramamento da geometria com a percepção e a cognição e, pela análise do *Timeu*, consegui tornar mais claros alguns dos pontos que deixam bem sensível o problema da mediação geométrica entre Homem e Mundo: a experiência do espaço, a concepção das superfícies e sua relação com afecções perceptivas, a experiência da tridimensionalidade e da orientação e seu impacto na formação de conceitos espaciais determinantes e no desenvolvimento da actividade cognitiva. São elementos actuais e profundos que Platão desvela e que eu não encontrei suficientemente excisados no aparato crítico ao seu pensamento.

Com estes “prolegómenos” tornou-se possível avançar para a minha interpretação de Kant. Nela creio, por um lado, ter demonstrado que em Kant a geometria pervade o

sistema transcendental e não se restringe às suas muito famosas concepções sobre o formato da intuição pura do espaço; por outro, creio exhibir e fundamentar a tese de que em Kant se podem encontrar os princípios de uma teoria de conhecimento, voltada para a esquematização de conceitos, cuja matriz é geométrica. Pela imaginação e pelo núcleo analógico de afinidades que alimentam as suas sínteses, fica claro que Kant estava em busca de uma teoria da invariância estrutural e das regras de variação do invariante, as quais são afins de projectos perseguidos no pensamento geométrico, como é teoria dos grupos ou a das catástrofes. Pela análise da teoria do esquematismo, dos diversos tipos de esquemas e, em particular, dos esquemas dos conceitos empíricos, os exemplos, especificamente pensados para os seres vivos e as obras de arte, demonstrei que Kant primeiramente concebeu que tais conceitos teriam matriz geométrica. Porém, Kant abandonou tal projecto. Irei concluir porquê.

Se me angustiava a incapacidade de desenvolver um modelo geométrico para a percepto-cognição nos termos em que supunha que Kant teria concebido, foi com grande felicidade que descobri os projectos teóricos de Irving Biederman e Peter Gärdenfors.

Com a *RBC* de Biederman não só encontrei o que creio ter mostrado ser uma versão contemporânea, com ênfase geométrica, do esquematismo kantiano, a partir da bem delimitada tentativa de definir o *primal access* do reconhecimento dos objectos através da sua estrutura figural, como, mais importante, encontrei em Biederman princípios muito convincentes para naturalizar processos proto-geométricos de regularização de figuras. A partir da percepção de contornos, da descoberta de propriedades invariantes e suas relações, Biederman a meu ver constrói um caso sólido onde o Homem, *qua* agente perceptivo, transporta em si os elementos fundamentais para fazer geometria; será, logo ao nível neuronal, um geómetra natural.

Esse grande passo, porém, não nos impede de ver a teoria de Biederman fraquejar precisamente onde Kant percebeu que a sua concepção geométrica do esquematismo fraquejava: ela não consegue dar conta da percepção de seres vivos, dinâmicos, articulados, devenientes e morfologicamente processuais. Através dos géons de Biederman talvez sejamos capazes de reconhecer artefactos, mas dificilmente conseguimos reconhecer organismos. Então, está a ambição teórica de Biederman, e enfim a que aqui desenho, votada ao fracasso? Não creio e já me justificarei.

A segunda parte do problema kantiano, que respeitava ao núcleo analógico das afinidades que, através da imaginação, compõem o conhecimento num todo estruturado e conexo, ainda que menos directa, também alberga um plano de geometrização em Kant. Pude desenvolver esse aspecto a partir da problemática e ainda jovem teoria dos espaços conceptuais de Peter Gärdenfors. Nela desenha-se o projecto de dar estrutura geométrica ao todo da cognição e às diversas dimensões que a compõem no que se assemelha a um sistema geométrico de variedades. Através dela torna-se mais tangível conceber um projecto de geometrização da cognição, pelo menos da conceptualização, mau-grado as grandes dificuldades e artificialismo que ainda comporta. E, por isso mesmo, ela devolve-nos à questão originária: qual é o vínculo entre geometria, natureza e inteligência? Até que ponto uma modelização traduz e apreende o coração ontológico do que procura modelizar? De novo somos remetidos para as zonas ensombradas do transcendental geométrico, circularidade que, todavia, só deve animar o desejo de continuar a sua investigação.

Dizia então que, se esta dissertação, apesar de poder socorrer-se de uma maior sofisticação das ferramentas analíticas e modelizadoras do que as que Kant dispunha, se detém exactamente diante dos mesmos obstáculos que a ele o detiveram, está o projecto de geometrização da percepto-cognição votado ao fracasso? Certamente que não. Por um lado, não me debrucei neste trabalho sobre projetos de geometrização da percepto-cognição tão sofisticados quanto o que a actual actividade científica oferece. Quer porque exigem domínio formal de partes da matemática que ainda não possuo, quer porque não encontrariam espaço no desenho deste projecto. Por isso mesmo, estou convicto de que será possível chegar a vínculos cada vez mais profundos entre geometria e percepto-cognição, ao ponto de vir a tornar cada vez mais sólida a convicção de que a geometria (a matemática em geral) a apreende e, mais ainda, coincide com a própria estrutura criativa do universo, enlaçando-os na co-naturalidade que os liga nesse mesmo sistema. Procurar o ponto de contacto, identificando o vínculo entre o *logos* de um e do outro, talvez venha a sustentar a convicção de que o saber matemático é a mais próxima expressão conhecida do acordo entre a inteligência humana e o *logos* universal; que não é uma linguagem arbitrária, cuja miraculosa fertilidade é um feliz acaso, *tão incompreensível quanto imerecido*, na conclusão de Wigner [Wigner, 1995, 549]. Mas isso só pode perspectivar, por enquanto, investigações futuras.

Muita coisa, e importante, ficou de fora. Uma análise detida e aprofundada da noção de abstracção, uma concepção detalhada das noções de variedade e de dimensão, um estudo crítico das noções de percepção e de cognição, estarão entre as mais prementes. Mas um lugar comum torna-se evidência: uma dissertação de doutoramento nunca está concluída.

§218. Redunda numa quase banalidade dizer que a expressão artística amiúde prepara e antecipa o saber científico. Redundará? Faço o possível fecho deste trabalho com duas incursões pelo campo da expressão artística para apreciar dois casos onde esta aparente banalidade ganha profundidade e exprime aquele génio pré-científico que Serres glorificou. Numa dessas incursões, a expressão artística desposa o saber científico para o converter numa nova linguagem estética, edificada sobre a quase total depuração formal, até ao ponto em que se converte no estrito recurso a átomos figurais que lembram aqueles elementos que Biederman colocou nas fundações da sua teoria perceptiva do reconhecimento: a corrente pictórica suprematista do início do séc. XX. Na outra incursão, a expressão artística reveste a autêntica descoberta da intimidade entre matemática e natureza, concebida por um povo acerca do qual pouco sabemos e naquilo que, se me for permitida uma interpretação livre, a meu ver compõe a mais colossal e filosófica instalação artística jamais levada a cabo sobre a superfície terrestre: as figuras do planalto de Nazca, um deserto do Perú, construídas pela civilização Nazca algures entre o séc. VI a.C e o séc. VI d.C.

O *suprematismo* foi o mais famoso movimento artístico a edificar-se sobre um radical projecto de redução da composição visual a um depurado léxico geométrico. Claro que o seu proponente, o pintor russo Kazimir Malevich, teve precedentes de vulto: Policeto, Leonardo Da Vinci, Piero de la Francesca, Albrecht Dürer, Eugene Delacroix, Paul Cézanne, Henri Matisse, Pablo Picasso, mesmo o compatriota e contemporâneo de Malevich, Aleksandr Rodchenko, contarão entre os mais sonantes. O icónico abstraccionismo geométrico de Piet Mondrian, a Op Art de Victor Vasarely, as instalações de Donald Judd, a arquitectura de Mies Van der Rohe seriam posteriores a Malevich e directa e indirectamente tributários das suas experiências. Já o abstraccionismo de Vassily Kandinsky parece-me, na sua linguagem pictórica abstracta, fundamentalmente distinto do abstraccionismo de Malevich²²⁵. Ora, ao passo que os

²²⁵ Só posso aqui referir de modo superficial as diferenças que vejo. Se Malevich encontra na geometria a principal fonte para elevar uma linguagem plástica, Kandinsky encontra-a na música, pelo menos naquilo

precedentes compuseram as suas obras procurando na geometria meios para melhor alcançar a representação e a correcção representativa desejada, Malevich procurou na geometria uma linguagem visual pura e autónoma que, usando as palavras de Deleuze sobre a relação entre a cor e a histeria na pintura de Francis Bacon, forjasse um «*sistema de acção directo sobre o sistema nervoso*» [Deleuze, 1981, 37]. Na monografia sobre o pintor russo, Souter sumariou assim o seu programa: «*ele [Kazimir Malevich] procurou exprimir o inexprimível, produzir conexões únicas de sinapses internas em momentos partilhados de reconhecimento comunitário. Ele destilou a sua experiência interior na derradeira redução visual, baseado num conjunto de constructos filosóficos que abraçou com fervor religioso*» [Souter, 2012, 8].

Esta vertente mística da obra de Malevich, dirigida para a apreensão de um inefável latente, é quase sempre reconduzida às suas obras mais desconcertantes e icónicas: o *Suprematismo (com triângulo azul e quadrado negro)* de 1918, a *Cruz Negra* de 1923, o *Auto-retrato a duas dimensões* de 1915 e, muito particularmente, os célebres *Quadrado negro* de 1915 e o monocromático *Quadrado branco sobre fundo branco* de 1918. Nesses casos, a depuração representativa atinge um ascetismo tal que parece querer encaminhar o observador para uma atenção do pensamento a si próprio, repto meditativo que parece ter em vista o alcance de um estado espiritual máximo, afim do Nirvana budista. Não obstante, este aspecto místico, apesar da sua importância, é apenas um dos que podem ser enfocados na aparição da geometria nas telas deste pintor. Souter refere os «*momentos partilhados de reconhecimento comunitário*», justamente o aspecto que aqui me interessa.

§219. Malevich²²⁶ cunhou o seu próprio programa artístico de *não-objectivismo*, onde o neologismo *suprematismo* se referia justamente à supremacia do sentimento sobre a representação. Furtar-se à tirania do objecto e sua figuração, ao naturalismo da

que de mais original tem a sua obra. Sem dúvida que a geometria joga um papel decisivo na concepção plástica deste pintor – bastando para isso a leitura do seu *Ponto, linha, plano* – e havendo obras suas onde a investida pelo suprematismo é inegável (p. ex., na aguarela de 1924 “Relação de Negro”, nas telas “Laranja” (1923), “Três rectângulos” (1930), “Tocando levemente” (1931), “Desigual” (1932), ou “Gravitação” (1935), entre outras). Mas Kandinsky está interessado nos aspectos biológicos, rítmicos e dinâmicos das composições, e só em trabalhos como os que mencionei admite certo catatonismo na composição. O aspecto decisivo do abstraccionismo de Kandinsky é a vibração, quer figural, quer cromática e isso coloca o seu abstraccionismo mais próximo da influência musical, influência que autores como Magdalena Dabrowski enfocaram. Nesse sentido, um paralelismo interessante a explorar – tanto quanto sei, nunca tentado, seria entre a pintura de Kandinsky e a música de Olivier Messiaen, esta por sua vez obcecada com a cor.

²²⁶ Juntamente com os pintores contemporâneos que com ele desenvolveram o suprematismo, entre eles El Lissitzky, Ilya Chashnik, Ivan Klyun, Mikhail Minkov e Ivan Puni.

representação, foi o grande móbil do pensamento que Malevich, pelo menos conforme aparece desenvolvido nos seus manifestos suprematistas.

Ora, o suprematismo é – se fosse possível pensar uma história causal das correntes artísticas (a qual, com efeito, Malevich invoca nos seus manifestos) –, o desenvolvimento consequente de uma sucessão de estilos: primitivismo, cubismo, futurismo, raionismo. O suprematismo deveria concluir este processo de reforma da expressão artística, o seu culminar teleológico. Talvez por isso, enquanto corrente experimental o suprematismo teve curta duração²²⁷. Não obstante, em parte significativa das obras do período *pós-suprematista*, se é verdade que Malevich regressa à figuração, essa figuração aparece agora dominada pelo reducionismo geométrico que o suprematismo tinha consolidado. Ou seja, a depuração total de objectos e de representações, que encontrava expressão em figuras geométricas simples durante o período suprematista, desemboca, ou desenvolve-se, em obras figurativas no período pós-suprematista onde o léxico pictórico é aquele mesmo léxico geométrico. Temos então representações de ceifeiras e camponesas estruturadas sobre um léxico geométrico fundamental, ainda que enriquecido com cromatismos evocativos do fauvismo, composições evocativas do cubismo, figurações afins do primitivismo, menos austero do que o usado durante o período suprematista — mas onde abundam os cones, os toros e as superfícies curvas, pintadas com tonalidades metálicas. Porém, o léxico estrutural é o léxico geométrico figural do suprematismo. I.e., em larga medida, o suprematismo culmina numa teoria da figuração, ainda que, conforme mostrarei de seguida, tenha sido disso mesmo que tentou abdicar. Pois se durante o período suprematista estamos perante uma concepção puramente abstracta da realidade pictórica sobre a qual o pintor se debruça, já no período pós-suprematista a linguagem pictórica



Fig. 17: Kazimir Malevich, Ceifeiro II (1928-1929), óleo s/ tela, 86x66cms [Souter, 2012, 194].

herdada desse abstraccionismo puro é chamada a interpretar aquilo que objectivamente se quer figurar.

²²⁷ No final dos anos 1920, Malevich considerava que a experiência suprematista tinha chegado ao fim.

§220. Para que melhor se compreenda o ponto, penso que a experiência suprematista de Malevich pode ser dividida em três estádios: um estádio *conceptual*, um *experimental* e um *sintético*. No primeiro, Malevich empenhou-se em forjar o programa de uma experiência artística; a isso corresponde, ainda que não cronologicamente, o pensamento desenvolvido nos manifestos. No segundo, Malevich produziu obra de acordo com o programa traçado; a ele correspondem, *grosso modo*, as obras normalmente consideradas *suprematistas*. No terceiro, Malevich afasta-se da rigidez do programa conceptual e apropria-se de novos conhecimentos e ideias alcançadas durante os estádios anteriores, forjando então uma inédita concepção para a abordagem artística; a esse estádio correspondem as obras pós-suprematistas.

Começo por delinear o estádio *conceptual*. Visitando o manifesto suprematista de Malevich, publicado em 1916, *Do Cubismo e Futurismo ao Suprematismo*, encontram-se três principais ideias. A primeira assenta na recusa do academismo e da estetização, estabelecidos sobre a figuração das formas da Natureza e edificados sobre a idealização de formas e o apuramento de cânones, obtidos em estúdios fechados e longe do contacto com a Natureza, com a vida concreta do pintor, enfim com a experiência autêntica. Para Malevich, o realismo e o naturalismo na representação são desenvolvimentos do que considera ser o tipo de representação primitiva e isomorfa dos primeiros homens, e entronca no que o pintor chama *a arte do selvagem*: «*a arte do naturalismo é a ideia do selvagem, a aspiração a transmitir o que é visto e não a [aspiração] a criar uma nova forma*»; ou seja, procura-se nessa arte «*o reflexo da natureza na tela, como num espelho*»^(LVII) [Bowlt, 1976, 121, 120]. A tarefa do artista “primitivo” é a de apreender, “caçar” a representação tal como as suas capacidades perceptivas a figuram, exibindo-a, embalsamada, como o troféu que coroa o seu engenho mimético. A crítica ao instinto para reproduzir, copiar, para mimetizar a Natureza, é afim da crítica platónica aos poetas e aos que praticam a mimese, desenvolvida no Livro X da *República*. E a crítica assenta na tese de que esse tipo de arte, puramente repetitiva, obliterou aquilo que deve ser o objectivo próprio da expressão artística: o acesso à experiência interior autêntica. A mimese na arte obliterou «*o homem real, com a sua subtil paleta de sentimentos, psicologia, anatomia*»^(LVIII) [id., 119]. Note-se que a crítica não é dirigida à representação ou à figuração, nem, como em Platão, à reprodução de imagens degradadas das Formas. A crítica é dirigida ao isomorfismo, à repetição: «*entre a arte*

de criar e a arte de repetir [esta última para Malevich sinónimo de engenho, de virtuosismo] *há uma grande diferença*»^(LIX) [id., 122]. O isomorfismo, na medida em que procura e capta a exacta figuração daquilo que é visto, reduz ao mínimo o papel do artista e do contemplador enquanto agente de reactivação do fenómeno ou da experiência captada. É como se o potencial expressivo da matéria-prima isentasse o artista e o observador de alcançar a actividade percepto-cognitiva própria que é exigida em cada acto de conhecimento e reconhecimento. Melhor ainda, é como se no processo reprodutivo da mimese, o artista se sacrificasse enquanto “voz” e enquanto “eu” para se converter em mero veículo de captação e apreensão (tal câmara fotográfica) e como se a sua qualidade resultasse tanto mais admirável quanto mais rigoroso e convincente fosse o isomorfismo. O artista é criticado por aceitar ser a voz anódina e mecânica da representação, o espelho que não só reflecte mas sobretudo apreende e fixa o que reflecte. Só que nesse esforço o artista desaparece enquanto sujeito afectivo, enquanto psicologia, filtro sentimental e vivencial do que reflecte.

Sobre esta primeira (polémica e redutora ideia), a segunda ideia-base reclama a constituição de um tipo de linguagem plástica que permita dar expressão à experiência do homem nas suas potencialidades mais férteis: o sujeito afectivo, o vivente, perceptual, cognoscente. Sobretudo, uma linguagem que permita a expressão do homem moderno e da realidade contemporânea do artista. Malevich recusa o anacronismo das práticas académicas e da pintura de estúdio, onde se põem pintores «*cujos corpos voam em aviões*» a representar «*a arte e a vida com as velhas túnicas de Neros e Ticianos*» [id., 120]: «*devíamos perseguir as formas que correspondem à vida moderna*» pois «*criar significa viver, criando sempre coisas cada vez mais novas*», sendo que «*o artista se torna criador apenas quando as formas das suas obras não têm nada em comum com a natureza*»^(LX) [id., 120, 122]. Este «*nada em comum*» é a mimese, o espelhamento. A procura dessa linguagem pictórica *autêntica* tinha começado com o impressionismo e desenvolveu-se em particular no cubismo e no futurismo. O suprematismo seria a sua versão acabada, final, maximamente radical e pura porque completamente abstracta.

Ora, a segunda ideia dá o gancho para a terceira. Essa linguagem que há a forjar não deve ceder ao isomorfismo e ao realismo, mas sim dar conta da apreensão das *formas autênticas*. Porque «*somos o coração vivo da Natureza*», «*o cérebro vivo que amplifica a vida dela*», «*temos de dar vida às formas e o direito à existência individual*»^(LXI) [id.,

123]. A que se refere Malevich quando apela às *formas autênticas* e à *criação autêntica*? «[A criação autêntica] é possível quando libertamos toda a arte de ideias filistinas e de matérias-primas [dadas] e ensinamos a nossa consciência a ver tudo na Natureza, não como objectos e formas reais, mas como matéria, como massas das quais as formas devem ser feitas, as quais nada têm em comum com a Natureza»^(LXII) [ibid.]. Malevich insiste: «ver na Natureza» «formas que nada têm em comum com a Natureza». Então recusa-se qualquer vínculo representativo com a Natureza? No limite, sim. À Natureza nega-se o papel de servir de modelo observacional. O artista tem de procurar em si mesmo o léxico da nova linguagem pictórica. O que tem um efeito surpreendente: ao procurar em si os legítimos elementos para a expressão artística que permitam representar sem determinar e, digamos, encerrar a representação, o artista reencontra um léxico de *formas autênticas* familiar à metafísica: é remetido para aquela suposta estrutura linguística fundamental que se supõe estar por trás quer das criações da Natureza, quer do modo como a recebemos e ela nos afecta, de um ponto-de-vista perceptivo, cognitivo e afectivo. Reencontramos o projecto platónico de geometrização da realidade. A Natureza deixa de interessar como manancial de formas individuadas, exemplificadas. Já não interessa *esta* bela maçã, *aquela* formosa rapariga, *certo* bravo guerreiro: é qualquer bela maçã, qualquer formosa rapariga, qualquer bravo guerreiro. Ou seja, é a estrutura estável, imutável, atemporal e universal que interessa alcançar. Ao procurar as matérias-primas da expressão autêntica dessa generalidade, os suprematistas deparam-se com formas que desde Platão se anunciam como sendo comuns tanto à matriz criativa da Natureza como à experiência íntima humana. No suprematismo já não se representa este avião particular, tal como certo pintor o viu numa dada circunstância: representa-se a estrutura fundamental de qualquer avião imaginável, nesse léxico formal essencial que pode ser percepcionado por qualquer Homem, em quaisquer circunstâncias. Representa-se a *species* universal através da mais partilhável comunidade de *genus* figurais concebível. E para isso há que atender apenas à forma pura. Numa formulação extrema, o suprematismo é o esforço pictórico correspondente ao esforço filosófico de apreender os *genera* em que certas *species* participam. Melhor ainda, o suprematismo não procura figurar exemplos de formas, procura sim a figuração do conceito maximamente geral de uma forma. Como tal, é preciso encontrar a linguagem figural que articula, como no esquema kantiano, a forma particular e o conceito válido para todas as formas análogas possíveis. Ao cabo deste trabalho, fico

feliz se já não for surpreendente que os suprematistas tenham encontrado na geometria esse léxico fundamental.

§221. Em boa verdade, no estádio *experimental* essa vinculação ainda parece ser negada. Malevich recusa qualquer figuração ou representação da Natureza. Os títulos das suas obras são completamente abstractos e as obras descartam qualquer figuração de formas naturais. Só que esse aspecto obliterado entre expressão autêntica e figuração primeiramente negado, aparece depois com toda a claridade no estádio *sintético*. Aí, as obras já não são quadrados puros ou composições geométricas abstractas. Temos figuras humanas, paisagens e auto-retratos – cujos títulos remetem inequivocamente para o figurativismo – onde porém os elementos formais das composições são os mesmos elementos considerados *formas autênticas* durante o estádio experimental. Cones, cilindros, esferas, cubos, retirados do seu plano abstracto, convertem-se agora em elementos de figuração, ainda que, bem certo, tal figuração respeite as leis fundamentais da doutrina suprematista: não mimetiza.

Por um lado, é verdadeiro que a implementação da ditadura de Estaline impôs o realismo como linguagem pictórica e praticamente erradicou a abstracção do léxico dos artistas. Esta condicionante sócio-política não terá sido estranha ao retorno de Malevich à figuração. Mas, por outro lado, parece que Malevich descobriu que se a matéria-prima, as formas autênticas do suprematismo, não eram isomorfas à Natureza, isso respeitava apenas ao carácter *contingente* das formas da Natureza. Sob essa contingência havia uma matriz formal *necessária* a alimentá-la. E essa matriz era afinal a mesma que Malevich encontrou na sua procura pela pura emoção, pela forma autêntica, elencadas em figuras geométricas, cores primárias e texturas. Introduz então a convicção de que essa linguagem formal autêntica consiste num tríptico elementar: cor, textura e figura (*superfície pictórica*): «Cor e textura são da mais elevada importância na criação pictórica — elas são a essência da pintura; mas esta essência sempre foi aniquilada pelo assunto. E se os mestres do Renascimento tivessem descoberto a superfície pictórica, isso teria sido muito mais nobre e valioso do que qualquer Madonna ou Gioconda. E qualquer pentágono ou hexágono talhado teria sido um exemplar da escultura muito mais grandioso do que a Vénus de Milo ou David»^(LXIII) [ibid.]. A explícita referência ao hexágono ou ao pentágono remete-nos para as formas autênticas que são as figuras geométricas: quadrados, rectângulos, triângulos, círculos,

trapézios. É verdade que interpreto: Malevich nunca explica porque é que as figuras geométricas são eleitas como matéria de uma linguagem autêntica, quer de um ponto-de-vista figural, quer de um ponto-de-vista emotivo. Estou em crer que é assim porque são abstracções, i.e., estão «*vazias de conteúdo e de sentido*»^(LXIV) [id., 123-4], em alto contraste com as figuras determinadas que isomorficamente se tentavam copiar à Natureza. São puras e virginais potências de sentido, susceptíveis de alcance universal, i.e., são figuras que intuitivamente qualquer contemplador, em qualquer lugar, poderá reconhecer e compreender, reconhecimento que não tem, todavia, um correspondente experiencial concreto: elas não têm “assunto”. Assim, a geometria parece oferecer solução ao problema da sobredeterminação da realidade: o recurso às puras figuras abre um campo virtual onde a experiência contemplativa pode livremente espalhar-se, sem amarras, sem referente. Idealmente, a geometria oferece um campo figural sem antecedentes; seria o Jardim do Éden das figuras, aquele lugar onde a coisa e a sua expressão ainda coexistem numa unidade inviolada, indivisa.

Mas essa é uma unidade tão ideal, tão remota, que não será talvez mais, justamente, do que uma concepção mística, a da unidade adâmica entre a forma pura e a expressão determinada. Porque todos vimos um avião cruzar o céu, ou uma ceifeira mondar o campo; mas nunca vimos na natureza um triângulo vermelho intersectar um rectângulo azul. A geometria abre para uma experiência que não temos na nossa relação com o mundo físico e com a Natureza, ou seja, abre para uma relação estranha — no sentido de não-familiar que Plotino, p. ex., forjou na sua teoria da abstracção [Plotino, 1930, V, §12] — onde as forças perceptivas e cognitivas são confrontadas com um tipo de experiência congénere de cada um dos seus exercícios inaugurais. Não há significação na figuração do triângulo vermelho sobre o rectângulo azul e o seu conteúdo é objectivamente só esse, não conhece metáfora nem subtexto. A obra não tem assunto determinado²²⁸. O observador, confrontado com uma tal representação, fica diante do zero absoluto, de uma expressão metalinguística que, simultaneamente, multiplica a infinidade de interpretações linguísticas. Mas preserva-se a autonomia e a identidade da obra, i.e., a obra artística torna-se um fim em si própria: não é nem uma natureza-morta, nem uma paisagem, nem o retrato de Napoleão: é apenas *composição*. Compete ao contemplador encontrar, ou não, a sua relação perceptiva, cognitiva e afectiva com a composição. Tem à sua disposição o oceano infinito e indeterminado da potência, para o

²²⁸ Como se diz correntemente, numa daquelas aleivosias que ultrajam qualquer hipótese de experiência artística, não transmite uma “mensagem”.

qual cores, texturas e geometrias só dão uma bússula. Na terminologia husserliana, compete encontrar o conteúdo de sentido apenas e só na consciência do contemplador. Não numa consciência qualquer (visual, mnemónica, tátil,...), mas na consciência transcendental, na possível intencionalidade legítima da composição.

Ao artista só cabe preparar esse terreno, a *folha branca* (como o descreverá Serres), o *diagrama* (como o descreverá Deleuze), sobre a qual se inscreverá essa nova linguagem pictórica e essa nova experiência estética. E isso, na linguagem panfletária dos manifestos, passou pela destruição da tradição artística anterior: «*subjacendo esta destruição [das formas naturalistas], [a experiência suprematista] esteve primeiramente motivada, não para a transmissão do movimento dos objectos [programa do Futurismo], mas da sua destruição em nome da pura essência pictórica, i. e., da obtenção da criação não-objectiva*»^(LXV) [id., 127].

Camilla Gray chamou ao movimento encabeçado por Malevich o da *racionalização* da arte pictórica [Gray, 1986, 141], o que é interessante justamente porque esta racionalização buscava a supremacia do sentimento. Malevich não tomou razão e sentimento como antónimos. É por isso que a sua tentativa de devolver a experiência artística ao sentimento foi precedida por um portentoso esforço de racionalização. Mas o sentimento aqui não pertence ao campo da estetização, da procura da harmonia das composições agradáveis; pertence à expressividade de figuras virgens, abertas a qualquer experiência e relação plástica, não-objectivamente, sem subtexto ou conteúdo pré-determinado. Trata-se de um apelo ao plano transcendental puro das formas e das figuras, ao campo da sua potência gerativa, àquele momento em que o círculo ainda é só uma potência, aquele momento antes de ele devir a forma-figura do sol, da lua, de uma laranja ou da íris. Inaugura-se o estruturalismo transcendental em arte. Paul Mattick diz-lo a propósito das esculturas de Rodchenko: «[...] *nas suas construções suspensas de 1921, Rodchenko renunciou ao plano para permitir que figuras geométricas básicas — exemplares de impessoalidade — gerassem estruturas no espaço: são trabalhos reconduzidos a um mínimo, com os materiais servindo apenas para transportar as relações que definem o sistema, e ao mesmo tempo capazes de assumir uma infinidade de configurações*» [Mattick, 2003, 84].

§222. Historicamente, a proposta plástica de Malevich foi de grande arrojo, sobretudo se notarmos que a crueza das figuras geométricas tinha uma beleza e um rigor

de que se podia desfrutar matematicamente, mas não plasticamente, i.e., como objecto de uma pura experiência estética. A estetização a que Malevich se refere e condena correspondia ao desejo de encontrar o adorno, a composição, o efeito, o pormenor, o realismo, o dramatismo. Recorde-se que, se como é comum afirmar, o nascimento da fotografia veio questionar a essência da obra de arte — e Malevich foi herdeiro desse problema em primeira mão, e um dos artistas a propor algumas das mais radicais soluções para ele —, a verdade é que tal nascimento tinha sido precedido, em poucos anos, por um Jean-Auguste Dominique Ingres, cujas últimas obras configuraram o expoente máximo do realismo e, a meu ver, vaticinam o surgimento da fotografia. Uma tal tradição representativa situava-se muito longe de qualquer ascetismo geométrico. Kant, que, como sabemos, defendeu que a geometria tinha realidade transcendental e que estava inscrita na própria estrutura perceptiva humana, não lhe reconheceu, no seu pensamento estético, um lugar de direito. Na §62 da *Crítica da Faculdade de Julgar*, Kant é especialmente claro: *«habitualmente damos o nome de beleza, tanto às propriedades mencionadas das figuras geométricas, como também dos números, por causa de uma certa e inesperada conformidade a fins a priori dos mesmos para todo o uso do conhecimento, proveniente da simplicidade da sua construção. Falamos por exemplo desta ou daquela propriedade bela do círculo que teria sido descoberta desta ou daquela maneira. Só que não é um julgamento estético aquele que nos permite achar tais propriedades conformes a fins, nem tão pouco um julgamento sem conceito que evidencia somente uma mera conformidade a fins subjectiva no livre jogo das nossas faculdades cognitivas; pelo contrário, é um julgamento intelectual segundo conceitos, o qual dá claramente a conhecer uma conformidade a fins objectiva, isto é a adequação a uma diversidade sem limite de fins. Deveria chamar-se-lhe antes uma perfeição relativa em vez de beleza das figuras matemáticas. [...] É sobretudo uma demonstração de tais propriedades que podemos designar como bela, já que através desta, o entendimento, como faculdade dos conceitos, e a imaginação, como faculdade da apresentação daqueles a priori, se sentem fortalecidos (o que juntamente com a precisão que a razão introduz se chama elegância da demonstração)»* [Kant, 1998, §62, 277-9, sa].

O belo é sem conceito, e a beleza das figuras geométricas equacionava-se com o preenchimento de uma finalidade objectiva, conceptualmente bem determinada: a beleza da figura de um círculo corresponde ao magnífico modo como responde ao conceito de uma figura cujos pontos que a delimitam se encontram todos a igual

distância de um mesmo ponto central. Este preenchimento de uma finalidade objectiva, uma *conformidade a fins objectivamente dada*, chocava com o que Kant tinha descoberto ser a essência da experiência estética: a experiência perceptiva de uma conformidade a fins sem que essa finalidade fosse objectivamente dada, lançando entendimento e imaginação num jogo livre que se traduzia num sentimento de prazer²²⁹. Mais ainda, a experiência estética correspondia a um tipo de experiência desinteressada; a beleza das figuras geométricas, por sua vez, responde ao interesse da razão na solução de problemas bem determinados; a figura cujos pontos que a delimitam se encontram todos a igual distância de um ponto central responde a um interesse cognitivo. Como tal, pelo menos na estética kantiana, a geometria não tem lugar de direito na experiência artística. E nem mesmo o modernismo na pintura tinha vindo legitimar a figura geométrica como forma expressiva, depois de abandonados cânones clássicos de beleza e de composição. A figura geométrica só ganha total legitimidade pictórica com o movimento suprematista, porque ele é o primeiro a estabelecer que nela deve estar a chave do entendimento percepto-cognitivo entre sujeito e realidade, e isso quando se abandonam preconceitos de beleza, de isomorfismo, de composição, de figuração.

A pintura suprematista, em particular a da fase sintética, não consegue deixar de vir à mente quando visitamos a teoria de Biederman, quando observamos os seus esquemas e ilustrações, quando pensamos nos princípios do reconhecimento das formas que propõe. Malevich esboçou nas suas telas um programa artístico e a riqueza desse programa é tal que reaparece, na sua capacidade antecipatória, no coração de uma teoria percepto-cognitiva. A conaturalidade percepto-cognitiva entre homem e mundo, ressonância da *mathesis* das formas, da comunidade linguística universal mais elementar, do transcendental geométrico, do esquematismo kantiano, dos géons de Biederman, tudo emerge dessa outra «cornucópia de abundância» que foi o suprematismo.

§223. Passo à segunda incursão. Álvaro de Campos escreve, em *Ambiente*, que «nenhuma época transmite a outra a sua sensibilidade; transmite-lhe apenas a

²²⁹ Kenneth Rogerson ilumina esta difícil concepção kantiana de modo muito sustentado e detalhado no seu *The problem of free harmony in Kant's aesthetics* [Rogerson, 2008]. Aí Rogerson argumenta que o jogo livre entre imaginação e entendimento (próprio dos juízos sobre as obras de arte e sobre os produtos da natureza) – o qual parece encerrar um paradoxo pois ao passo que se apresenta com a unidade própria do conceito não se pode traduzir todavia num conceito (uma ordem regrada) regendo o juízo –, é resolúvel através da concepção de que tal jogo livre apresenta uma ideia estética, i.e., que aquilo que rege a unidade do juízo não é um conceito mas sim uma ideia estética cuja matriz é um princípio de liberdade. Para uma análise da problemática relação entre conceito e ideia estética, vide [Kirwan, 2004, 29 e ss.].

inteligência que teve dessa sensibilidade. Pela emoção somos nós; pela inteligência somos alheios» [Pessoa, 2009, 45]. A inteligência é a suprema marca da espécie humana, o filão da sua unidade trans-espacial e trans-temporal. Por isso procuramos sempre um sentido para os documentos e obras deixadas pelas civilizações precedentes e graças à inteligência neles gravados podemos compreendê-los, entrar em contacto com a cultura que os forjou, ainda que nunca possamos ter experiência da sensibilidade que animou tais obras. Se essa inteligência não tiver a forma de uma expressão matemática (caso em que, ultrapassados os problemas de interpretação linguística e gráfica – pense-se no problema do deciframento das escritas hieroglífica e acádica – aquilo que ela exprime costuma ser auto-evidente), em geral, esse sentido assenta nos aspectos funcionais que tais documentos e obras tiveram dentro da cultura que os levou a cabo. Se é verdade que em geral os povos, culturas e civilizações aplicam os seus esforços em produções orientadas para o uso próprio e com funções bem determinadas, é igualmente verdadeiro que a sucessão das civilizações costuma revelar que esses são aspectos restritos da natureza dessas produções. Mesmo assumindo que nem sempre são estanques, nem conscientemente levadas a cabo pelos seus autores, penso que é possível distinguir, à luz de uma temporalidade de que a noção de “História” dá conta, entre a natureza intracivilizacional e a natureza transcivilizacional de uma produção. Alguns exemplos ajudarão a esclarecer esta distinção. Os sumérios elaboraram a narrativa de Gilgamesh materializando a inquietação que lhes provocava a mortalidade humana. Dado que a mortalidade é uma inquietação transversal à experiência de qualquer ser humano em qualquer cultura, podemos dizer que embora a narrativa tenha sido primeiramente produzida com uma finalidade intracivilizacional, quer o seu tema, quer o domínio que outros povos vieram a ter da língua acádica – nomeadamente nós –, ela é uma produção de natureza transcivilizacional. Já os cultos e ritos órficos praticados pelos Gregos na Antiguidade têm natureza intracivilizacional, pois estão ligados a aspectos de uma experiência mistérica que só os Gregos tiveram e, apesar dos elementos transversais e universais dessa experiência (a fertilidade, p. ex.), a sua especificidade encerrou-os na cultura e civilização gregas. Esta distinção parece, não obstante, ir contra as motivações que assistiram a produção de muitas destas obras e documentos. As pirâmides do planalto de Gizé foram construídas em materiais duradouros, com o sacrifício de muitas vidas e meios, justamente para projectar na eternidade a grandeza e divindade dos homens que nelas foram sepultados. Acontece que hoje só temos acesso às pirâmides como objectos, monumentos, e como símbolos de um pensamento, de uma

conjuntura política, de uma estrutura social, de um sistema de crenças religiosas extintos. Conhecemos apenas de forma mediada o pensamento que envolveu essa cultura, já não se praticam os seus cultos e rituais, e o que deles possa ter sobrevivido foi absorvido por outras culturas e pensamentos que, na evolução civilizacional, assumiu formas fundamentalmente distintas. Ou seja, aquela ideia de eternidade e seus emblemas foram específicos do povo e da civilização egípcias dentro de um período temporal determinável, ainda que problemáticamente. Já na Antígona de Sófocles, embora escrita com o objectivo concreto de ser encenada no teatro grego, numa data específica, em língua grega, com personagens do mundo helénico num período histórico-mítico bem determinado, a transversalidade do seu tema e problemas é tal que ultrapassou as suas circunstâncias conjunturais e religiosas: persiste e persistirá.

Reconhecer os critérios desta distinção exigiria aprofundada fundamentação; mas se tal distinção puder ser aceite para efeito de argumento, creio que pode ser útil à interpretação com que concluo este trabalho. Diria que a natureza intracivilizacional de uma produção, documento ou obra, assenta em aspectos que são específicos de um pensamento onde predomina a força dos elementos *conjunturais* que o moldam: elementos religiosos, culturais, sócio-políticos, funcionais e ecológicos que lhe foram próprios. A natureza transcivilizacional, por sua vez, releva de um pensamento onde predomina a força de elementos *universais*, i.e., que não se restringem ao núcleo dos elementos conjunturais que caracteriza uma qualquer época. Eles são transmissíveis por um assentimento comum de todos os povos, em qualquer tempo, e pela capacidade de compreensão da linguagem em que foram produzidos. No caso da cultura humana, até à data a única cultura racional conhecida, são disso exemplos as obras de arte e respectivas linguagens, bem como ciências e disciplinas cuja linguagem é correlato de um pensamento objectivo, como é o caso da matemática e da filosofia, universais pela sua matriz lógica²³⁰.

Proceder a esta distinção implica também que as civilizações posteriores possam ter acesso à inteligibilidade que levou à produção dessas obras e documentos. O domínio da linguagem é talvez o mais importante e não é necessário que nos restrinjamos a linguagens verbais e escritas; pense-se, p. ex., na linguagem arquitectónica, nas expressões pictóricas, na música. Não obstante, é sempre mais fácil proceder à distinção

²³⁰ No caso ideal mais geral estará a noção de transcendental para que esta dissertação abriu e que, alegadamente, abrirá para um núcleo expressivo transmissível e compreensível por qualquer espécie racional, humana ou não.

quando as linguagens em que as obras e documentos foram produzidas são objectivamente traduzíveis entre civilizações e culturas. Quando essa linguagem não é dominada pelas civilizações posteriores, o documento ou obra converte-se num enigma e a civilização posterior que a recebe tende a questioná-la pelo ângulo da função (*serviu para quê?*). Temos um acesso débil à inteligibilidade que conduziu à produção das pinturas nas grutas de Lascaux, de Altamira ou de Chauvet. Não compreendemos se se tratam de puras experiências pictóricas a inaugurar capacidades representativas, se seriam meramente decorativas, se teriam uma simbologia cultural, se possuíam conteúdo simbólico bem determinado. Arriscamos pensar que os nós de pêlo de alpaca a que os espanhóis chamaram *quipu* seriam o sistema inca de contagem e numeração, ainda que não saibamos bem como funcionava nem que outros usos teriam. Não podemos afirmar que Stonehenge tenha sido um cemitério, um sítio de observação astronómica, um local de culto, tudo isso ao mesmo tempo, ou nada disso.

Quando a linguagem é dominada, perde-se a sedução do enigma, mas torna-se mais simples aferir a *universalidade* das motivações que levaram à produção desses documentos ou obras e que se estabelece como um conteúdo transversal a culturas e civilizações, tempos e lugares. Assim, uma produção é ou não é transcivilizacional conforme as motivações que a assistiram são ou não são transversais. Os festivais de sacrifícios humanos anualmente realizados pelos Aztecas são intracivilizacionais porque dizem respeito a crenças e rituais religiosos que não são transversalmente partilhados pelas culturas. Já a *Pietà* de Miguel Ângelo ou o *Stabat Mater* de Vivaldi são transcivilizacionais porque se reportam à experiência comum causada pelo sofrimento de perder um filho amado. A *Antígona* é transcivilizacional porque o respeito pelos laços de sangue e o amor fraterno são mais sagrados do que os decretos legais e as divergências políticas.

§224. Se um dos aspectos que sustenta a natureza transcivilizacional de uma obra ou de um documento é a universalidade e traduzibilidade da sua linguagem, julgo que há pelo menos dois domínios especialmente favorecidos: o mundo físico e a matemática. O mundo físico é uma objectividade partilhada por todos, bem certo de modos distintos, mas é uma estabilidade concreta fundamental. Todos vivemos e partilhamos um mundo que se tem mantido fundamentalmente o mesmo. Por sua vez, a matemática é um campo de idealidades consistentes e objectivas. O conhecimento que

nela se gera exprime-se e transmite-se entre tempos e civilizações com uma tal solidez que quase permite classificá-la como *atemporal*. É no mundo físico e na matemática que homens e civilizações, em diferentes tempos, têm sido capazes de gravar as mais incisivas penetrações da sua inteligência. Na matemática, edificámos um sistema de conhecimento dificilmente abalável. No mundo físico, as construções e transformações que neles temos deixado são símbolos de uma inteligência engenhosa e laboriosa (ainda que, amiúde, radicalmente destrutiva). Nenhuma outra espécie nos iguala no impacto sobre o nosso mundo físico e o nosso ecossistema. A matemática e o mundo físico são os suportes privilegiados da nossa inteligência. Por isso, as palavras de Álvaro de Campos exprimem a ideia em toda a claridade: uma civilização só pode transmitir às subseqüentes a sua inteligência, pois a inteligência, pelo seu fundo lógico, tem um carácter objectivamente universal. Mas a inteligência requer veículos de transmissão.

Poderá uma civilização antiga ter desejado transmitir apenas a sua inteligência, grafando na superfície acobreada de um deserto algo que julgou compreender acerca da tecedura do mundo físico? Todas as civilizações conheceram a temporalidade, souberam que houve um *antes* que lhes legou a sua inteligência e da qual mitos, conhecimentos e obras seriam veículo, e que haveria também um *depois* ao qual lhes competia legar a sua inteligência. Por isso, é impossível não ver em todas as produções humanas a fixação de um conhecimento que encerra em si um projecto comunicativo. Essa tarefa de comunicação é, amiúde, a principal razão da produção de tais obras, razão muito mais premente do que qualquer objectivo funcional encerrado exclusivamente nos usos da época em que foram levadas a cabo.

Talvez só os esforços cognitivos se furtem imediatamente à tirania da função e se legitimem pelo seu simples exercício. Em última análise, e porque nós podemos compreendê-las (dominamos as línguas em que foram escritas) o *para quê* reveste um questionamento fraco para os empreendimentos levados a cabo na tentativa de produção de conhecimento: *para que é que Platão escreveu o Banquete?*, *para que é que Aristóteles escreveu uma sequência de livros que viriam a ser colectados sob o nome de Metafísica?*, *para que é que Apolónio de Perга dedicou pelo menos sete livros ao estudo das secções cônicas?* O esforço cognitivo alberga a sua própria função no acto do seu exercício, porque nele se engendra, se fixa e se procura racionalizar. Portanto, o registo de um esforço cognitivo autêntico não tem em última análise qualquer funcionalidade, porque essa funcionalidade, a existir, não é antecipável ou ritualizável.

O esforço cognitivo e sua transmissão são fins em si. A *Metafísica* de Aristóteles não tem qualquer função objectiva, ainda que se possa dizer que os seus livros foram escritos *para* esclarecer estes ou aqueles problemas que não cabiam no campo da *Física*. Porém, no limite, a produção de conhecimento aí alcançada não é funcional: é o registo de um engendramento que está sempre em processo e portanto sempre inacabado.

O carácter não-funcional de uma produção torna-se explícito quando sabemos interpretar as línguas em que esses conhecimentos foram registados. Porque, p. ex., até se conseguir interpretar um fragmento, não se sabe se o texto que contém consiste num conjunto de fórmulas destinadas a funções religiosas e ritualísticas ou se simplesmente visou registar certa técnica de cálculo de áreas ou de volumes. Assim, a ênfase na função surge sempre com especial força quando não estamos em condições de interpretar um legado que nos foi deixado. Pensamos que esse legado foi algo encerrado na temporalidade da civilização que o produziu quando, na verdade, pode estar é a querer projectar-se para as civilizações subsequentes.

Se a inteligência é o monograma da comunicabilidade, são os monogramas da inteligência que são maximamente comunicáveis. A ciência, pela sua matriz lógico-dedutiva, é um deles: *«se é possível comunicar, nós pensamos saber acerca do que serão as primeiras comunicações: elas serão acerca daquela coisa que as duas civilizações [terrestre e extraterrestre] garantidamente partilharão, e essa coisa é a ciência»* [Sagan et al., 1978, §2]. Estas palavras de Carl Sagan justificam um dos mais ambiciosos empreendimentos comunicativos humanos. Nas duas sondas *Voyager*,

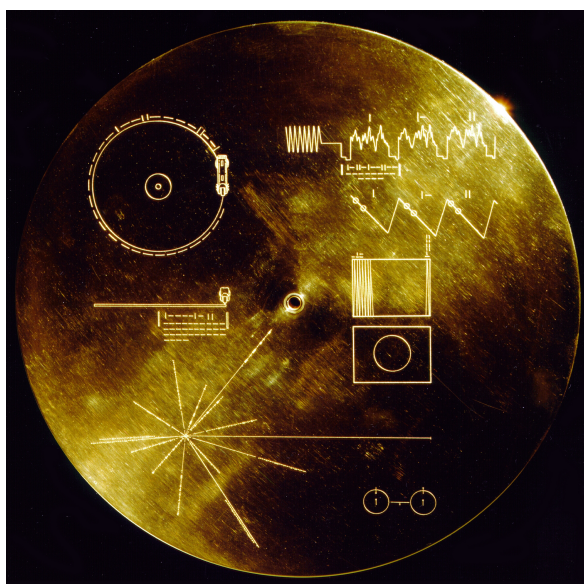


Fig. 18: uma das faces do disco de ouro enviado nas sondas *Voyager*.

lançadas em 1977, foram enviados dois discos de ouro contendo gravações de saudações em diferentes línguas, de música, de imagens e de sons terrestres, de conhecimentos em diversos ramos da ciência. Os discos nunca tiveram qualquer uso ou função no seio da comunidade humana que os criaram. Foram feitos propositadamente para oferecer a possíveis inteligências extraterrestres um documento registando a inteligência humana num dado momento histórico, sua

ciência e cultura, assim como um panorama do planeta Terra. Nenhum elemento funcional assistiu a criação desse disco. Ele não serviu propósitos ritualísticos, não teve uso nem esteve ligado a nenhuma actividade humana. É um simples registo, um documento, uma amostra de um saber que se quis enviar para o universo. Ainda que suponhamos que venha algum dia a ser encontrado por uma inteligência extraterrestre, dificilmente se pode conceber que possuam tecnologia capaz de decodificar as mensagens enviadas no disco. O disco de ouro aparecer-lhes-á como um enigma. Assim, enquanto não puder ser interpretado, pode conceber-se a questão que colocarão: que função terá tido o disco de ouro para a civilização que o produziu? Nós, que o criámos, conhecêmo-la: contactar, comunicar a nossa inteligência e saber, a beleza que admiramos, a própria vida. O disco é apenas comunicação e comunicabilidade. Nada significou para quem o concebeu senão a esperança de divulgar elementos que se crêem poder ter alcance universal.

É este gesto inédito? Ou terá tido percursos na história da civilização humana? Creio que sim.

§225. A intimidade entre a matemática e a Natureza tanto é fonte de maravilhamento e de saber, como de enigma. Heraclito tematizou a obstinação da Natureza em ocultar os nós da sua tecedura num aforismo que já citei, “*a Natureza gosta de esconder-se*” (<φύσις κρύπτεσται φιλει>, DK123). Sempre que os nós matemáticos dessa tecedura foram trazidos à luz, revelou-se uma inteligência dupla, de raiz comum: a inteligência do universo e a inteligência humana, aproximadas naquele quase-toque miraculoso de que a *Criação de Adão* de Miguel Ângelo é símbolo. Criou-se um plano de contacto que é a possibilidade de interpretação de uma linguagem comum. A afinidade entre o pensamento e a estrutura do universo estabelece um acordo de co-naturalidade. Sempre nos maravilhámos perante ele: da proporção entre a sombra de Pirâmide e a do gnómon, no mito da astuciosa hipótese de Tales, à elipticidade das órbitas planetárias e as leis que sobre elas Kepler fundou, à previsão físico-matemática da existência de um bóson, que o acelerador de partículas do CERN viria a confirmar. Ora, a incursão no enigma dessa intimidade que faço consiste numa pequena consideração acerca de um sítio arqueológico que muito tem exercitado a imaginação de quem ao seu estudo se dedica.

Desde a atenção sistemática que receberam a partir da sua “redescoberta” nos anos de 1930, as figuras desenhadas no planalto de Nazca (ou Nasca) no Perú, têm-se revelado um poderoso desafio hermenêutico. Aspectos como a sua localização (num dos mais áridos ecossistemas terrestres), a sua extensão (um planalto, *pampa*, com mais de 80 quilómetros de comprimento), a escala das figuras (muitas das quais só inteiramente visíveis a partir do céu), o detalhe na representação de algumas delas (o aparelho reprodutor da “aranha”, de dimensões microscópicas), a orientação das linhas (que se pensou estarem alinhadas com a posição de corpos celestes), a data da sua construção e os meios para empreendê-la (algures entre 400 e 650 d.C., através da meticulosa remoção dos seixos oxidados do deserto para revelar a areia clara por baixo deles), têm alimentado acesos debates sobre o significado destas gigantescas produções. As hipóteses interpretativas vão do cientificamente defensável ao altamente improvável: os géoglifos e biomorfos de Nazca teriam assinalado locais de culto, poderiam ter estado ligados a sistemas de irrigação, poderiam funcionar como um observatório astronómico, ou seriam “oferendas” às divindades em troca de chuva; noutras interpretações, funcionariam como aeroportos ou locais de aterragem para aeronaves ou como sinalizadores para civilizações extra-terrestres²³¹.

Em bom rigor, é difícil subtrair-nos à ideia de que as figuras teriam servido uma função na época em que foram construídas: há fortes indícios de que poderiam estar relacionadas com a assinalação de sistemas de irrigação subterrâneos [id., 185-189], ou com rituais que envolviam procissões seguindo o percurso das linhas ininterruptas que formam as figuras, nomeadamente pela descoberta de fragmentos da exuberante cerâmica Nazca *in situ* [id., 176, 180]. Porém, numa aproximação livre, o meu interesse no planalto de Nazca limita-se a dele poder extrair uma compreensão que creio ser latente numa observação atenta e não-judicativa das figuras aí inscritas, procurando apenas ler nelas os indícios de um pensamento sobre a natureza, legado por uma civilização *sem escrita*.

O planalto exhibe um impressionante número de géoglifos, quase mil. Cerca de setenta são biomorfos, i.e., representações de organismos (plantas e animais), e cerca de novecentos são geoglíficos, i.e., representações de entidades geométricas (segmentos de recta, triângulos, círculos, espirais e trapézios). O planalto parece funcionar como uma

²³¹ Helaine Silverman e Donald Proulx fazem uma completa sinopse dessas interpretações e respectivos proponentes em [Silverman, Proulx, 2002, 163-192].

imensa folha branca, e as condições climáticas – a aridez causada por precipitação e vento quase inexistentes – permitiram a perpetuação das inscrições nele feitas.

Os biomorfos configuram uma rica galeria de representações animais e vegetais. Entre as mais notáveis estão as representações de aranhas, macacos, colibris, lagartos, crocodilos, orcas, papagaios, condores, cães, figuras antropomórficas (entre elas o célebre *astrónomo*, ou *homem-coruja*), árvores, flores e algas marinhas²³²; outras figuras, embora se assemelhem a biomorfos (p. ex., conchas), sugerem símbolos. As figuras têm em comum uma estilização que assenta na redução da sua silhueta a segmentos de recta e a curvas altamente regulares. De



Fig. 19: Colibri. Planalto de Nazca, Perú.



Fig. 20: Macaco. Planalto de Nazca, Perú.

resto, essa estilização concorda com os motivos artísticos e o tratamento de figuras encontrados noutros vestígios deixados pela civilização Nazca, nomeadamente na cerâmica policromática descoberta na cidade cultural de Cahuachi [Silverman, 1993, 227 e ss.].

Todavia, o aspecto que se destaca e torna estas figuras particularmente interessantes é o estarem inscritas numa teia de elementos geométricos: há pontos focais no deserto de onde nascem diversos segmentos de recta, os quais se intersectam com outros segmentos de recta, produzindo triângulos e trapézios (um dos trapézios é interrompido por uma curiosa sequência de linhas paralelas). Estes géoglifos intersectam os biomorfos, e a sua visão aérea dá a sensação de se estar perante uma grelha onde vários animais, plantas e, porventura símbolos, foram inscritos. Melhor, parece que geoglifos e biomorfos emergem da teia geométrica que lhes subjaz. O cruzamento entre os

²³² Em 2014, tempestades de areia revelaram a existência de outras cuja autenticidade está ainda por apurar, nomeadamente, a representação de um pássaro, de um camélídeo e de uma gigantesca serpente.

elementos orgânicos e os inorgânicos parece querer sublinhar a ideia de uma comunidade, a pertença a um sistema comum; simultaneamente, aponta para a existência de um plano subjacente à variedade dos elementos figurais aí inscritos, um plano que os transcende.

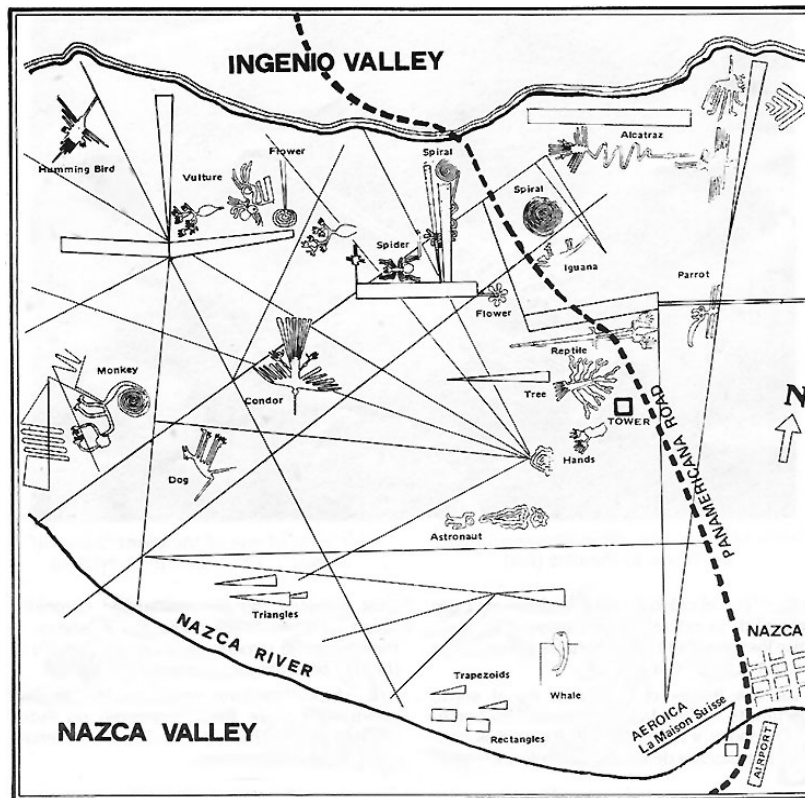


Fig. 21: Esquema do vale de Nazca e alguns dos bioglifos e geoglifos nele gravados.

É por aí que a organização dos elementos no planalto me dá que pensar. Por um lado, é interessante que a representação de um ser vivo, o Macaco, exiba uma cauda enrolada em espiral, porque a espiral é um tema que se encontra noutros pontos do planalto, representada aí na sua figura pura, i.e., apenas como motivo geométrico. É também interessante que nas

proximidades de quase todos os biomorfos haja géoglifos geométricos (em particular triângulos, rectângulos e trapézios).

Não terão os Nazca produzido ao longo de séculos o gigantesco complexo de figuras que domina as areias do deserto como simples testemunho da sua inteligência? E não terá esse testemunho a forma documental de uma mensagem: a compreensão de que matemática e natureza formam sistema e acesso mútuo? Que o poder desta descoberta teve em todas as civilizações que a alcançaram um impacto transformador fica bem patente na perenidade dos documentos que dela fazem testemunho: a doutrina pitagórica e o *Timeu* de Platão são dois dos seus mais famosos representantes. Nela está também a génese da penetração do conhecimento científico da Natureza. Mas tudo começa com essa simples, perturbante, revolucionária iluminação: a inteligência humana alcança ou produz idealidades que se revelam ser matrizes gerativas na Natureza.

Várias dificuldades minam este devaneio interpretativo. Por um lado, já o disse, a civilização Nazca não tinha escrita, ou se teve não nos é ainda conhecida; por outro, não sobreviveram documentos escritos que ajudem a iluminar o propósito das figuras (supondo, como a maioria dos seus estudiosos o fazem, que tiveram *uma função* intracivilizacional), nem mesmo a sua concepção e produção. Porém, mesmo sem escrita, sabemos que possuíam grande domínio em várias artes, a tecelagem e a cerâmica em particular, e que eram provavelmente conhecedores de astronomia. Por outro lado, embora haja elementos matemáticos e elementos físicos no deserto, a verdade é que do seu cruzamento não resulta nenhuma demonstração matemática, nenhuma associação rigorosa, nenhuma constante, nenhum teorema. Há desenhos no planalto, mas não há matemática, nem física, nem biologia num verdadeiro sentido científico. Suspeitou-se que pudesse haver astronomia, mas mesmo essa hipótese tem sido sucessivamente invalidada. Contudo, poderão ser rabiscos que aos poucos se transformam em figuras, da ordem daqueles que distraidamente garatujamos enquanto falamos ao telefone? Dificilmente. Quem se daria a semelhante dispêndio de meios e recursos se não tivesse uma afirmação poderosa a fazer?

Poder-se-á então especular que nesse planalto acobreado não haja senão uma variação antecipatória do disco de ouro? Ou seja, poderá o povo Nazca ter-se empenhado em edificar um testemunho daquilo que poderá ter sido a sua mais poderosa constatação, a de que a Natureza é a expressão viva da matemática pura, duas expressões distintas de uma mesma linguagem a que só a inteligência humana, nas suas mais poderosas investidas, tem acesso? Serão então as figuras de Nazca o documento grafado, de um povo sem escrita, de uma hipótese fascinante, da qual, no continente europeu, foram os pitagóricos os predecessores? É que elas parecem materializar as célebres palavras de Galileu em *Sidereus Nuncius*: «*a filosofia natural é escrita nesse grande livro que eternamente jaz aberto diante dos nossos olhos — o universo. Mas não podemos compreendê-lo antes de aprendermos a sua linguagem e antes de aprendermos a compreender os símbolos nos quais é escrito. O livro é escrito na linguagem matemática, e os símbolos são triângulos, círculos, e outras figuras geométricas, sem a ajuda das quais é impossível compreender uma só palavra, e sem as quais vagueamos em vão num negro labirinto*» (Galileu Galilei *apud* [Hansen, 1993, xi]).

Terão os Nazca tido consciência de que essa intimidade descoberta radicava numa linguagem universal, comum a todos os povos, a todos os tempos, provavelmente

comum até a inteligências não-terrestres? O que arrisco ler em Nazca encaminha-me para aí. Na vastidão do deserto peruano, uma civilização desvelou os princípios do acesso ao conhecimento da Natureza pelo produto da inteligência humana, materializada na matemática, na geometria em particular. E nessa linha de raciocínio, o deserto de Nazca não seria senão o maior tratado metafísico inscrito na superfície terrestre, redescoberto tarde demais, quando a relação entre a matemática e Natureza já era suficientemente conhecida para que não ajoelhássemos diante da sua inaugural constatação. A ser essa a tese de Nazca, ela parece hoje tão banal que não conseguimos reconhecer a sua grandeza, o seu carácter de revolucionária epifania, a radical transformação que poderia trazer ao fluxo do pensamento de uma civilização. Os Nazca desapareceram, misteriosamente, e um mistério nos legaram nas suas figuras, quem sabe porque o que nelas quiseram comunicar se tornou entretanto demasiado evidente.

§226. Tal como nós, talvez os Nazca tivessem visto as videiras ou outras trepadeiras expandirem-se sobre as estacas que as sustentavam, projectando os seus ramos em formas helicóides. Talvez tenham visto nos botões das flores das hoyas pequenos pentágonos. E se a espiral logaritmica não é uma figura que imediatamente associemos à cauda dos macacos, como parecem sugerir no seu planalto, sabemos que é ela que rege a formação e a estrutura da concha de muitos artrópodes, assim como também a encontramos na deslumbrante flor do bróculo romanesco. Talvez os Nazca tenham observado isso. Talvez se tenham surpreendido com a regularidade hexagonal das colunas adjacentes que formam o padrão e a estrutura das colmeias das abelhas. Talvez então, como hoje, eles tenham reconhecido em todas estas formas uma matemática precisa, familiar. Elas exibem o aspecto mais visível dos comportamentos geométricos da natureza na sua expressividade, na sua linguagem criativa.

Como sabem a videira, a hoyá, o caracol, o bróculo, a abelha produzir estas formas, formas que associamos aos mais elevados pináculos da inteligência? A resposta de Hansen põe-nos no encalço da inteligência prática da Natureza: *«tudo o que podemos dizer é: está nos genes»* [Hansen, 1993, 8]. A inscrição desta sabedoria no próprio código genético de seres que não têm conhecimento lógico-formal de geometria deve-se talvez, na maior parte dos casos, à mais trivial das respostas: estas formas parecem quase sempre oferecer a melhor resposta adaptativa a problemas físicos concretos. A espiral helicóide é o caminho mais curto entre dois pontos inscritos na superfície de um

cilindro; como a videira costuma ter de apoiar-se sobre formas cilíndricas enquanto simultaneamente expande os seus ramos, é natural que aquela forma seja a melhor solução para o problema que se lhe põe. Da mesma maneira, a forma hexagonal é a que melhor responde ao problema da construção de uma superfície segmentada, com o máximo aproveitamento do espaço; portanto, ela parece ser a estrutura mais conveniente à abelha na optimização da colmeia. Tais formas aparecem na natureza quando exprimem a melhor resolução para problemas concretos. Motivo análogo levou a espécie humana a primeiramente dedicar-se ao estudo da matemática: ela oferecia as melhores e mais exactas soluções para problemas concretos. E se é verdade que há um conjunto de pessoas — os matemáticos — que se dedicam ao estudo da matemática por si e em si, a verdade é que toda a matemática feita ou descoberta almeja ou aguarda a sua aplicação real, o seu acolhimento, surpreendente e então evidente, no reino natural. Ela não procura aí justificação ontológica, mas assiste o espanto e a inteligência, porque a Natureza parece sempre revelar que em alguma sua parte há um domínio onde até a mais extravagante matemática cabe. E só alcançamos esse espanto, porque a inteligência humana parece aos poucos decifrar uma língua natural; melhor ainda, parece encontrar os vestígios de uma “língua pura”.

BIBLIOGRAFIA

Fontes bibliográficas primárias

A

- Ackrill, J. L., *Essays on Plato and Aristotle*, Oxford University Press, Oxford, 1997; [Ackrill, 1997];— Alexandroff, P., *Elementary concepts of topology*, Dover, Nova Iorque, 1961, trad. A. E. Parley; [Alexandroff, 1961];
- Algra, K., *Concepts of space in greek thought*, E. J. Brill, Leiden, 1995; [Algra, 1995];— Arens, P. E., *Kant and the understanding's role in imaginative synthesis*, in *Kant Yearbook (Metaphysics)*, 02/2010 (ed. D. H. Heidemann), De Gruyter, 2010, pp. 33-52; [Arens, 2010];
- Aristóteles, *Da Alma (De Anima)*, Edições 70, Lisboa, 2001, trad. C. H. Gomes; [Aristóteles, 2001];— —, *Metaphysics*, Penguin Books, Londres, 1998, trad. H. Lawson-Tancred; [Aristóteles, 1998];— —, *The complete works of Aristotle*, vol. 1 (ed. J. Barnes), Princeton University Press, Nova Jérĩa, 1994, trad. B. Jowett; [Aristóteles, 1994b];
- —, *The complete works of Aristotle*, vol. 2 (ed. J. Barnes), Princeton University Press, Nova Jérĩa, 1994, trad. B. Jowett; [Aristóteles, 1994c];
- Aspray, W., Kitcher, P. (eds.), *History and Philosophy of Modern Mathematics*, University of Minnesota Press, Minneapolis, 1988; [Aspray et. al., 1988];
- Attneave, F., *Some informational aspects of object perception*, *Psychological Review*, vol. 61, nr. 3, 1954, pp. 183-193; [Attneave, 1954];

B

- Bachelard, S., *A Study of Husserl's Formal and Transcendental Logic*, Northwestern University Press, Evanston, 1968, trad. L. Embree; [S. Bachelard, 1968];
- Bergevin, R., *Primal access recognition of visual objects*, McGill University, Montreal, 1989, (tese); [Bergevin, 1989];
- Biederman[†], I., *Aspects and extensions of a theory of human image understanding*, *Computational processes in human vision: an interdisciplinary perspective* (ed. Z. Pylyshyn), Norwood, N. J., 1988a, pp. 370-428; [Biederman, 1988a];
- —, Cooper, E. E., Hummel, J. E., Fiser, J., *Geon theory as an account of shape recognition in mind, brain and machine*, *Proceedings of the 4th British Machine Vision Conference*, Guildford, Inglaterra, vol. 1, Setembro 1993a, pp. 175-186; [Biederman et al., 1993a];

[†] Por simplicidade de citação, Irving Biederman é aqui indicado como primeiro autor nos artigos em que toma parte mas onde não é o primeiro autor. Nesses casos, assinalo o primeiro autor com o caracter ‡.

- —, *Matching image edges to object memory*, Proceedings of the IEEE first international conference on computer vision, Londres, Inglaterra, Junho de 1987a, pp. 384-392; [Biederman, 1987a];
- —, Hayworth‡, K. J., *Neural evidence for intermediate representations in object recognition*, Vision Research, 46, 2006, pp. 4024-4031; [Biederman et al., 2006];
- —, Hilton, H. J., Hummel, J. E., *Pattern goodness and pattern recognition*, in *The Perception of structure* (Pomerantz, J. R., Lockhead, G. R., eds.), cap. 5, 1991a, pp. 73-95; 87-89; [Biederman et al., 1991a];
- —, Cooper, E. E., *Priming contour-deleted images: evidence for intermediate representations in visual object recognition*, Journal of Cognitive Psychology, vol. 23, nr. 3, Julho de 1991b, pp. 393-419; [Biederman et al., 1991b];
- —, Bar‡, M., *Subliminal visual priming*, Psychological Science, vol. 9, nr. 6, 1998a, pp. 464-469; [Biederman et al., 1998a];
- —, Ju, G., *Surface versus edge-based determinants of visual recognition*, Cognitive Psychology, nr. 20, 1988b, pp. 38-64; [Biederman et al., 1988b];
- —, *Visual object recognition*, An invitation to cognitive science (Kosslyn, S. F., Osherson, D. N, eds.), MIT press, 1995, cap. 4, pp. 121-165; [Biederman, 1995];
- Boi, L. (ed.), *Geometries of Nature, Living Systems and Human Cognition*, World Scientific, 2005; [Boi et al., 2005];— —, Flament, D., Salanskis, J.-M. (eds.), *1830-1930: A Century of Geometry. Epistemology, History and Mathematics*, Springer-Verlag, Berlim, 1992; [Boi et al., 1992];
- —, Kerszberg, P., Patras, F., *Rediscovering Phenomenology. Phenomenological Essays on Mathematical Beings, Physical Reality, Perception and Consciousness*, Springer, 2007; [Boi et al., 2007];
- Bokulich, A., Bokulich, P. (eds.), *Scientific Structuralism*, Springer, Dordrecht, 2011; [Bokulich et al., 2011];
- Booth, R. G., *Perception of the visual environment*, Springer-Verlag, Nova Iorque, 2002; [Booth, 2002];
- Bowlit, J. E. (ed.), *Russian art of the avant-garde. Theory and criticism 1902-1934*, The Viking Press, Nova Iorque, 1976, trad. J. E. Bowlit; [Bowlit, 1976];
- Bonner, J. T., *Morphogenesis. An essay on development*, Atheneum, Nova Iorque, 1963; [Bonner, 1963];
- Brewer, B., *Perception and Reason*, Clarendon Press, Oxford, 2003; [Brewer, 2003];
- Brown, J. R., *Philosophy of Mathematics: a Contemporary Introduction to the World of Proofs and Figures*, Routledge, Nova Iorque, 1999; [Brown, 1999];
- Brunschvicg, L., *Les Étapes de la Philosophie Mathématique*, Librairie Felix Alcan, Paris, 1912; [Brunschvicg, 1912];

- Burnett, J., *Greek Philosophy. Part I: Thales to Plato*, Macmillan and Co., Londres, 1924; [Burnett, 1924];
- Butts, R. E., *Rules, examples and constructions: Kant's theory of mathematics*, Synthese, 47, 1981, pp. 257-288; [Butts, 1981];

C

- Cairns, D., *The Philosophy of Edmund Husserl*, Springer. Dordrecht, 2013; [Cairns, 2013];
- Callebaut, W., Pinxten, R. (eds.), *Evolutionary Epistemology. A multiparadigm program*, Reidel-Kluwer, Dordrecht, 1987; [Callebaut, Pinxten, 1987];
- Carr, D., *Interpreting Husserl. Critical and comparative studies*, Martinus Nijhoff, Haia, 1987; [Carr, 1987];
- Carsetti, A. (ed.), *Seeing, Thinking and Knowing. Meaning and Self-Organisation in Visual Cognition and Thought*, Kluwer, Dordrecht, 2004; [Carsetti, 2004];
- Carson, E., *Kant on Intuition in Geometry*, in «Canadian Journal of Philosophy», n.º 27, 1997, pp. 489-512; [Carson, 1997];
- Carter, N., *Visual Group Theory*, MAA, Washington, 2009; [Carter, 2009];
- Casanova, C., Ptito, M. (eds.), *Vision: from neurons to cognition*, Progress in Brain Research, 134, Elsevier Science, 2001; [Casanova et al., 2001];
- Casey, E. S., *The Fate of Place. A Philosophical History*, University of California Press, Berkeley, 1998; [Casey, 1998];
- Cerrai, P., Freguglia, P., Pellegrini, C., *The Application of Mathematics to the Sciences of Nature. Critical moments and aspects*, Springer, Nova Iorque, 2002; [Cerrai et al., 2002];
- Christoff, Kalina, Keramatian, Kamyar, *Abstraction of mental representations: theoretical considerations and neuroscientific evidence*, in *Perspectives on rule-guided behavior*, Ed. Bunge, S. A. e Wallis, J. D., Oxford University Press, 2007, pp. 107-126; [Christoff et al., 2007];
- Churchland, P. M., *Neurophilosophy at work*, Cambridge University Press, Cambridge, 2007; [Churchland, P. M., 2007];
- —, *Plato's camera: how the physical brain captures a landscape of abstract universals*, The MIT Press, Cambridge, 2012; [Churchland, P. M., 2012];
- —, *The engine of reason, the seat of the soul. A philosophical journey into the brain*, The MIT press, Cambridge, 1996; [Churchland, P. M., 1996];
- Churchland, P. S., *Brain-wise. Studies in neurophilosophy*, The MIT Press, Cambridge, 2002; [Churchland, P. S., 2002];
- Colyvan, M., *An introduction to the philosophy of mathematics*, Universidade de Sidney, Sidney, 2011; [Colyvan, 2011];

— Corrada, M., *On Some Vistas Disclosed by Mathematics to the Russian Avant-Garde: Geometry, El Lissitzky and Gabo*, in *Leonardo*, vol. 25, no. 3/4, pp. 377-384, 1992; [Corrada, 1992];

D

— Damerow, P., *Abstraction and representation. Essays on the cultural evolution of thinking*, Springer, Dordrecht, 1996, trad. R. Hanauer; [Damerow, 1996];

— Dehaene, S., *The number sense. How the mind creates mathematics*, Oxford University Press, Oxford, 1997; [Dehaene, 1997];

— __, Izard, V., Pica, P., Spelke, E., *Core Knowledge of Geometry in an Amazonian Indigene Group*, *Science* vol. 311, Janeiro 2006, 381-384; [Dehaene et al., 2006];

— __, Spelke, E., Pinel, P., Stanescu, R., Tsivkin, S., *Sources of Mathematical Thinking: Behavioral and Brain-Imaging Evidence*, *Science* vol. 284, Maio 1999, 970-974; [Dehaene et al., 1999];

— Derrida, J., *Edmund Husserl's Origin of Geometry: an introduction*, University of Nebraska Press, 1989, trad. J. P. Leavey Jr.; [Derrida, 1989];

— Descartes, René, *Oeuvres de Descartes III, VI, X*, (ed. C. Adam e P. Tannery), Léopold Cere, Paris, 1899, 1902, 1908; [Descartes, 1899/1902/1908];

— __, *Regras para a direcção do espírito*, Edições 70, Lisboa, 1989, trad. A. Morão; [Descartes, 1989];

F

— Flegg, H. G., *From geometry to topology*, Dover, Nova Iorque, 1974; [Flegg, 1974];

— Fomenko, A., *Visual geometry and topology*, Springer-Verlag, Berlim, 1994; [Fomenko, 1994];

— Forsyth, D., Malik, J., Fleck, M., Ponce, J., *Primitives, perceptual organization and object recognition*, Vision Research, Fevereiro 1997 (www-cvr.ai.uiuc.edu), 43 pp.; [Forsyth et al., 1997];— Freeman, W. J., *How brains make up their minds*, Columbia University Press, Nova Iorque, 2000; [Freeman, 2000];

— Freksa, C., Newcombe, N. S., Gärdenfors, P., Wölfl, S. (eds.), *Spatial cognition VI: Learning, reasoning and talking about space*, Springer-Verlag, Berlim, 2008; [Freka et al., 2008];

— Freyd, J. J., *Representing the dynamics of a static form*, *Memory and Cognition*, 11, 4, 1983, 342-346; [Freyd, 1983];

— Friedman, M., *Kant and the exact sciences*, Harvard University Press, Cambridge, 1998; [Friedman, 1998];

— __, *Kant on Geometry and Spatial Intuition*, *Synthese*, 186 (1), 2012, 231-255;

(url:<http://www.tau.ac.il/~corry/teaching/philosophy/download/Friedmann%20-%20KantSpaceGeometry.pdf>); [Friedman, 2012];

— _, *Kant's Theory of Geometry*, in «Philosophical Review», n.º 82, 1985, pp. 3-34; [Friedman, 1985];

— Friend, M., *Introducing philosophy of mathematics*, Acumen, Stocksfield, 2007; [Friend, 2007];— Frutiger, T. K., *A comprehensive survey of the development of group theory from its inception until 1900*, The Pennsylvania State University, (tese) 1966; [Frutiger, 1966];

— Fujita, T.; Jones, K., *The Bridge Between Practical and Deductive Geometry: Developing the "Geometrical Eye"*, Centre for Research in Mathematics Education, University of Southampton, 2002, pp. 384-391; [Fujita, Jones, 2002];

G

— Gärdénfors, P., *Conceptual spaces as a framework for knowledge representation*, Mind and Matter, vol. 2, 2004, pp. 9-27; [Gärdénfors, 2004];

— _, *Conceptual Spaces: the geometry of thought*, MIT press, 2000; [CS];

— _, *How homo became sapiens: on the evolution of thinking*, Oxford University Press, Oxford, 2006; [Gärdénfors, 2006];

— _, *Mental representations, conceptual spaces and metaphors*, in Synthese, 106(1), Dezembro 1995, 21-47; [Gärdénfors, 1995];

— _, *The dynamics of thought*, Springer, Dordrecht, 2005; [Gärdénfors, 2005];

— _, Zenker, F. (eds.), *Applications of conceptual spaces. The case for geometric knowledge representation*, Springer, Cham, 2015; [Gärdénfors et al., 2015];

— Gardiner, C. F., *A first course in group theory*, Springer-Verlag, Nova Iorque, 1980; [Gardiner, 1980];

— Garnett Jr., C. B., *The kantian philosophy of space*, Columbia University Press, Nova Iorque, 1939; [Garnett Jr., 1939];

— Gray, C., *The Russian Experiment in Art: 1863-1922*, Thames & Hudson, Londres, 1986; [Gray, 1986];

— Grosholtz, E., Breger, H. (eds.), *The growth of mathematical knowledge*, Springer, Dordrecht, 2000; [Grosholtz et al., 2000];

— Guyer, P., (ed.), *The Cambridge Companion to Kant*, Cambridge University Press, Boston, 1992; [Guyer, 1992];

— _, (ed.), *The Cambridge Companion to Kant's Critique of Pure Reason*, Cambridge University Press, Boston, 2010; [Guyer, 2010];

H

- Hanna, R., *Kant, Science and Human Nature*, Clarendon Press, Oxford, 2006; [Hanna, 2006];
- Hansen, V. L., *Geometry in Nature*, A. K. Peters, Wellesley, 1993, trad. T. Artin; [Hansen, 1993];— Hatfield, G., *The natural and the normative. Theories of spatial perception from Kant to Helmholtz*, The MIT Press, Cambridge, 1990; [Hatfield, 1990];
- Heidegger, M., *Plato's Sophist*, Indiana University Press, 2003, trad. Richard Rojcewicz e André Schuwer; [Heidegger, 2003];
- Heis, J., *The fact of modern mathematics: geometry, logic and concept formation in Kant and Cassirer*, University of Pittsburg, 2007, tese; [Heis, 2007];
- Hersh, R. (ed.), *18 Unconventional Essays on the Nature of Mathematics*, Springer, Nova Iorque, 2006; [Hersh, 2006];
- Hicks, D., *Kant, Geometry of Intuition, and Intuition of Geometry*, 2003, ([url: http://www.nd.edu/~dhicks1/writing/kant.pdf](http://www.nd.edu/~dhicks1/writing/kant.pdf)); [Hicks, 2003];
- Hill, C. O., Haddock, G. E. R., *Husserl or Frege? Meaning, objectivity and mathematics*, Open Court, 2000; [Hill, Haddock, 2000];
- Hintikka, J., *Analyses of Aristotle*, Kluwer, Dordrecht, 2004; [Hintikka, 2004];
- —, *Inquiry as inquiry: a logic of scientific discovery*, Springer, Dordrecht, 1999; [Hintikka, 1999];— —, *The principles of mathematics revisited*, Cambridge University Press, Cambridge, 1996; [Hintikka, 1996];
- — (ed.), *The philosophy of mathematics*, Oxford University Press, Oxford, 1969; [Hintikka et al., 1969];
- — (ed.), *The logic of epistemology and the epistemology of logic. Selected essays*, Kluwer, Dordrecht, 1989; [Hintikka, Hintikka, 1989];
- Horstmann, R., *Space as Intuition and Geometry*, in «Ratio», n.º 18, 1976, pp. 17-30; [Horstmann, 1976];
- Hubel, D., *Eye, brain and vision*, in <http://hubel.med.harvard.edu/book/bcontex.htm>, 1995; [Hubel, 1995];
- Huneman, P. (ed.), *Understanding purpose: Kant and the philosophy of biology*, University of Rochester Press, Nova Iorque, 2007; [Huneman et al., 2007];
- Husserl, E., *A ideia da fenomenologia*, Edições 70, Lisboa, 1989a, trad. Artur Morão; [AIF];
- —, *Experience and Judgment. Investigations in a genealogy of logic*, Northwestern University Press, Evanston, 1973, trad. J. S. Churchill e K. Ameriks; [EJ];
- confrontada com *Erfahrung und Urteil: Untersuchungen zur Genealogie der Logik* (ed. L. Landgrebe), Academia, Praga, 1939; [ACA 1939];
- —, *Formal and Transcendental Logic*, Martinus Nijhoff, Haia, 1969, trad. D. Cairns; [LFT];
- confrontada com *Husserliana XVII: Formale und Transzendente Logik* (ed. P. Janssen), Martinus-Nijhoff, Haia, 1974; [HUA XVII];

— *_, Ideas pertaining to a pure phenomenology and to a philosophical phenomenology, First Book: general introduction to a pure phenomenology*, Martinus Nijhoff publishers, Kluwer, Dordrecht, 1983, trad. F. Kersten; [Ideias I];

confrontada com *Husserliana III/1: Ideen zu einer reinen Phänomenologie und phänomenologischen Philosophie, erstes Buch* (ed. K. Schuhmann), Martinus-Nijhoff, Haia, 1976; [HUA III/I];

— *_, Ideas pertaining to a pure phenomenology and to a philosophical phenomenology, Second Book: studies in the phenomenology of constitution*, Kluwer, Dordrecht, 1989b, trad. R. Rojcewicz e A. Schuwer; [Ideias II];

confrontada com *Husserliana IV: Ideen zu einer reinen Phänomenologie und phänomenologischen Philosophie, zweites Buch* (ed. M. Biemel), Springer, Dordrecht, 1991; [HUA IV];

— *_, Introduction to the Logical Investigations. A draft of a preface to the Logical Investigations*, Martinus Nijhoff, Haia, 1975, ed. E. Fink, trad. P. J. Bossert e C. H. Peters; [Husserl, 1975];

— *_, Logical investigations, vol. I* (ed. Dermot Moran), Routledge, Nova Iorque, 2001a, trad. J. N. Findlay; [IL I];

confrontada com *Husserliana, Bande XVIII: Logische Untersuchungen, erster Band: Prolegomena zur reinen Logik* (ed. E. Holenstein), Martinus-Nijhoff, Haia, [1975];

— *_, Logical investigations, vol. II* (ed. Dermot Moran), Routledge, Nova Iorque, 2001, trad. J. N. Findlay; [IL II];

confrontada com *Husserliana, Bande XIX/I: Logische Untersuchungen, zweiter Band: Untersuchungen zur Phänomenologie und Theorie der Erkenntnis* (ed. U. Panzer), Springer, Nova Iorque, 1984; [HUA XIX/I];

— *_, L'Origine de la Géométrie. Introduction et traduction par Jacques Derrida*, PUF, Paris, 1962; [Husserl, 1962];

— *_, Meditações Cartesianas. Introdução à fenomenologia*, Rés, Porto, 1986, trad. Maria Gorete Lopes e Sousa; [MC];

confrontada com *Husserliana, Bande I: Cartesianische Meditationen und Pariser Vorträge* (ed. S. Strasser), Martinus-Nijhoff, Haia, 1973; [HUA I];

— *_, Philosophy of arithmetic: psychological and logical investigations with supplementary texts from 1887-1901*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2003, trad. Dallas Willard; [FA];

confrontada com *Husserliana, Bande XII: Philosophie der Arithmetik (mit ergänzenden Texten (1890-1901))* (ed. L. Eley), Martinus-Nijhoff, Haia, 1970; [HUA XII];

— *_, The Crisis of European Sciences and Transcendental Phenomenology*, Northwestern University Press, 1970, trad. David Carr; [Husserl, 1970];

— —, *The Origin of Geometry*, in *The Crisis of European Sciences and Transcendental Phenomenology*, Northwestern University Press, 1970, trad. David Carr; [OG];

confrontada com *Husserliana, Bande VI: Die Krisis der europäischen Wissenschaften und die transzendente Phänomenologie*, (ed. W. Biemel), Martinus-Nijhoff, Haia, 1976; [HUA VI];

I

— Ivins Jr., W. M., *Art & Geometry: a study in space intuitions*, Dover, Nova Iorque, 1946; [Ivins Jr., 1946];

— Izard., V; Pica, P.; Spelke, E. S.; Dehaene, S., *Flexible intuitions of Euclidean geometry in a Amazonian indigene group*, PNAS, 2011; [Dehaene et al., 2011b];

J

— Jacob, M., Andersson, S., *The Nature of Mathematics and the Mathematics of Nature*, Elsevier, Amesterdão, 1998; [Jacob, Andersson, 1998];

— Jagnow, R., *Geometry and spatial intuition: a genetic approach*, Universidade de Montreal, 2002, tese; [Jagnow, 2002];

— Johnson, M. H., Munakata, Y., Gilmore, R. O., *Brain development and cognition. A reader*, Blackwell, Oxford, 2002; [Johnson et al., 2002];

— Jolley, N., *Leibniz*, Routledge, Londres, 2005; [Jolley, 2005];

— Jolley, N. (ed.), *The Oxford Companion to Leibniz*, Oxford University Press, Oxford, 1998; [Jolley et al., 1998];

— Jørgensen, K. F., *Kant's schematism and the foundations of mathematics* (tese), Roskilde, Dinamarca, 2005; [Jørgensen, 2005];

K

— Kant, I., *Crítica da Faculdade do Juízo*, INCM, Lisboa, 1998, trad. V. Rohden e A. Marques; [CFJ];

confrontada com *Akademieausgabe, Bande V: Kritik der praktischen Vernunft, Kritik der Urteilkraft*, Königlich Preussische Akademie der Wissenschaften, Berlim, 1913; [AA, V];

— —, *Crítica da Razão Pura*, Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa, 2001, trad. M. Pinto dos Santos e A. Fradique Morujão; [CRP];

confrontada com *Akademieausgabe, Bande III, IV: Kritik der reinen Vernunft*, Königlich Preussische Akademie der Wissenschaften, Berlim, 1904, 1911; [AA, III/IV];

— —, *Dissertação de 1770 seguida da Carta a Marcus Herz*, INCM, Lisboa, 2004a, trad. L. Ribeiro dos Santos e A. Marques; [D1770];

confrontada com *Akademieausgabe, Bande II: Vorkritische Schriften II, 1757-1777*, Königlich Preussische Akademie der Wissenschaften, Berlim, 1905, 1912; [AA, II];

— —, *Metaphysical foundations of natural science*, Cambridge University Press, Cambridge, 2004b, edição e tradução de M. Friedman; [Kant, 2004b];

confrontada com *Akademieausgabe, Bande IV: Metaphysische Anfangsgründe der Naturwissenschaft*, Königlich Preussische Akademie der Wissenschaften, Berlim, [1911]; [AA, IV];

— —, *Notes and Fragments* (ed. P. Guyer), Cambridge University Press, Boston, 2005, trad. C. Bowman, P. Guyer, F. Rauscher; [Kant, 2005];

— —, *Prolegómenos a toda a metafísica futura*, Edições 70, Lisboa, 1988, trad. A. Morão; [PMF];

confrontada com *Akademieausgabe, Bande IV: Prolegomena zu einer jeden künftigen Metaphysik, die als Wissenschaft wird auftreten können*, Königlich Preussische Akademie der Wissenschaften, Berlim, 1911; [AA, IV];

— —, *Textos Pré-Críticos*, Rés, Porto, 1983, trad. José Andrade e Alberto Reis; [Kant, 1983];

confrontada com *Akademieausgabe, Bande I, II: Vorkritische Schriften, 1747-1777*, Königlich Preussische Akademie der Wissenschaften, Berlim, 1910, 1912; [AA, I/II];

— Kavanagh, L. J., *The architectonic of philosophy: Plato, Aristotle, Leibniz*, Amsterdam University Press, Amesterdão, 2007; [Kavanagh, 2007];

— Kline, M., *Mathematics and the search for knowledge*; Oxford University Press, Nova Iorque, 1985; [Kline, 1985];

— Kneller, J., *Kant and the power of imagination*, Cambridge University Press, Boston, 2007; [Kneller, 2007];

L

— Lakoff, G., *Convergence zones and conceptual structure*, University of California at Berkeley, 1993: <https://georgelakoff.files.wordpress.com/2011/04/convergence-zones-and-conceptual-structure-lakoff-1993.pdf>; [Lakoff, 1993];

— Landry, E. M., Rickels, D. P. (eds.), *Structural Realism: structure, object and causality*, Springer, Dordrecht, 2012; [Landry et al., 2012];

— Leibniz, G. W., *Monadologie und andere metaphysische Schriften: Discours de Metaphysique, La Monadologie, Principes de la Nature et de la Grâce fondés en Raison*, Felix Meiner Verlag, Hamburgo, 2002, trad. U. J. Schneider; [Leibniz, 2002a];

— —, *Princípios da Natureza e da Graça. Monadologia*, Fim de Século, Lisboa, 2002, trad. M. S. Pereira; [Leibniz, 2002b];

— Levinger, E., *Art and mathematics in the thought of El Lissitsky: his relationship to suprematism and constructivism*, in Leonardo, vol. 22, nr. 2, 227-236, 1989; [Levinger, 1989];

- Lloyd, G. E. R., *Aristotle: the growth and structure of his thought*, Cambridge University Press, Cambridge, 1968; [Lloyd, 1968];
- Long, R. L., *Remarks on the history and philosophy of mathematics*, in *American Mathematical Monthly*, Vol. 93, nr. 8, Outubro 1986, 609-619; [Long, 1986];
- Lucas, J. R., *The Conceptual Roots of Mathematics. An essay on the philosophy of mathematics*, Routledge, Londres, 2002; [Lucas, 2002];

M

- Mac Lane, S., *Mathematics: Form and Function*, Springer-Verlag, Nova Iorque, 1986; [Mac Lane, 1986];
- Machì, A., *Groups. An Introduction to Ideas and Methods of the Theory of Groups*, Springer-Verlag, Milão, 2012; [Machì, 2012];
- Makkreel, R. A., *Imagination and interpretation in Kant: the hermeneutical import of the Critique of Judgement*, The University of Chicago Press, Chicago, 1990; [Makkreel, 1990];
- Malpas, J. (ed.), *From Kant to Davidson: philosophy and the idea of the transcendental*, Routledge, Londres, 2003; [Malpas, 2003];
- Marques, A., *Organismo e sistema em Kant. Ensaio sobre o sistema crítico kantiano*, Editorial Presença, Lisboa, 1987; [Marques, 1987];
- Marr, D., *Early processing of visual information*, *Proceedings of the Royal Society of London. Series B, Biological Sciences*, vol. 276, 1976, pp. 483-519; [Marr, 1976];
- __, *Vision: A Computational Investigation into the Human Representation and Processings of Visual Information*, MIT Press, Cambridge, 2010; [Marr, 2010];
- __, Nishihara, H. K., *Representation and recognition of the spatial organization of three-dimensional shapes*, *Proceedings of the Royal Society of London. Series B, Biological Sciences*, vol. 200, nr. 1140, 23 de Fevereiro de 1978, pp. 269-294; [Marr, Nishihara, 1978];
- Milhaud, G., *Les philosophes géomètres de la Grèce*, Félix Alcan, Paris, 1900; [Milhaud, 1900];— Miller, J. P., *Numbers in presence and absence. A study of Husserl's philosophy of mathematics*, Martinus Nijhoff, Haia, 1982; [Miller, 1982];
- Mlodinow, L., *Euclid's window: the story of geometry from parallel lines to hyperspace*, The Free Press, Nova Iorque, 2001; [Mlodinow, 2001];
- Molder, M. F., *O pensamento morfológico de Goethe*, INCM, Lisboa, 1995; [Molder, 1995];
- Moran, D., *Edmund Husserl, Founder of Phenomenology*, Polity Press, Cambridge, 2005; [Moran, 2005];
- Morris, D., *The Sense of Space*, State University of New York Press, Nova Iorque, 2004; [Morris, 2004];
- Mountcastle, V. B., *Perceptual neuroscience: the cerebral cortex*, Harvard University Press,

N

— Nerlich, G., *The Shape of Space*, Cambridge University Press, Nova Iorque, 1994; [Nerlich, 1994];

— Newton-Smith, H. W. (ed.), *A Companion to the Philosophy of Science*, Blackwell, Oxford, 2000; [Newton-Smith et al., 2000];

P

— Palmquist, S. R., *Kant on Euclid: Geometry in Perspective*, in *Philosophia Mathematica II*, pp. 88-113, 1990 (<http://www.hkbu.edu.hk/~ppp/srp/arts/KEGP.html>); [Palmquist, 1990];

— Petitot, J., *Functional architecture of the visual cortex and variational models for Kanizsa's modal subjective contours*, Seing and Thinking, Tor Vergata, 2001; [Petitot, 2001];

— —, *La généalogie morphologique du structuralisme*, in Petitot, J., *Morphologie et esthétique*, Maisonneuve et Larose, Paris, 2004b; [Petitot, 2004b];

— —, “*La vie ne sépare pas sa géométrie de sa physique*”, Coloque International Paul Valéry, Collège de France, 1995; [Petitot, 1995];

— —, *Mathématiques et Construction*, EHESS e CREA (inédito), Paris, 2009; [Petitot, 2009];

— —, *Neurogéométrie des architectures fonctionnelles de la vision*, Journée Annuelle, 2006, pp. 1-60; [Petitot, 2006];

— —, *Neurogeometry of VI and Kanizsa Contours*, The Legacy of Kanizsa in Cognitive Science, Mitteleuropa Foundation, Bolzano, 2002; [Petitot, 2002];

— —, *Premiers principes métaphysiques d'une science de la forme*, Coloque de Cerisy: autour de la *Critique de la Faculté de Juger*, 1990; [Petitot, 1990];

— —, Tondut, Y., *Géométrie de contact et champ d'association dans le cortex visuel*, (inédito); [Petitot, Tondut, s/d a];

— —; —, *Vers une neurogéométrie. Fibrations corticales, structures de contact et contours subjectifs modaux*, (inédito); [Petitot, Tondut, s/d b];

— Piaget, J., *Genetic Epistemology*, The Norton Library, Nova Iorque, 1970, trad. E. Duckworth; [Piaget, 1970];

— —, Inhelder, B., Szeminska, A., *The Child's Conception of Geometry*, The Norton Library, Nova Iorque, 1981, trad. E. A. Lunzer; [Piaget et al., 1981];

— —, Inhelder, B., *The Child's Conception of Space*, The Norton Library, Nova Iorque, 1967, trad. F. J. Langdon e J. L. Lunzer; [Piaget et al., 1967];

— —, *The Growth of Logical Thinking from Childhood to Adolescence*, Basic Books, 1958, [Piaget, Inhelder, 1958];

— Platão[†], *Górgias*, Lisboa Editora, Lisboa, 2004, trad. M. Fernandes e N. Barros; [Platão, 2004];

[†] As obras de Platão foram confrontadas com os textos gregos disponíveis na *Perseus Digital Library*: <http://www.perseus.tufts.edu/hopper>.

- *_, Ménon*, Edições Colibri, Lisboa, 1992, trad. Ernesto Rodrigues Gomes; [MN];
- *_, Parménides*, Instituto Piaget, Lisboa, 2001a, trad. M. J. Figueiredo; [Platão, 2001a];
- *_, República*; Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa, 2001b, trad. M. H. da Rocha Pereira; [RP];
- *_, Timeu-Crítias*, Centro de Estudos Clássicos e Humanísticos da Universidade de Coimbra, Coimbra, 2011, trad. Rodolfo Nunes Lopes; [TM];
- Pombo, O., *Leibniz and the problem of a universal language*, Nodus Publikationen, Munster, 1987; [Pombo, 1987];
- Pomeranz, J. R., Kubovy, M., *Theoretical approaches to perceptual organization*, Handbook of perception and human performance, vol. 2: cognitive processes and performance, in Boff, K. R., Kaufman, L., Thomas, J. P., (eds.), Wiley, Nova Iorque, 1986, cap. 36; [Pomeranz, Kubovy, 1986];— Popper, K., *Objective knowledge. An evolutionary approach*, Clarendon Press, Oxford, 1994; [Popper, 1994];
- *_, The Logic of Scientific Discovery*, Routledge, Nova Iorque, 2002; [Popper, 2002];
- Pritchard, P., *Plato's philosophy of mathematics*, Academia Verlag, Sankt Augustin, 1995; [Pritchard, 1995];
- Pylyshyn, Z. W., *Things and Places. How the mind connects with the world*, MIT Press, Cambridge, 2007; [Pylyshyn, 2007];

R

- Randall, A. R., *A Critique of the Kantian View of Geometry*, Departamento de Filosofia, York University, Toronto (url: <http://www.elea.org/Kant/Geometry/>); [Randall, s/d];
- Roberts, F. S.; Suppes, P., *Some problems in the geometry of visual perception*, Synthese, 17, D. Reidel Publishing, Dordrecht, 1967, pp. 173-201; [Roberts, Suppes, 1967];
- Rosenberg, J. F., *Accessing Kant: a relaxed introduction to the Critique of Pure Reason*, Oxford University Press, Nova Iorque, 2005; [Rosenberg, 2005];

S

- Sagan, C., Drake, E. D., Druyan, A., Ferris, T., Lomberg, J., Sagan, L. S., *Murmurs of Earth. The Voyager Interstellar Record*, Balantine Books, Nova Iorque, 1978; [Sagan et al., 1978];
- Serres, Michel, *As Origens da Geometria*, Terramar, Lisboa, 1997, trad. Ana Simões e Maria da Graça Pinhão; [OsG];
- confrontado com *Les Origines de la Géométrie. Tiers livre des fondations*, Flammarion, Paris, 1993;
- *_, Hermes: uma filosofia das ciências*, Graal, São Paulo, 1990, trad. A. Daher; [Serres, 1990];

- _ (ed.), *Elementos para uma história das ciências, vol. I*, Terramar, Lisboa, 1995, trad. R. Pacheco; [Serres et al., 1995];
- Serres, M., Latour, B., *Conversations on science, culture, and time*, The University of Michigan Press, 1995, trad. R. Lapidus; [Serres, Latour, 1995];
- Shanker, S. G. (ed.), *Philosophy of Science, Logic and Mathematics in the Twentieth Century*, Routledge, Londres, 1996; [Shanker et. al., 1996];
- Shapiro, S., *Philosophy of Mathematics: Structure and Ontology*, Oxford University Press, Oxford, 2000a; [Shapiro, 2000a];
- _, *The Oxford Handbook of Philosophy of Mathematics and Logic*, Oxford University Press, Oxford, 2005; [Shapiro, 2005];
- _, *Thinking about mathematics. The philosophy of mathematics*, Oxford University Press, Oxford, 2000b; [Shapiro, 2000b];
- Silva, J. E., *Cinco ensaios sobre Wittgenstein*, Cadernos de Filosofia das Ciências 9, CFCUL, Lisboa, 2010; [Silva, 2010];
- Silverman, H., *Ancient Nasca settlement and society*, University of Iowa Press, Iowa, 2002; [Silverman, 2002];
- _, *Cahuachi in the ancient Nasca world*, University of Iowa Press, Iowa, 1993; [Silverman, 1993];
- _, Proulx, D. A., *The Nasca*, Blackwell, Oxford, 2002; [Silverman, Proulx, 2002];
- Sloman, S. A.; Love, B. C.; Ahn, W. K., *Feature centrality and conceptual coherence*, Cognitive Science, vol. 22 (2), 1998, pp. 189-228; [Sloman et al., 1998];
- Smith, B. (ed.), *Foundations of Gestalt Theory*, Philosophia, Munique, 1988; [Smith, 1988];
- _, Smith, D. W., *The Cambridge Companion to Husserl*, Cambridge University Press, Cambridge, 1995; [Smith, Smith, 1995];
- Spelke, E., Lee, S. A., Izard, V., *Beyond Core Knowledge: Natural Geometry*, Cognitive Science 34, 2010, 863-884; [Spelke et al., 2010];
- Spelke, E. S., *Principles of object perception*, Cognitive Science, 14, 1990, 29-56; [Spelke, 1990];
- Sternberg, R. J., Pretz, J. E. (eds.), *Cognition and Intelligence. Identifying the Mechanisms of the Mind*, Cambridge University Press, Cambridge, 2005; [Sternberg, Pretz, 2005];
- Stewart, I., *Nature's numbers. The unreal reality of mathematics*, Basic Books, Nova Iorque, 1995; [Stewart, 1995];
- Sutherland, D., *Kant's philosophy of mathematics and the greek mathematical tradition*, The Philosophical Review, vol. 113, nr. 2, 2004a, pp. 157-201; [Sutherland, 2004a];
- _, *The Role of Magnitude in Kant's Critical Philosophy*, Canadian Journal of Philosophy, vol. 34, nr. 3, 2004b, pp. 411-442; [Sutherland, 2004b];

— Sylvand, B. Q., *Le problème des abstraits mathématiques chez Frege, Husserl et dans la philosophie de l'arithmétique contemporaine*, Sorbonne, Paris, 2001, tese; [Sylvand, 2001];

T

— Tait, W. *The Provenance of Pure Reason. Essays on the philosophy of mathematics and its history*, Oxford University Press, Oxford, 2005; [Tait, 2005];

— Thompson, D'A. W., *On Growth and Form*, Cambridge University Press, Cambridge, 1945; [Thompson, 1945];

— Thomson, P., *Evolutionary Epistemology and Scientific Realism*, Journal of Social and Evolutionary Systems 18, 2, 1995, 165-191; [Thomson, 1995];

— Tieszen, R., *Phenomenology, logic and the philosophy of mathematics*, Cambridge University Press, Cambridge, 2005; [Tieszen, 2005];

— Torretti, R., *Philosophy of Geometry from Riemann to Poincaré*, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, 1984; [Torretti, 1984];

V

— Van Cleeve, J., Frederick, R. E. (eds.), *The philosophy of right and left. Incongruent counterparts and the nature of space*, Kluwer, Dordrecht, 1991; [Van Cleve et al., 1991];

— Van Fraassen, B., *An introduction to the philosophy of time and space*, Random House, 1970; [Van Fraassen, 1970];

— Vinci, T. C., *Space, Geometry and Kant's Transcendental Deduction of the Categories*, Oxford University Press, Nova Iorque, 2015; [Vinci, 2015];

W

— Warren, D., *Kant and the Apriority of Space*, in «Philosophical Review», n.º 107, 1998; [Warren, 1998];

— Weber, J., *The Judgement of the Eye. The Metamorphoses of Geometry – One of the Sources of Visual Perception and Consciousness*, Springer-Verlag, Viena, 2002; [Weber, 2002];

— Wedberg, A., *Plato's Philosophy of Mathematics*, Almqvist & Wiksell, Estocolmo, 1955; [Wedberg, 1955];

— Wicks, R., *Routledge Philosophy Guidebook to Kant on Judgement*, Routledge, Nova Iorque, 2007; [Wicks, 2007];

— Winterbourne, A. T., *Construction and the role of schematism in Kant's philosophy of mathematics*, Trans/Form/Ação, São Paulo, 13, 1990, pp. 107-121; [Winterbourne, 1990];

— Wuketits, F. M. (ed.), *Concepts and approaches in Evolutionary Epistemology. Towards and Evolutionary Theory of Knowledge*, Reidel Publishing Co., Dordrecht, 1984; [Wuketits, 1984];

— *_, Evolutionary Epistemology and its Implications for Humankind*, State University of New York Press, Nova Iorque, 1990; [Wuketits, 1990];

Z

— Zaidi, Q., Victor, J., McDermott, J., Geffen, M., Bensmaia, S., Cleland, T. A., *Perceptual Spaces: Mathematical Structures to Neural Mechanisms*, The Journal of Neuroscience, Novembro 6, 2013, 7597-17602; [Zaidi et al., 2013];

— Zuckert, R. *Kant on beauty and biology. An Interpretation of the Critique of Judgment*, Cambridge University Press, Cambridge, 2007; [Zuckert, 2007].

Fontes bibliográficas secundárias

A

— Abbas, N. (ed.), *Mapping Michel Serres*, The University of Chicago Press, Chicago, 2005; [Abbas et al., 2005];

— Abbott, E. A., *Flatland*, Seeley & Co., Londres, 1884; [Abbott, 1884];

— Abela, P., *Kant's Empirical Realism*, Clarendon Press, Oxford, 2002; [Abela, 2002];

— Aberdein, A., Dove, I. J. (eds.), *The Argument of Mathematics*, Springer, Dordrecht, 2013; [Aberdein et al., 2013];

— Adam, J. A., *Mathematics in Nature. Modelling patterns in the natural world*, Princeton University Press, Nova Jérícia, 2003; [Adam, 2003];

— Agazzi, E., Darvas, G. (eds.), *Philosophy of Mathematics Today*, Springer, Dordrecht, 1997; [Agazzi et al., 1997];

— Agostinho, Santo, *Confissões*, INCM, Lisboa, 2004, trad. A. Espírito Santo, J. Beato e M. C. C.-M. de Sousa Pimentel; [Agostinho, 2004];

— *_, O Livre-arbítrio*, Paulus, São Paulo, 1995, trad. N. Assis de Oliveira; [Agostinho, 1995];

— *_, Solilóquios e Vida Feliz*, Paulus, São Paulo, 1998, trad. Adaury Fiorotti; [Agostinho, 1998];

— Aleksandrov, A. D.; Kolmogorov, A. N.; Lavrent'ev, M. A. (eds.), *Mathematics: its content, methods and meaning*, vols. I-III, MIT Press, Cambridge, 1963, trad. S. H. Gould, T. Bartha e K. Hirsch; [Aleksandrov et al., 1963];

— Allison, H. E., *Kant's theory of taste. A reading of the Critique of Aesthetic Judgement*, Cambridge University Press, Cambridge, 2001; [Allison, 2001];

— *_, Kant's Transcendental Idealism. An interpretation and defense*, Yale University Press, New Haven, 2004; [Allison, 2004];

- Allwood, J., Gärdenfors, P. (eds.), *Cognitive semantics. Meaning and cognition*, John Benjamins B. V., Amesterdão, 1999; [Allwood et al., 1999];
- Ameriks, K., *Interpreting Kant's Critiques*, Clarendon Press, Oxford, 2003; [Ameriks, 2003];
- —, *Kant's theory of mind. An analysis of the paralogisms of pure reason*, Clarendon Press, Oxford, 2000; [Ameriks, 2000];
- Anagnostopoulos, G. (ed.), *A Companion to Aristotle*, Wiley-Blackwell, Oxford, 2009; [Anagnostopoulos et al., 2009];
- Angell, R. B., *The geometry of visibles*, *Nous*, vol. 8, nº. 2, 1974, pp. 87-117; [Angell, 1974];
- Anglin, W. S., *Mathematics: a concise history and philosophy*, Springer-Verlag, Nova Iorque, 1994; [Anglin, 1994];
- Appleton, R. B., *Elements of greek philosophy. From Thales to Aristotle*, Methuen and Co., Londres, 1922; [Appleton, 1922];
- Arendt, H., *Lectures on Kant's political philosophy*, (ed. R. Beiner) The University of Chicago Press, Chicago, 1992; [Arendt, 1992];
- Aristóteles, *Metafísica*, Editorial Gredos, Madrid, 1994, trad. T. C. Martínez; [Aristóteles, 1994a];
- —, *Poética*, INCM, Lisboa, 1986, trad. E. de Sousa; [Aristóteles, 1986];
- Armstrong, A. H., *Plotinus*, Collier Books, Nova Iorque, 1962; [Armstrong, 1962];
- Armstrong, M. A., *Basic topology*, Springer, Nova Iorque, 1983; [Armstrong, 1983];
- Asperti, A., Longo, G., *Categories, types and structures*, MIT Press, Massachussets, 1991; [Asperti, Longo, 1991];
- Ashbaugh, A. F., *Plato's theory of explanation. A study of the cosmological account in the Timaeus*, State University of New York Press, Nova Iorque, 1988; [Ashbaugh, 1988];
- Assad, M. L., *Reading with Michel Serres: an encounter with time*, State University of New York Press, Nova Iorque, 1999; [Assad, 1999];
- Aubin, D., *Forms of Explanations in the Catastrophe Theory of René Thom: Topology, Morphogenesis and Structuralism*, in «Growing Explanations: Historical Perspective on the Sciences of Complexity» (ed. M. N. Wise), Duke University Press, 2004, pp. 95-130; [Aubin, 2004];

B

- Bachelard, G., *A Filosofia do Não/ O Novo Espírito Científico/ A Poética do Espaço*, Abril Cultural, São Paulo, 1978, trad. J. J. M. Ramos, R. F. Kuhnen, A. C. Leal e L. V. S. Leal; [G. Bachelard, 1978];
- —, *A Formação do Espírito Científico*, Dinalivro, Lisboa, 2006, trad. E. dos Santos Abreu, S. Ramos; [G. Bachelard, 2006];
- Bäck, A., *Aristotle's theory of abstraction*, Springer, Cham, 2014; [Bäck, 2014];

- Balaban, A. T. (ed.), *From chemical topology to three-dimensional geometry*, Kluwer, Nova Iorque, 2002; [Balaban et al., 2002];
- Balaguer, M., *Platonism and anti-platonism in mathematics*, Oxford University Press, Oxford, 1998; [Balaguer, 1998];
- Ballard, D. H., *Brain computation as hierarchical abstraction*, The MIT Press, Massachusetts, 2015; [Ballard, 2015];
- Barnes, J., *Aristotle. A very short introduction*, Oxford University Press, Oxford, 2000; [Barnes, 2000];
- —, (ed.), *The Cambridge Companion to Aristotle*, Cambridge University Press, Cambridge, 1999; [Barnes et al., 1999];
- Bates, A. D., Maxwell, A., *DNA topology*, Oxford University Press, Nova Iorque, 2005; [Bates, Maxwell, 2005];
- Bataille, G., *Visions of Excess: Selected Writings, 1927-1939*, University of Minnesota Press, Minneapolis, 1986, trad. C. R. Lovitt, A. Stoekl, D. M. Leslie Jr; [Bataille, 1986];
- Beare, John I., *Greek theories of elementary cognition from Alcmeon to Aristotle*, Clarendon Press, Oxford, 1906; [Beare, 1906];
- Benacerraf, P., *What numbers could not be*, The Philosophical Review, vol. 74, n.º 1, Janeiro 1965, 47-73; [Benacerraf, 1965];
- Benacerraf, P., Putnam, H. (eds.), *Philosophy of Mathematics. Selected Readings*, Cambridge University Press, Cambridge, 1983; [Benacerraf et al., 1983];
- Bennett, J., *Kant's Analytic*, Cambridge University Press, Cambridge, 1966; [Bennett, 1966];
- Bennett, M. R.; Hacker, P.M. S., *Fundamentos Filosóficos da Neurociência*, Instituto Piaget, Lisboa, 2005, trad. R A. Pacheco; [Bennett, Hacker, 2005];
- Berger, D., *Kant's Aesthetic Theory: The Beautiful and the Agreeable*, Continuum, Londres, 2009; [Berger, 2009];
- Beth, E. W., *Mathematical Thought. An introduction to the philosophy of mathematics*, Springer, Dordrecht, 1965; [Beth, 1965];
- —, *The foundations of mathematics. A study in the philosophy of science*, Harper and Row, Nova Iorque, 1966; [Beth, 1966];
- —, Piaget, J., *Mathematical epistemology and psychology*, Springer, Dordrecht, 1974, trad., W. Mays; [Beth, Piaget, 1974];
- Biederman, I., Hummel†, J. E., *Dynamic binding in a neural network for shape recognition*, Psychological Review, vol. 99, nr. 3, 1992a, pp. 480-517; [Biederman et al., 1992a];
- —, Bar†, M., *Localizing the cortical region mediating visual awareness of object identity*, Proceedings of the National Academy of Science of USA: Psychology, vol. 96, 1999a, pp. 1790-1793; [Biederman et al., 1999a];

- —, Cooper[‡], E. E., Hummel, J. E., *Metric invariance in object recognition: a review and further evidence*, Canadian Journal of Psychology, 46:2, 1992b, pp. 191-214; [Biederman et al., 1992b];
- —, Hayworth[‡], K. J., Lescroart, M. D., *Neural encoding of relative position*, Journal of experimental psychology: human perception and performance, 2011, pp. 1-19; [Biederman et al., 2011];
- —, Kalocsai, P., *Neurocomputational bases of object and face recognition*, Philosophical transactions: biological sciences, vol. 352, nr. 1358, 1997b, pp. 1203-1219; [Biederman et al., 1997b];
- —, Bar, M., *One-shot viewpoint invariance in matching novel objects*, Vision research, 39, 1999b, 2885-2899; [Biederman et al., 1999b];
- —, *Recent Psychophysical and Neural Research in Shape Recognition*, in *Object Recognition, Attention and Action* (Osaka, N., Rentschler, I., Biederman, I., eds.), 2007, cap. 5., pp. 71-88; [Biederman, 2007];
- —, *Recognition-by-components: a theory of human image understanding*, Psychological Review, vol. 94, nr. 2., 1987b, pp. 115-147; [Biederman, 1987b];
- —, Gerhardstein, P. C., *Recognizing depth-rotated objects: evidence and conditions for three-dimensional viewpoint invariance*, Journal of experimental psychology: human perception and performance, vol. 19, nr. 6, 1993b, pp. 1162-1182; [Biederman, 1993b];
- —, Yue, X., Davidoff, J., *Representation of shape in individuals from a culture with minimal exposure to regular, simple artifacts (sensitivity to nonaccidental versus metric properties)*, Psychological Science, vol. 20, nr. 12, 2009, pp. 1437-1442; [Biederman et al., 2009];
- —, Cooper. E. E., *Size invariance in visual object priming*, Journal of experimental psychology: human perception and performance, vol 18, nr. 1, 1992c, p. 121-133; [Biederman et al., 1992c];
- —, Peissig[‡], J. J., Young, M. E., Wasserman, E. A., *The role of edges in object recognition by pigeons*, Perception, vol. 34, 2005, pp. 1353-1354; [Biederman et al., 2005];
- —, Fiser[‡], J., Cooper, E. E., *To what extent can matching algorithms based on direct outputs of spatial filters account for human object recognition*, Spatial vision, nr. 10, vol. 3 1996, pp. 237-271; [Biederman et al., 1996]
- Bird, G. (ed.), *A Companion to Kant*, Blackwell, Oxford, 2006a; [Bird et al., 2006a];
- —, *The revolutionary Kant. A commentary on the Critique of Pure Reason*, Open Court, Chicago, 2006b; [Bird, 2006b];
- Bitbol, M., Kerszberg, P., Petitot, J. (eds.), *Constituting objectivity. Transcendental perspectives on modern physics*, Springer, Dordrecht, 2009; [Bitbol et al., 2009];
- Blaauw, M., Pritchard, D., *Epistemology A-Z*, Palgrave MacMillan, Nova Iorque, 2005; [Blaauw, Pritchard, 2005];

- Bledsoe, A. T., *The Philosophy of Mathematics with special reference to the Elements of Geometry and the Infinitesimal Method*, J. B. Lippincott Co., Filadélfia, 1886; [Bledsoe, 1886];
- Boi, L., Bois, E., *Mathématiques créatives, physiques significatives et le livre ouvert de la nature: quelques remarques sur les systèmes dynamiques, le chaos, le déterminisme et la nature du temps*, in Eikasia, Revista de Filosofia, ano IV, nr. 26, Julho, 2009; [Boi, Bois, 2009];
- BonJour, L., *Epistemology. Classic problems and contemporary responses*, Rowman & Littlefield, Lanham, 2010; [BonJour, 2010];
- Bonola, R., *Non-euclidean geometry*, The open court publishing co., Chicago, 1912, trad. H. S. Carslaw; [Bonola, 1912];
- Boole, G., *An investigation on the laws of thought on which are founded the mathematical theories of logic and probabilities*, Walton and Maberly, Londres, Cambridge 1854; [Boole, 1854];
- Boothe, R. G., Dobson, V., Teller, D. Y., *Postnatal development of vision in human and nonhuman primates*, in *Annual Review of Neuroscience*, vol. 8, Março 1985, 495-545; [Boothe et al., 1985];
- Boroditsky, L., *Metaphoric structuring: understanding time through spatial metaphors*, in *Cognition*, 75, 2000, 1-28; [Boroditsky, 2000];
- Borsuk, K., Szmielew, W., *Foundations of Geometry*, North Holland Publishing Co., Amesterdão, 1960, trad. E. Marquit; [Borsuk, Szmielew, 1960];
- Bostock, D., *Space, time, matter and form. Essays on Aristotle's Physics*, Clarendon Press, Oxford, 2006; [Bostock, 2006];
- Bourbaki, N., *The Architecture of Mathematics*, in *The American Mathematical Monthly*, vol. 57, n.º 4., Abril 1950, 221-232; [Bourbaki, 1950];
- Bouveresse, J., *Essays V: Descartes, Leibniz, Kant*, Agone, Marselha, 2006; [Bouveresse, 2006];
- Bowditch, B. H., *A course on geometric group theory*, MSJ, Tóquio, 2006; [Bowditch, 2006];
- Bowie, A., *Aesthetics and subjectivity: from Kant to Nietzsche*, Manchester University Press, Manchester, 2003; [Bowie, 2003];
- Boyer, C. B., *A history of mathematics*, John Wiley and Sons, Nova Iorque, 1991; [Boyer, 1991];
- Branco, R. A., *A percepção visual em Berkeley como operação interpretativa*, Fundação Eng. António de Almeida, Porto, 1998, [Branco, 1998];
- Bos, H. J. M., *Redefining geometric exactness. Descartes' transformation of the early modern concept of construction*, Springer, Nova Iorque, 2001; [Bos, 2001];
- Brentano, F., *On the several senses of being in Aristotle*, University of California Press, Berkeley, 1975, trad. de R. George; [Brentano, 1975];

- Brook, A., *Kant and the mind*, Cambridge University Press, Cambridge, 1994; [Brook, 1994];
- Brouwer, L. E. J., *Collected works 2: Geometry, Analysis, Topology and Mechanics*, North Holland Publishing Co., Amesterdão, 1976, ed. H. Freudenthal; [Brower, 1976];
- Brown, J. R., Mittelstrass, J. (eds.), *An Intimate Relation. Studies in the History and Philosophy of Science Presented to Robert E. Butts on his 60th Birthday*, Kluwer, Dordrecht, 1989; [Brown et al., 1989];
- Brown, S. D., *The theater of measurement: Michel Serres*, in *The Sociological Review, Special Issue: Contemporary Organization Theory* (eds., C. Jones, R. Munro), vol. 53, Outubro 2005, pp. 215-227; [S. D. Brown, 2005];
- Bucur, I., Deleanu, A., *Introduction to the theory of categories and functors*, John Wiley & Sons, Londres, 1968; [Bucur, Deleanu, 1968];
- Buccheri, R., Saniga, M., Stuckey, W. M. (eds.), *The nature of time: geometry, physics and perception*, Springer, Dordrecht, 2003; [Buccheri et al., 2003];
- Burge, T., *Frege on knowing the third realm*, in *Mind, New Series*, vol. 101, Issue 404, Outubro 1992, 633-650; [Burge, 1992];
- Burnham, D., *An introduction to Kant's Critique of Judgement*, Edinburgh University Press, Edimburgo, 2000; [Burnham, 2000];
- Butts, R. E., Brown, J. R. (eds.), *Constructivism and Science. Essays in recent german philosophy*, Kluwer, Dordrecht, 1989; [Butts et al., 1989];
- —, Hintikka, J. (eds.), *Foundational problems in the special sciences*, D. Reidel Publishing Co., Dordrecht, 1977a; [Butts et al., 1977a];
- —, *Historical and philosophical dimensions of logic, methodology and philosophy of science*, Springer, Dordrecht, 1977b; [Butts et al., 1977b];

C

- Cajori, F., *A history of mathematics*, The Macmillan Company, Nova Iorque, 1919; [Cajori, 1919];
- Cartwright, N., *Nature's capacities and their measurement*, Oxford University Press, Oxford, 1989; [Cartwright, 1989];
- Carus, P., *The foundations of mathematics. A contribution to the philosophy of geometry*, Open Court, Chicago, 1908; [Carus, 1908];
- Caruso, F; Moreira Xavier, R., *On Kant's first insight into the problem of space dimensionality and its physical foundations*, Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas, Rio de Janeiro, 2009; [Caruso, Xavier, 2009];
- Casacuberta, M., Castellet, M. (eds.), *Mathematical research today and tomorrow. Viewpoints of seven Fields medalists*, Springer-Verlag, Berlim, 1992; [Casacuberta et al., 1992];

- Cassirer, E., *Rousseau, Kant, Goethe*, Princeton University Press, Nova Jérsea, 1970, trad. J. Gutmann, P. O. Kristeller e J. H. Randall Jr.; [Cassirer, 1970];
- —, *The concept of group and the theory of perception*, Philosophy and phenomenological research, vol. 5, n.º. 1, 1944, pp. 1-36; [Cassirer, 1944];
- Centrone, S., *Logic and Philosophy of Mathematics in the Early Husserl*, Springer, Dordrecht, 2010; [Centrone, 2010];
- Chafee, M. V., Crowe, D. A., *Thinking in spatial terms: decoupling spatial representation from sensorimotor control in monkey posterior parietal areas 7a and LIP*, in *Frontiers in Integrative Neuroscience*, vol. 6, artigo 112, Janeiro, 2013; [Chafee, Crowe, 2013];
- Cárdenas, P. O. R., *Mathematical structuralism, continuity and Peirce's diagrammatic reasoning*, in *Philosophy, Mathematics, Linguistics: Aspects of Interaction* (ed. O. Prosorov), The Euler International Mathematical Institute 2012; [Cárdenas, 2012];
- Châtelet, G., *Figuring Space: Philosophy, Mathematics and Physics*, Springer, Dordrecht, 2000, trad. R. Shore e M. Zagha; [Châtelet, 2000];
- Churchland, P. M., *A neurocomputational perspective. The nature of mind and the structure of science*, The MIT Press, Cambridge, 1992; [Churchland, P. M., 1992];
- Cicovacki, P., *Between Truth and Illusion. Kant at the Crossroads of Modernity*, Rowman & Littlefield Publishers, Oxford, 2002; [Cicovacki, 2002];
- Claghorn, G. S., *Aristotle's criticism of Plato's "Timaeus"*, Martinus Nijhoff, Haia, 1954; [Claghorn, 1954];
- Code, A., *The Philosophy of Aristotle*, Westview Press, Boulder, 2004; [Code, 2004];
- Colli, G., *Dopo Nietzsche*, Adelphi, Milão, 1974; [Colli, 1974];
- —, *Gorgias y Parménides. Lecciones 1965-1967*, Sexto Piso, Coyoacán, 2012, trad. M. Morey; [Colli, 2012];
- —, *La Naturaleza Ama Escondese*, Sexto Piso, Coyoacán, 2009, trad. M. Morey; [Colli, 2009];
- —, *La Sapienza Greca II: Epimenide, Ferecide, Talete, Anassimandro, Anassimene, Onomacrito*, Adelphi Edizione, Milão, 1978; [Colli, 1978];
- —, *O Nascimento da Filosofia*, Edições 70, Lisboa, 2001, trad. A. Morão; [Colli, 2001];
- —, *Zénon de Elea. Lecciones 1964-1965*, Sexto Piso, Coyoacán, 2006, trad. M. Morey; [Colli, 2006];
- Connes, A., *A view of mathematics*, <http://www.alainconnes.org/en/downloads.php>; [Connes, s/d];
- Cook, R. T. (ed.), *The Arché Papers on the Mathematics of Abstraction*, Springer, Dordrecht, 2007; [Cook et al., 2007];
- Coplestone, F., *A History of Philosophy, vol. VI: Wolff to Kant*, Search Press, Londres, 1977; [Coplestone, 1977];

- Corfield, D., *Towards a philosophy of real mathematics*, Cambridge University Press, Cambridge, 2004; [Corfield, 2004];
- Cornford, F. M., *Plato's Cosmology: The Timaeus of Plato*, The Hackett Publishing Co., Cambridge, 1997; [Cornford, 1997];
- Couturat, L., *Les Principes des Mathématiques*, Alcan, Paris, 1905; [Couturat, 1905];
- Cregan, K., *The sociology of the body. Mapping the abstraction of embodiment*, SAGE Publications, Londres, 2006; [Cregan, 2006];
- Crowther, P., *The kantian aesthetic. From knowledge to the avant-garde*, Oxford University Press, Oxford, 2010; [Crowther, 2010];
- Cunningham, S., *Language and the phenomenological reductions of Edmund Husserl*, Martinus Nijhoff, Haia, 1976; [Cunningham, 1976];

D

- Davidoff, G., Sarnak, P., Valette, A., *Elementary number theory, group theory and Ramanujan graphs*, Cambridge University Press, Cambridge, 2003; [Davidoff et al., 2003];
- De Haas, F., Mansfeld, J. (eds.), *Aristotle: On Generation and Corruption, Book I*, Clarendon Press, Oxford, 2004; [De Haas et al., 2004];
- De Risi, V., *Geometry and monadology. Leibniz Analysis Situs and Philosophy of Space*, Birkhäuser, Basileia, 2007; [De Risi, 2007];
- Dehaene, S., Brannon, E. M. (eds.), *Searching for the foundations of mathematical thought*, Academic Press, Londres, 2011; [Dehaene et al., 2011a];
- Delbrück, M., *Mind from matter? An essay on Evolutionary Epistemology*, Blackwell, Palo Alto, 1986; [Delbrück, 1986];
- Deleuze, G., *Francis Bacon: La Logique de la Sensation I*, Éditions de la Différence, Paris, 1981; [Deleuze, 1981];
- —, *La philosophie critique de Kant*, Quadrige/PUF, Paris, 2004; [Deleuze, 2004];
- —, *Kant's Critical Philosophy: the doctrine of the faculties*, The Athlone Press, Londres, 1984, trad. Hugh Tomlinson e Barbara Habberjam; [Deleuze, 1984];
- —, *Le Pli. Leibiz et le Baroque*, Les Éditions de Minuit, Paris, 1988; [Deleuze, 1988];
- DiCarlo, J., *Neural mechanisms underlying visual object recognition: the convergence of computer vision and biological vision* (conferência), Center for Brains, Minds and Machines, MIT, 2015: <https://www.youtube.com/watch?v=5yeusVF42K4> (parte 1) e <https://www.youtube.com/watch?v=NiVQ22t5YzU> (parte 2); [DiCarlo, 2015];
- Dicker, G., *Kant's Theory of Knowledge. An analytical introduction*, Oxford University Press, Oxford, 2004; [Dicker, 2004];
- Dickerson, A. B., *Kant on representation and objectivity*, Cambridge University Press, Cambridge, 2004; [Dickerson, 2004];

- Drutt, M. (org.), *Kasimir Malevich: Suprematism*, Guggenheim Museum, Nova Iorque, 2003; [Drutt et al., 2003];
- Dubinsky, Ed, *Advanced mathematical thinking*, cap. 7 «Reflective abstraction in advanced mathematical thinking», in *Mathematics Education Library*, vol. 11, II, 1991, pp. 95-126; [Dubinsky, 1991];
- Duffau, H. (ed.), *Brain Mapping. From Neural Basis of Cognition to Surgical Applications*, Springer-Verlag, Viena, 2011; [Duffau et al., 2011];
- Dufourcq, A., *La dimension imaginaire du réel dans la philosophie de Husserl*, Springer, Dordrecht, 2011; [Dufourcq, 2011];
- Dufrenne, M., *The phenomenology of aesthetic experience*, Northwestern University Press, Evanston, 1973, trad. E. S. Casey; [Dufrenne, 1973];
- Dummet, M., *Frege: philosophy of mathematics*, Duckworth, Londres, 1991; [Dummet, 1991];
- Dybjer, P., Lindström, S., Palmgren, E., Sundhol, G. (eds.), *Epistemology versus Ontology. Essays on the Philosophy and Foundations of Mathematics in Honour of Per Martin-Löf*, Springer, Dordrecht, 2012; [Dybjer et al., 2012];

E

- Elliot, B., *Phenomenology and imagination in Husserl and Heidegger*, Routledge, Nova Iorque, 2005; [Elliot, 2005];
- Eley, L., *Die Krise des Apriori in der Transzendentalen Phänomenologie Edmund Husserls*, Martinus Nijhoff, Haia, 1962; [Eley, 1962];
- Enderton, H. B., *A mathematical introduction to logic*, Harcourt Academic Press, San Diego, 2001; [Enderton, 2001];
- English, J., *Le Nombre chez Husserl et chez Kant*, Revue de métaphysique et de morale, PUF, no. 44, 2004, 551-579; [English, 2004];
- Eves, H., *Foundations and fundamental concepts of mathematics*, Dover, Nova Iorque, 1990; [Eves, 1990];
- Euclides, *Elementos de Geometria*, Edições Cultura, São Paulo, 1944, trad. F. Commandino; [Euclides, 1944];
- Ewald, W., *From Kant to Hilbert: a source book in the foundations of mathematics*, vols. I e II, Clarendon Press, Oxford, 1999, 2005; [Ewald, 2005];

F

- Falkenstein, L., *Kant's Intuitionism. A commentary on the Transcendental Aesthetic*, University of Toronto Press, Toronto, 1995; [Falkenstein, 1995];

- Farber, M. (ed.), *Philosophical essays in memory of Edmund Husserl*, Harvard University Press, Cambridge, 1940; [Farber et al., 1940];
- Farndell, A., *All things natural. Ficino on Plato's Timaeus*, Shephard-Walwyn Publishers, Londres, 2010; [Farndell, 2010];
- Fauconnier, G., Turner, M., *The way we think. Conceptual blending and the mind's hidden complexities*, Basic Books, Nova Iorque, [2002]; [Fauconnier, Turner, 2002];
- Feyerabend, P., *Conquest of abundance. A tale of abstraction versus the richness of being*, The University of Chicago Press, Chicago, 2001; [Feyerabend, 2001];
- Ferreirós, J., Gray, J. J. (eds.), *The architecture of modern mathematics. Essays in history and philosophy*, Oxford University Press, Oxford, 2006; [Ferreirós et al., 2006];
- Field, H., *Science without numbers. A defence of nominalism*, Princeton University Press, Nova Jérsea, 1980; [Field, 1980];
- Field, J. V., Gray, J. J., *The geometrical work of Girard Desargues*, Springer-Verlag, Nova Iorque, 1987; [Field, Gray, 1987];
- Field, M., Golubitsky, M., *Symmetry in chaos*, SIAM, 2009; [Field, Golubitsky, 2009];
- Fine, G., *On Ideas. Aristotle's criticism of Plato's Theory of Forms*, Clarendon Press, Oxford, 2004; [Fine, 2004];
- Fine, K., *Cantorian Abstraction: A Reconstruction and Defense*, The Journal of Philosophy, Vol. 95, No. 12, Dez. 1998, pp. 599-634; [Fine, 1998];
- —, *The limits of abstraction*, Clarendon Press, Oxford, 2002; [Fine, 2002];
- Foucault, M., *A arqueologia do saber*, Forense Universitária, Rio de Janeiro, 2008, trad. L. F. Baeta Neves; [Foucault, 2008];
- Frascolla, P., *Wittgenstein's philosophy of mathematics*, Routledge, Londres, 1994; [Frascolla, 1994];
- Frege, G., *The foundations of Arithmetic*, Harper and Bros., Nova Iorque, 1953, trad. J. L. Austin; [Frege, 1953];
- Frege, G., *Review of Dr. E. Husserl's Philosophy of Arithmetic*, Mind, New Series, vol. 81, n.º 323, 1972, pp. 321-337, trad. E. W. Kluge; [Frege, 1972];
- Friedman, M., *Foundations of Space-Time Theories. Relativistic Physics and Philosophy of Science*, Princeton University Press, Nova Jérsea, 1983; [Friedman, 1983];
- —, Nordmann, A. (eds.), *The kantian legacy in nineteenth century science*, MIT Press, Cambridge, 2006; [Friedman et al., 2006];
- Frommberger, L., *Qualitative spatial abstraction in reinforcement learning*, Springer, Heidelberg, 2010; [Frommberger, 2010];
- Furley, D. (ed.), *Routledge History of Philosophy, Volume II: From Aristotle to Augustine*, Routledge, Londres, 1999; [Furley et al., 1999];
- Futch, M., *Leibniz metaphysics of time and space*, Springer, 2008; [Futch, 2008];

G

- Gallistel, C. R., *The nature of learning and the functional architecture of the brain*, url: http://rucss.rutgers.edu/images/personal-rochel-gelman/publications/nature_of_learning.pdf, (s/d); [Gallistel, s/d];
- Gärdénfors, P., *Cognitive semantics and image schemas with embodied forces*, in *Embodiment in cognition and culture* (J. M. Krois, M. Rosengren, A. Stede, D. Westerkamp, eds.), John Benjamins, 2007, pp. 57-76, (url: http://oddelki.ff.uni-mb.si/filozofija/files/Festschrift/Dunjas_festschrift/gardenfors.pdf); [Gärdénfors, 2007];
- __, *Knowledge in flux*, MIT Press, Massachusetts, 1988; [Gärdénfors, 1988];
- __, Wolenski, J., Kijania-Placek, K. (eds.), *In the scope of logic, methodology and philosophy of science*, Springer, Dordrecht, 2002; [Gärdénfors et al., 2002];
- Gasson, P. C., *Geometry of Spatial Forms. Analysis, synthesis, concept formulation and space vision for CAD*, John Wiley & Sons, Nova Iorque, 1983; [Gasson, 1983];
- Gibbons, S. L., *Kant's theory of imagination. Bridging gaps in judgement and experience*, Oxford University Press, Oxford, 1994; [Gibbons, 1994];
- Gijsbers, V., *Of Abstract Beauty. Mathematics and Kant's "Free Play"*, 2003, url: <http://lilith.gotdns.org/~victor/writings/0041abstractbeauty.pdf>; [Gijsbers, 2003];
- Gil, F., *A Convicção*, Campo das Letras, Porto, 2003, trad. A. Cardoso, M. Lança; [Gil, 2003];
- __, (coordenador), *Enciclopédia Einaudi*, vols. 13 («Lógica – Combinatória») e 35 («Estruturas matemáticas – Geometria e topologia»), INCM, Lisboa, 1988; [Gil, 1988];
- __, *Mimesis e Negação*, INCM, Lisboa 1984; [Gil, 1984];
- __, *Modos da evidência*, INCM, Lisboa, 1998; [Gil, 1998];
- __, *Tratado da Evidência*, INCM, Lisboa, 1996, trad. M. Bragança; [Gil, 1996];
- Gillies, D., «German philosophy of mathematics from Gauss to Hilbert» in *German Philosophy since Kant* (ed. A. O'Hear), Cambridge University Press, Boston, 1999, pp. 167-192; [Gillies, 1999];
- Gilson, E., *La philosophie au moyen age I: de Scot Érigène à Saint Bonaventure*, Payot, Paris, 1922a; [Gilson, 1922a];
- __, *La philosophie au moyen age II: de Albert le Grand à Guillaume d'Occam*, Payot, Paris, 1922b; [Gilson, 1922b];
- Giuseppe Primiero, *On building abstract terms in type systems*, url: http://academia.edu/438998/On_Building_Abstract_Terms_In_Type_Systems; [Primiero, s/d];
- Gold, B., Simons, R. A. (eds.), *Proof and other dilemmas. Mathematics and Philosophy*, MAA, Washington, 2008; [Gold et al., 2008];

- Gontier, N., Van Bendegem, J. P., Aerts, D. (eds.), *Evolutionary Epistemology, Language and Culture. A non-adaptionist, systems theoretical approach*, Springer, Dordrecht, 2006; [Gontier et al., 2006];
- Goudeli, K., Kontos, P., Patellis, I. (eds.), *Kant. Making Reason Intuitive*, Palgrave MacMillan, 2007; [Goudeli et al., 2007];
- Gramwell, L., deGrasse Tyson, N., *Mathematics and Art: a cultural history*, Princeton University Press, Nova Jérsea, 2016; [Gramwell, deGrasse Tyson, 2016];
- Gray, J., *Plato's Ghost. The modernist transformation of mathematics*, Princeton University Press, Nova Jérsea, 2008; [Gray, 2008];
- Green, J. E., *Kant's Copernican Revolution. The Transcendental Horizon*, University Press of America, Lanham, 1997; [Green, 1997];
- Grier, M., *Kant's Doctrine of Transcendental Illusion*, Cambridge University Press, Cambridge, 2001; [Grier, 2001];
- Guthrie, W. K. C., *A History of Greek Philosophy, vol. V: The Later Plato and the Academy*, Cambridge University Press, Cambridge, 1978; [Guthrie, 1978];
- Guyer, P., *Kant*, Routledge, Nova Iorque, 2006; [Guyer, 2006];
- —, *Kant and the claims of knowledge*, Cambridge University Press, Cambridge, 1987; [Guyer, 1987];
- —, *Kant and the claims of taste*, Cambridge University Press, Cambridge, 1997; [Guyer, 1997];
- —, *Kant's system of nature and freedom. Selected essays*, Clarendon Press, Oxford, 2005; [Guyer, 2005];
- —, *Knowledge, reason and taste: Kant's response to Hume*, Princeton University Press, Nova Jérsea, 2008; [Guyer, 2008];

H

- Haaparanta, L. (ed.), *Mind, meaning and mathematics. Essays on the philosophical views of Husserl and Frege*, Springer, Dordrecht, 1994; [Haaparanta, 1994];
- Hampton, James A., *Abstraction and context in concept representation*, in *Philosophical Transactions of the Royal Society*, n.º 358, 2003, pp. 1251-1259; [Hampton, 2003];
- Hanna, R., *Kant and the foundations of analytic philosophy*, Clarendon Press, Oxford, 2001; [Hanna, 2001];
- Harpe, P., *Topics in geometric group theory*, The University of Chicago Press, Chicago, 2000; [Harpe, 2000];
- Heidegger, M., *Kant and the problem of metaphysics*, Indiana University Press, Bloomington, 1990, trad. Richard Taft; [Heidegger, 1990];

- __, *Modern science, metaphysics and mathematics*, in «Basic Writings», David Farrell Krell (ed.), Harper Collings, São Francisco, 1993; [Heidegger, 1993];
- Heath, T., *Mathematics in Aristotle*, Oxford University Press, Londres, 1949; [Heath, 1949];
- Heidemann, D. H. (ed.), *Kant Yearbook 1/2009: Teleology*, De Gruyter, Berlin, 2009; [Heidemann et al., 2009];
- __, *Kant Yearbook 2/2010: Metaphysics*, De Gruyter, Berlin, 2010; [Heidemann et al., 2010];
- Helmholtz, H., *The origin and meaning of geometrical axioms*, *Mind*, vol. 1, n.º 3, 1876, pp. 301-321; [Helmholtz, 1876];
- Henderson, H., *Mathematics. Powerful patterns in nature and society*, Chelsea House, Nova Iorque, 2007; [Henderson, 2007];
- Henrich, D., *Between Kant and Hegel. Lectures on German Idealism*, Harvard University Press, Cambridge, 2003; [Henrich, 2003];
- Henriksen, J. J., *3D surface tracking and aproximation using Gabor filters* (tese), South Denmark University, 2007; [Henriksen, 2007];
- Hershkowitz, R., Schwarz, B. B., Dreyfus, T., *Abstraction in context: epistemic actions*, in *Journal for research in mathematics education*, vol. 32, n.º 2, Março 2001, pp. 195-222; [Hershkowitz et al., 2001];
- Hespos, S. J., Spelke, E. S., *Conceptual precursors to language*, *Nature*, vol. 430, Julho 2004, 453-456; [Hespos, Spelke, 2004];
- Hibben, J. G., *Hegel's logic: an essay in interpretation*, Batoche Books Limited, Kitchener, 2000; [Hibben, 2000];
- Hilbert, D., *Fundamentos da Geometria*, Gradiva/Paulino Lima Fortes e A. J. Franco de Oliveira, Lisboa, 2003, trad. M. do Pilar Ribeiro; [Hilbert, 2003];
- __, Cohn-Vossen, S., *Geometry and the Imagination*, Chelsea Publishing Company, New York, 1952, trad. P. Nemenyi; [Hilbert, Cohn-Vossen, 1952];
- Hintikka, J., *Knowledge and the known. Historical perspectives in epistemology*, D. Reidel Publishing Co., Dordrecht, 1974; [Hintikka, 1974];
- __, *Language, truth and logic in mathematics*, Springer, Dordrecht, 1998; [Hintikka, 1998];
- __, *On Gödel*, Wadsworth, Belmont, 2000; [Hintikka, 2000];
- __, *Socratic Epistemology: Explorations of Knowledge-Seeking by Questioning*, Cambridge University Press, Cambridge, 2007; [Hintikka, 2007];
- __, (ed.), *From Dedekind to Gödel: essays on the development of the foundations of mathematics*, Springer, Dordrecht, 1995; [Hintikka et al., 1995];
- __ (ed.), *Lingua Universalis vs. Calculus Ratiocinator: An Ultimate Presupposition of Twentieth-Century Philosophy*, Springer, Dordrecht, 1997; [Hintikka et al., 1997];
- __ (ed.), *Wittgenstein in Florida*, Springer, Dordrecht, 1991; [Hintikka et al., 1991];

- —, Gruender, D., Agazzi, E. (eds.), *Theory change, ancient axiomatics and Galileo's methodology, vol 1*, D. Reidel Publishing Co., Dordrecht, 1981; [Hintikka et al., 1981];
- —, Hintikka, M. B., *Investigating Wittgenstein*, Basil Blackwell, Oxford, 1986; [Hintikka, Hintikka, 1986];
- —, Knuuttila, S. (eds.), *The logic of being. Historical studies*, D. Reidel Publishing Co., Dordrecht, 1986; [Hintikka et al., 1986];
- Hofstadter, D. R., *Gödel, Escher, Bach: an eternal golden braid*, Basic Books, Nova Iorque, 1999; [Hofstadter, 1999];
- Holzhey, H., Mudroch, V., *Historical Dictionary of Kant and Kantianism*, Scarecrow Press, Oxford, 2005; [Holzhey, Mudroch, 2005];
- Hopkins, B. C., *The Origin of the Logic of Symbolic Mathematics: Edmund Husserl and Jacob Klein*, Indiana University Press, 2011; [Hopkins, 2011];
- Hopkins, J., *Visual geometry*, The Philosophical Review, vol. 82, n°. 1, 1973, pp. 3-34; [Hopkins, 1973];
- Humphreys, J. F., *A course in group theory*, Oxford University Press, Oxford, 1996; [Humphreys, 1996];
- Husserl, E., *Early writings in the philosophy of logic and mathematics*, Springer, Dordrecht, 1994, trad. D. Willard; [Husserl, 1994];
- —, *Phantasy, Image Consciousness, and Memory (1898-1925)*, Springer, Dordrecht, 2005, trad. J. B. Brough; [Husserl, 2005];
- —, *Psychological and transcendental phenomenology and the confrontation with Heidegger (1927-1931)* (ed. T. Sheehan, R. E. Palmer), Springer, Dordrecht, 1997a, trad., T. Sheehan e R. E. Palmer; [Husserl, 1997a];
- —, *Thing and Space. Lectures of 1907*, Kluwer, Dordrecht, 1997b, trad. R. Rojcewicz; [Husserl, 1997b];
- Hyde, S., Andersson, S., Larsson, K., Blum, Z., Landh, T., Lidin, S., Ninham, B. W., *The Language of Shape. The role of curvature in condensed matter, physics, chemistry and biology*, Elsevier, Amesterdão, 1997; [Hyde et al., 1997];
- Hyder, D., *The Determinate World: Kant and Helmholtz on the Physical Meaning of Geometry*, Walter de Guyter, Berlim, 2009; [Hyder, 2009];

I

- Ingle, D. J., Jeannerod, M., Lee, D. N., *Brain mechanisms and spatial vision*, Martinus Nijhoff, Dordrecht, 1985; [Ingle et al., 1985];
- Irvine, A. (ed.), *Philosophy of Mathematics*, Elsevier, Amsterdão, 2009; [Irvine et al., 2009];

J

- James, I. M. (ed.), *History of topology*, Elsevier, Amesterdão, 2006; [James et al., 2006];
- Jammer, M., *Concepts of space: the history of theories of space in physics*, Dover, Nova Iorque, 1993; [Jammer, 1993];
- Jansen, J., *On the development of Husserl's transcendental phenomenology of imagination and its use for interdisciplinary research*, *Phenomenology and the Cognitive Sciences*, 4, Springer, 2005, pp. 121-132; [Jansen, 2005];
- —, *Phenomenology, Imagination and Interdisciplinary Research*, in S. Gallagher and D. Schmicking (eds.), *Handbook of Phenomenology and Cognitive Science*, DOI 10.1007/978-90-481-2646-0_8, Springer, 2010, 141-158; [Jansen, 2010];
- Jones, M. R., Cartwright, N., *Idealization XII: Correcting the model. Idealization and abstraction in the sciences*, Rodopi, Nova Iorque, 2005; [Jones, Cartwright, 2005];
- Joseph, G. G., *The Crest of the Peacock*, Princeton University Press, Nova Jérícia, 2011; [Joseph, 2011];
- Joyner, D., *Adventures in group theory. Rubik's cube, Merlin's machine & other mathematical toys*, The John Hopkins University Press, Baltimore, 2008; [Joyner, 2008];
- Judson, L. (ed.), *Aristotle's Physics. A collection of essays*, Clarendon Press, Oxford, 2003; [Judson et al., 2003];

K

- Kant, I., *Antropology, History and Education*, (ed. G. Zöllner, R. B. Louden) Cambridge University Press, Oxford, 2007, trad. M. Gregor, P. Guyer, R. B. Louden, H. Wilson, A. W. Wood, G. Zöllner, e A. Zweig; [Kant, 2007];
- —, *Correspondence*, Cambridge University Press, Boston, 1999, trad. e ed. A. Zweig; [Kant, 1999];
- —, *Lectures on logic*, Cambridge University Press, Cambridge, 1997, trad. K. Ameriks e S. Naragon; [Kant, 1997];
- —, *Lectures on metaphysics*, Cambridge University Press, Cambridge, 1992, trad. J. M. Young; [Kant, 1992];
- —, *Lógica*, Edições Texto & Grafia, Lisboa, 2009, trad. A. Morão; [Kant, 2009];
- —, *Opus Postumum*, Cambridge University Press, Boston, 1993, trad. E. Förster e M. Rosen; [Kant, 1993];
- —, *Philosophical correspondence, 1759-99*, The University of Chicago Press, Chicago, 1967, trad. A. Zweig; [Kant, 1967];
- —, *The conflict of the faculties*, Abaris Books, Nova Iorque, 1979, trad. M. J. Gregor; [Kant, 1979];
- Kasner, E.; Newman, J., *Mathematics and the imagination*, G. Bell and Sons, Londres, 1950; [Kasner, Newman, 1950];

- Keller, P., *Kant and the demands of self-consciousness*, Cambridge University Press, Cambridge, 2004; [Keller, 2004];
- Kirby, J., *Aristotle's Metaphysics. Form, matter, and identity*, Continuum, Londres, 2008; [Kirby, 2008];
- Kirwan, J., *The Aesthetic in Kant: a critique*, Continuum, Londres, 2004; [Kirwan, 2004];
- Kitcher, P., *Kant's transcendental psychology*, Oxford University Press, Oxford, 1990; [Kitcher, 1990];
- Klenk, V. H., *Wittgenstein's philosophy of mathematics*, Martinus Nijhoff, Haia, 1976; [Klenk, 1976];
- Körner, W. S., *Categorical Frameworks*, Barnes and Noble, Nova Iorque, 1970; [Körner, 1970];
- —, *Kant*, Penguin Books, Londres, 1955; [Körner, 1955];
- Krantz, S. G., *A guide to topology*, MAS, Washington, 2009; [Krantz, 2009];
- Krieger, M. H., *Constitutions of matter. Mathematically modeling the most everyday of physical phenomena*, The University of Chicago Press, Chicago, 1996; [Krieger, 1996];
- Kriegeskorte, N., Kievit, R. A., *Representational geometry: integrating cognition, computation, and the brain*, Trends in Cognitive Sciences, Vol. 17, Nr. 8, Elsevier, Agosto 2013, 401-412; [Kriegeskorte, Kievit, 2013];

L

- Lachièze-Rey, M. (ed.), *L'espace physique entre mathématiques et philosophie*, EDP Sciences, 2006; [Lachièze-Rey et al., 2006];
- Lakoff, G., *Some Empirical Results about the Nature of Concepts*, in *Mind & Language*, 4, 1989, 103-129; [Lakoff, 1989];
- —, Brugman, C., *Cognitive topology and lexical networks*, 1988, <https://georgelakoff.files.wordpress.com/2011/04/cognitive-topology-and-lexical-networks-lakoff-and-brugman-1988.pdf>; [Lakoff, Brugman, 1988];
- Lang, H. S., *The order of nature in Aristotle's Physics. Place and the elements*, Cambridge University Press, Cambridge, 1998; [Lang, 1998];
- Langton, R., *Kantian Humility: Our Ignorance of Things in Themselves*, Clarendon Press, Oxford, 1998; [Langton, 1998];
- Lazareva, O., Shimizu, T., Wasserman, E. A. (eds.), *How animals see the world: comparative behavior, biology, and evolution of vision*, Oxford University Press, Oxford, 2012; [Lazareva et al., 2012];
- Leary, C. C., *A friendly introduction to mathematical logic*, Prentice Hall, Nova Jérsea, 2000; [Leary, 2000];

- Lefèvre, W. (ed.), *Between Leibniz, Newton and Kant. Philosophy and science in the eighteenth century*, Springer, Dordrecht, 2001; [Lefèvre et al., 2001];
- Leibniz, G. W., Clarke, S., *Correspondence*, Hackett Publishing Co., Indianapolis, 2000, trad. R. Ariew; [Leibniz, 2000];
- Lévi-Strauss, C., *Mito e significado*, Edições 70, Lisboa, 1996, trad. António Marques Bessa; [Lévi-Strauss, 1996];
- Lima-de-Faria, A., *Molecular origins of brain and body geometry. Plato's concept of reality is reversed*, Springer, Cham, 2014; [Lima-de-Faria, 2014];
- Limnatis, N. G., *German idealism and the problem of knowledge: Kant, Fichte, Schelling and Hegel*, Springer, 2008; [Limnatis, 2008];
- Lindsay, A. D., *Kant*, Greenwood Press, Westport, 1970; [Lindsay, 1970];
- Livio, M., *Is God a Mathematician*, Simon & Schuster, Nova Iorque, 2009; [Livio, 2009];
- Llewelyn, J., *The Hypocritical Imagination. Between Kant and Levinas*, Routledge, Londres, 2000; [Llewelyn, 2000];
- Longuenesse, B., *Kant and the Capacity to Judge. Sensibility and discursivity in the transcendental analytic of the Critique of Pure Reason*, Princeton University Press, Nova Jérícia, 1998, trad. C. T. Wolfe; [Longuenesse, 1998];
- —, *Kant on the Human Standpoint*, Cambridge University Press, Cambridge, 2005; [Longuenesse, 2005];
- Lyotard, J.-F., *La condition postmoderne. Rapport sur le savoir*, Les Éditions de Minuit, Paris, 1979; [Lyotard, 1979];

M

- Maat, J., *Philosophical languages in the seventeenth century: Dalgarno, Wilkins, Leibniz*, Springer, Dordrecht, 2004; [Maat, 2004];
- Mach, E., *Space and Geometry in the light of physiological, psychological and physical inquiry*, The Open Court, La Salle, 1943, trad. T. J. McCormack; [Mach, 1943];
- —, *The Principles of Physical Optics*, Dover, 2003, trad. J. S. Anderson e A. F. A. Young; [Mach, 2003];
- Machery, E., «Doit-on se passer de la notion de concept?» in *Actes du colloque de la SOPHA – Montréal 2003: Langage, Pensée, Action* (S. Lapointe, F. Lepage, eds.), vol. 2, 2005; [Machery, 2005];
- Makkai, M., Paré, R., *Accessible categories: the foundations of categorical model theory*, AMS, Rhode Island, 1989; [Makkai, Paré, 1989];
- Malpas, J., *Heidegger and the thinking of place. Explorations in the topology of being*, The MIT Press, Cambridge, 2012; [Malpas, 2012];

- Mandelbrot, B. B., *The fractal geometry of nature*, W. H. Freeman and Company, Nova Iorque, 1983; [Mandelbrot, 1983];
- Margot, J.-P., *A propósito del “more geometrico” en Descartes y Spinoza*, in *Praxis Filosófica, Nueva serie*, no. 29, Julho-Dezembro, 2009, pp. 85-100; [Margot, 2009];
- Martinez-Conde, S., Macknik, S., Martinez, M., Alonso, J.-M. (eds.), *Visual perception, part I. Fundamentals of vision: low and mid-level processes in perception*, Progress in Brain Research, 154, Elsevier Science, 2006; [M.-Conde et al., 2006];
- Mattick, P., *Art in its time. Theories and practices of modern aesthetics*, Routledge, Londres, [2003]; Mattick, 2003;
- McGhee, G., *The Geometry of Evolution. Adaptive Landscapes and Theoretical Morphospaces*, Cambridge University Press, Cambridge, 2007; [McGhee, 2007];
- Mendell, H., *Aristotle and mathematics*, in The Stanford Encyclopedia of Philosophy (ed. E. N. Zalta), 2008, <http://plato.stanford.edu/archives/win2008/entries/aristotle-mathematics>; [Mendell, 2008];
- Mendelsohn, R. L., *The Philosophy of Gottlob Frege*, Cambridge University Press, Cambridge, 2005; [Mendelsohn, 2005];
- Merleau-Ponty, M., *Conversas-1948*, Martins Fontes, São Paulo, 2004a, trad. F. Landa e E. Landa; [Merleau-Ponty, 2004a];
- —, *La Nature. Notes. Cours du Collège de France*, Éditions du Seuil, Paris, 1995; [Merleau-Ponty, 1995];
- —, *Notes de Cours sur L’Origine de la Géométrie de Husserl (Suivi de Recherches sur la Phénoménologie de Merleau-Ponty)*, texto «Husserl aux Limites de La Phénoménologie», pp. 11-92, PUF, Paris, 1998; [Merleau-Ponty, 1998];
- —, *Phénoménologie de la perception*, Gallimard, Paris, 2001; [Merleau-Ponty, 2001];
- —, *The structure of behavior*, Beacon Press, Boston, 1967, trad. A. L. Fisher; [Merleau-Ponty, 1967];
- —, *The world of perception*, Routledge, Abingdon, 2004b, trad. O. Davis; [Merleau-Ponty, 2004b];
- Melnick, A., *Kant’s theory of the self*, Routledge, Nova Iorque, 2009; [Melnick, 2009];
- Mezey, P. G., *Shape in chemistry. An introduction to molecular shape and topology*, VCH, Nova Iorque, 1993; [Mezey, 1993];
- Mckee, R., *Introduction to Aristotle*, The Modern Library, Nova Iorque, 1947; [Mckee, 1947];
- —, *Selections from medieval philosophers I: Augustin to Albert the Great*, Charles Scribner’s Sons, Londres, 1930a; [Mckee, 1930a];
- —, *Selections from medieval philosophers II: Roger Bacon to William of Ockham*, Charles Scribner’s Sons, Londres, 1930b; [Mckee, 1930b];

- Mitchell, B., *Theory of categories*, Academic Press, Londres, 1965; [Mitchell, 1965];
- Mohanty, J. N. (ed.), *Readings on Edmund Husserl's Logical Investigations*, Martinus Nijhoff, Haia, 1977; [Mohanty et al., 1977];
- Molder, M. F., *Símbolo, Analogia, Afinidade*, Edições Vendaval, Lisboa, 2009; [Molder, 2009];
- —, Soeiro, D., Fonseca, N. (eds.), *Morphology. Questions on Method and Language*, Peter Lang, Berna, 2013; [Molder et al., 2013];
- Monastyrsky, M. I. (ed.), *Topology in molecular biology*, Springer, Berlim, 2007; [Monastyrsky et al., 2007];
- Moreno, L. F., Lamillar, F. J. S., Gomez, C. B. (eds.), *Ensayos sobre lógica, language, mente y ciencia*, Alfar, Sevilha, 2012; [Moreno et al., 2012];
- Morison, B., *On location: Aristotle's concept of place*, Clarendon Press, Oxford, 2002; [Morison, 2002];
- Mormann, T., *Husserl's philosophy of science and the semantic approach*, Philosophy of Science, vol. 58, n.º 1, 1991, pp. 61-83; [Mormann, 1991];
- Mortley, R., “Chapter III. Plotinus and abstraction”, in *From Word to Silence, 2: The Way of Negation*, Christian and Greek, 1986; [Mortley, 1986];
- Moseley, A., *Aristotle*, Continuum, Londres, 2010; [Moseley, 2010];
- Murawski, R., *Essays in the philosophy and history of logic and mathematics*, Rodopi, Amesterdão, 2010; [Murawski, 2010];
- Murdoch, D., *Exclusion and abstraction in Descartes' metaphysics*, in *The Philosophical Quarterly*, vol. 43, n.º 170, Janeiro 1993, pp. 38-57; [Murdoch, 1993];

N

- Nestle, W., *Vom Mythos zum Logos: Die Selbstentstaltung des griechischen Denkens von Homer bis auf die Sophistik und Sokrates*, Alfred Kröner, Estugarda, 1940; [Nestle, 1940];
- Netter, F. H., *Atlas of human anatomy*, Elsevier, Filadélfia, 2011; [Netter, 2011];
- Netter, F. H., Craig, J. A., Perkins, J. (ilustr.), Hansen, J. T., Koeppen, B. M (text.), *Atlas of neuroanatomy and neurophysiology. Selections from the Netter Collection of Medical Illustrations*, Icon, 2002; [Netter et al., 2002];
- Newall, M., *What is a picture? Depiction, realism, abstraction*, Palgrave MacMillan, Londres, 2011; [Newall, 2011];
- Nuzzo, A., *Ideal embodiment: Kant's theory of sensibility*, Indiana University Press, 2008; [Nuzzo, 2008];

O

- Ögmen, H., Herzog, M. H., *The Geometry of Visual Perception: Retinotopic and Nonretinotopic Representations in the Human Visual System*, in Proc. IEEE, Inst. Electr. Electron., 98(3), 2010, 479–492; [Ögmen, Herzog, 2010];
- O'Hear, A. (ed.), *German Philosophy Since Kant*, Cambridge University Press, Cambridge, 1999; [O'Hear et al., 1999];
- Okninsky, A., *Catastrophe Theory*, vol. 33 de Chemical Kinetics, Elsevier, Amesterdão, 1992; [Okninsky, 1992];
- Okruhlik, K., Brown, J. R. (eds.), *The natural philosophy of Leibniz*, D. Reidel Publishing Co., Dordrecht, 1985; [Okruhlik et al., 1985];
- Osserman, R., *Poesia do Universo: Uma exploração matemática do Cosmos*, Difusão Cultural, Lisboa, 1995, trad. F. Nunes e F. Bensabat; [Osserman, 1995];
- Overton, W. F., Gallagher, J. M. (eds.), *Knowledge and development, vol. 1: advances in research and theory*, Plenum Press, Nova Iorque, 1977; [Overton, Gallagher, 1977];

P

- Pascal, B., *Pensées précédées des principaux opuscules*, La Bonne Compagnie, Paris, 1947; [Pascal, 1947];
- Paton, H. J., *Kant's metaphysics of experience vol. I*, George Allen & Unwin Ltd., Londres, 1936a; [Paton, 1936a];
- —, *Kant's metaphysics of experience vol. II*, George Allen & Unwin Ltd., Londres, 1936b; [Paton, 1936b];
- Peano, G., *Selected works of Giuseppe Peano* (ed. H. C. Kennedy), George Allen & Unwin Ltd., Londres, 1973, trad. H. C. Kennedy; [Peano, 1973];
- Peirce, C. S., *Philosophy of Mathematics. Selected Writings*, Indiana University Press, Bloomington, 2010; [Peirce, 2010];
- Pessoa, F., *Álvaro de Campos: Aviso por causa da moral e outros textos*, Ática, Lisboa, 2009; [Pessoa, 2009];
- Petitot, J., *Complexité neurodynamique en sciences cognitives*, (inérito); [Petitot, s/d a];
- —, *Géométrie et vision dans Ding und Raum de Husserl*, Intellectica, 39, 2004a, pp. 139-167; [Petitot, 2004a];
- —, *Syntaxe topologique et grammaire cognitive*, in Langages, ano 25, n°. 103, 1991, 97-128; [Petitot, 1991];
- Petitot, J., Varela, F., Pachoud, B., Roy, J.-M. (eds.), *Naturalizing Phenomenology. Issues in contemporary phenomenology and cognitive science*, Stanford University Press, Stanford, 1999; [Petitot et al., 1999];
- Piaget, J., *The language and the thought of the child*, Routledge, Londres, 2001, trad. M. e R. Gabain; [Piaget, 2001];

- —, *The Psychology of Intelligence*, Routledge, Londres, 2003, trad. M. Piercy e D. E. Berlyne; [Piaget, 2003];
- —, *Judgement and reasoning in the child*, Routledge, Londres, 2002, trad. M. Warden; [Piaget, 2002];
- —, Grize, J.-B., Szeminska, A., Bang, V. (eds.), *Epistemology and psychology of functions*, D. Reidel Publishing Co., Dordrecht, 1977; [Piaget et al., 1977];
- Pippin, R. B., *Kant's theory of form. An essay on the Critique of Pure Reason*, Yale University Press, New Haven, 1982; [Pippin, 1982];
- Platão, *As Leis incluindo Epinomis*, Edipro, São Paulo, 1999, trad. E. Bini; [Platão, 1999];
- —, *Cartas*, Editorial Estampa, Lisboa, 2002, trad. C. G. da Silva e M. A. Melo; [Platão, 2002];
- —, *Crátilo*, estudo e tradução de Luciano Ferreira de Sousa (tese), São Paulo, 2010; [CR];
- —, *Diálogos: O Banquete, Fédon, Sofista, Político*, Nova Cultural, São Paulo, 1991, trad. J. Cavalcante de Souza, J. Paleikat e J. C. Costa; [Platão, 1991];
- —, *Fédon*, Porto Editora, Porto, 1995, trad. M. A. Alves de Sousa; [Platão, 1995];
- —, *Fedro*, Guimarães Editores, Lisboa, 2000, trad. Pinharanda Gomes; [Platão, 2000];
- —, *Teeteto*, Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa, 2005, trad. A. M. Nogueira e M. Boeri; [Platão, 2005];
- —, *The Symposium*, Cambridge University Press, Cambridge, 2008, trad. M. C. Howatson; [Platão, 2008];
- Plateau, J., *Bibliographie analytique des principaux phénomènes subjectifs de la vision depuis les temps anciens jusqu'à la fin du XVIIIème siècle, suivie d'une bibliographie simple pour la partie écoulée du siècle actuel*, Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique, Tomo XLII, Bruxelas, 1878; [Plateau, 1878];
- Plotino, *The Enneads*, Faber and Faber, Londres, 1930, trad. Inglesa Stephen MacKenna; [Plotino, 1930];
- Poggio, T., *Marr's approach to vision*, A. I. Memo 645, MIT, 1981, 7 pp.; [Poggio, 1981];
- Poincaré, H., *Des fondements de la géométrie*, Bibliothèque de la Synthèse Scientifique (ed. L. Rougier), Étienne Chiron, Paris, 1921; [Poincaré, 1921];
- —, *Dernières Pensées*, Flammarion, Paris, 1913; [Poincaré, 1913];
- —, *Filosofia da Matemática: Breve antologia de textos de Filosofia da Matemática de Henri Poincaré* (A. J. F. de Oliveira, ed.), Cadernos de Filosofia das Ciências, 10, CFCUL, Lisboa, 2010; [Poincaré, 2010];
- —, *La Science et l'Hypothèse*, Flammarion, Paris, 1902; [Poincaré, 1902];
- —, *La valeur de la Science*, Flammarion, Paris, 1905; [Poincaré, 1905];
- —, *Science et Méthode*, Flammarion, Paris, 1908; [Poincaré, 1908];
- —, *Sur les hypothèses fondamentales de la géométrie*, Bulletin de la S. M. F., tomo 15, 1887, pp. 203-216; [Poincaré, 1887];

- Polansky, R., *Aristotle's De Anima*, Cambridge University Press, Cambridge, 2007; [Polansky, 2007];
- Pollard, S. (ed.), *Essays on the Foundations of Mathematics by Moritz Pasch*, Springer-Verlag, Dordrecht, 2010; [Pollard, 2010];
- Pombo, O., Melim, N. (eds.), *Kairos. Journal of Philosophy and Science*, nr. 2, CFCUL, Lisboa, Maio 2011; [Pombo et al., 2011];
- Popper, K., *New foundations for logic*, Mind, New Series, vol. 56, 223, Julho 1947, 193-235; [Popper, 1947];
- Prasolov, V. V., *Intuitive Topology*, AMS, 2011, trad. A. Sossinsky, [Prasolov, 2011];
- Primiero, G., *On building abstract terms in type systems*, in Logica 2006 Yearbook (O. Tomala, R. Honzik, eds.), 2007, 191-202; [Primiero, 2007];
- Proença, N. M., *Wittgenstein, a prova e a actividade matemática: uma introdução*, Cadernos de Filosofia das Ciências 7, CFCUL, Lisboa, 2008; [Proença, 2008];
- Pulvermüller, F., *How neurons make meaning: brain mechanisms for embodied and abstract-symbolic semantics*, Trends in Cognitive Sciences Vol. 17, Nr. 9, Elsevier, Setembro, 2013, 458-470; [Pulvermüller, 2013];

R

- Radnitzky, G., Bartley III, W. W. (eds.), *Evolutionary Epistemology, Rationality, and the Sociology of Knowledge*, Open Court, Illinois, 1987; [Radnitzky, Bartley III, 1987];
- Ragg, E., *Wallace Stevens and the aesthetics of abstraction*, Cambridge University Press, Cambridge, 2010; [Ragg, 2010];
- Rawes, P., *Space, geometry and aesthetics. Through Kant and towards Deleuze*, Palgrave Macmillan, Nova Iorque, 2008; [Rawes, 2008];
- Ray, C., *Time, Space and Philosophy. Philosophical issues in science*, Routledge, Londres, 1991; [Ray, 1991];
- Reeve, C. D. C., *Substantial Knowledge. Aristotle's metaphysics*, Hackett, Cambridge, 2000; [Reeve, 2000];
- Reichenbach, H., *The philosophy of space and time*, Dover, Nova Iorque, 1958, trad. M. Reichenbach e J. Freund; [Reichenbach, 1958];
- Reid, M., Szendrői, B., *Geometry and topology*, Cambridge University Press, Cambridge, 2005; [Reid, Szendrői, 2005];
- Reid, T., *An inquiry into the human mind. On the principles of common sense*, Thomas Tegg, Cheapside, Londres, 1823; [Reid, 1823];
- Rescher, N., *Kant and the Reach of Reason. Studies in Kant's Theory of Rational Systematization*, Cambridge University Press, Cambridge, 2000; [Rescher, 2000];

- Richeson, D. S., *Euler's gem. The polyhedron formula and the birth of topology*, Princeton University Press, Nova Jérsea, 2008; [Richeson, 2008];
- Riemann, B., *Riemanniana Selecta* (ed. J. Ferreirós), Consejo Superior de Investigaciones Científicas, Madrid, 2000; [Riemann, 2000];
- Robinson, D. J. S., *A course in the theory of groups*, Springer, Dordrecht, 1996; [Robinson, 1996];
- Robinson, H. J., *Relation philosophy of mathematics, science and mind*, Sharebooks, Ontário, 2005; [Robinson, 2005];
- Rogerson, K. F., *The problem of free harmony in Kant's aesthetics*, State University of New York Press, Nova Iorque, 2008; [Rogerson, 2008];
- Rohloff, W., *Kant's argument from the applicability of geometry*, Kant Studies Online, 2012, pp. 23-50; [Rohloff, 2012];
- Ropper, A. H., Brown, R. H., *Adam's and Victor's Principles of Neurology*, McGraw-Hill, Nova Iorque, 2005; [Ropper, Brown, 2005];
- Rosenfeld, B. A., *A History of Non-Euclidean Geometry. Evolution of the Concept of a Geometric Space*, Springer-Verlag, Nova Iorque, 1988, trad. A. Shenitzer; [Rosenfeld, 1988];
- Rossi, P., *Clavis Universalis. Arti mnemoniche e logica combinatoria da Lullo a Leibniz*, Riccardo Ricciardi Editore, Milão, 1960; [Rossi, 1960];
- Rota, G.-C., *The phenomenology of mathematical beauty*, in *Synthese*, 2, vol. 111, Maio 1997, 171-182; [Rota, 1997];
- Roth, W.-M., *Geometry as objective science in elementary school classroom: mathematics in the flesh*, Routledge, Nova Iorque, 2011; [Roth, 2011];
- Rotman, J. J., *An introduction to the theory of groups*, Springer-Verlag, Nova Iorque, 1995; [Rotman, 1995];
- Rougier, L., *La philosophie géométrique de Henri Poincaré*, Librairie Félix Alcan, Paris, 1920; [Rougier, 1920];
- Russell, B., *A critical exposition of the philosophy of Leibniz*, Routledge, Londres, 1992; [Russell, 1992];
- —, *Introdução à Filosofia Matemática*, Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa 2007, trad. A. Silva Graça; [Russell, 2007];
- —, *The Foundations of Geometry*, C. J. Clay and Sons, Londres, 1897; [Russell, 1897];
- —, *The Logic of Geometry*, in «Mind», n.º 5, 1896, pp. 1-23; [Russell, 1896];
- Ruttkamp, E., *A model-theoretic realist interpretation of science*, Springer, Dordrecht, 2002; [Ruttkamp, 2002];

- Saint-Hilaire, G., *Principes de philosophie zoologique discutés en Mars 1830 au sein de l'Académie Royale des Sciences*, Pichon et Didier, 1830, Paris; [Saint-Hilaire, 1830];
- Sartre, J.-P., *L'imaginaire*, Gallimard: Folio essais, Paris, 2005; [Sartre, 2005];
- Sasaki, C., *Descarte's mathematical thought*, Springer, Dordrecht, 2003; [Sasaki, 2003];
- Schwartz, R. (ed.), *Perception*, Blackwell, Oxford, 2004; [Schwartz et al., 2004];
- Schönfeld, M., *The philosophy of the young Kant. The precritical project*, Oxford University Press, Oxford, 2000; [Schönfeld, 2000];
- Schulting, D., Verburgt, J. (eds.), *Kant's Idealism. New Interpretations of a Controversial Doctrine*, Springer, Dordrecht, 2011; [Schulting et al., 2011];
- Serres, M., *Filosofia Mestiça (Le Tiers-Instruit)*, Nova Fronteira, Rio de Janeiro, 1993, trad. M. I. D. Estrada; [Serres, 1993];
- —, *Hermes. Literature, Science, Philosophy* (ed. J. V. Harari, D. F. Bell), The John Hopkins University Press, Baltimore, 1982, trad. n. i.; [Serres, 1982];
- —, *O Contrato-Natural*, Instituto Piaget, Lisboa, 1994, trad. S. Ferreira; [Serres, 1994];
- —, *Variações sobre o corpo*, Bertrand Brasil, Rio de Janeiro, 2004, trad. E. A. Carvalho e M. P. Bosco; [Serres, 2004];
- Seung, T. K., *Kant: a guide for the perplexed*, Continuum, Londres, 2007; [Seung, 2007];
- Shapiro, L. G., Haralick, R. M., *Structural descriptions and inexact matching*, Transactions on pattern analysis and machine intelligence, vol. 3, nr. 5., Setembro 1981, pp. 504-519; [Shapiro, Haralick, 1981];
- Shields, C., *Aristotle*, Routledge, Nova Iorque, 2007; [Shields, 2007];
- Singer, D. G., Revenson, T. A., *A Piaget primer: how a child thinks*, Penguin Books, Nova Iorque, 1996; [Singer, Revenson, 1996];
- Smythe, R. H., *Vision in the animal world*, The Macmillan Press, Londres, 1975; [Smyth, 1975];
- Souter, G., *Malevich*, Parkstone Press, Nova Iorque, 2012; [Souter, 2012];
- Souza, J. C. de (org.), *Os pré-socráticos: fragmentos, doxografia e comentários*, Editora Nova Cultural, São Paulo, 1996; [Souza, 1996];
- Stahl, S., Stenson, C., *Introduction to topology and geometry*, Wiley, Nova Iorque, 2013; [Stahl, Stenson, 2013];
- Steinbock, A. J., *Husserl's static and genetic phenomenology: translator's introduction to two essays*, Continental philosophy review, 31, 1998, pp. 127-134; [Steinbock, 1998];
- Stern, R., *Hegel, Kant and the Structure of the Object*, Routledge, Londres, 1990; [Stern, 1990];
- Sterpetti, F., *Formalizing Darwinism, Naturalizing Mathematics*, in Paradigmi. Rivista di Critica Filosofica, vol. XXXIII, n.º 2, 2015; [Sterpetti, 2015];

- Strayer, J., *Subjects and objects. Art, essentialism and abstraction*, Brill, Leiden, 2007; [Strayer, 2007];
- Strawson, P. F., *The bounds of sense: an essay on Kant's Critique of the Pure Reason*, Routledge, Abingdon, 2007; [Strawson, 2007];
- Stump, D., *Poincaré's thesis of the translatability of euclidean and non-euclidean geometries*, *Nous*, vol. 25, n° 5, 1991, pp. 639-657; [Stump, 1991];
- Sumners, D. W. L. (ed.), *New scientific applications of geometry and topology*, AMS, Rhode Island, 1992; [Sumners et al., 1992];
- Suppes, P. (ed.), *Space, Time and Geometry*, D. Reidel Publishing Co., Dordrecht, 1973; [Suppes et al., 1973];

T

- Tabak, J., *Beyond Geometry. A new mathematics of space and form*, Facts on File, Nova Iorque, 2011b; [Tabak, 2011b];
- —, *Geometry. The language of space and form*, Facts on File, Nova Iorque, 2011a; [Tabak, 2011a];
- Tannery, P., *La géométrie grecque*; Gauthier-Villars, Paris, 1887; [Tannery, 1887];
- Taylor, A. E., *A comentary on Plato's Timaeus*, Clarendon Press, Oxford, 1928; [Taylor, 1928];
- Thom, R., *Ésquisse d'une Sémiophysique. Physique aristotelicienne et théorie des catastrophes*, InterÉditions, Paris, 1988; [Thom, 1988];
- —, *Modèles mathématiques de la Morphogenèse*, 10 18, Paris, 1974; [Thom, 1974];
- —, *Stabilité structurelle et morphogénèse. Essay d'une théorie générale des modèles*, InterEditions, Paris, 1977; [Thom, 1977];
- Tito, J. M., *Logic in the Husserlian Context*, Northwestern University Press, Illinois, 1990; [Tito, 1990];
- Toadvine, T., Embree, L., (eds.), *Merleau-Ponty's reading of Husserl*, Springer, Dordrecht, 2002; [Toadvine, Embree, 2002];
- Trobe, J., *The neurology of vision*, Oxford University Press, Oxford, 2001; [Trobe, 2001];
- Trobok, M., Miscevic, N., Zarnic, B. (eds.), *Between logic and reality. Modeling inference, action and understanding*, Springer, Dordrecht, 2012; [Trobok et al., 2012];
- Tsatsanis, P., *On René Thom's significance for mathematics and philosophy*, in *Scripta Philosophiae Naturalis*, n.º 2, 2012, 213-229; [Tsatsanis, 2012];
- Turing, A. M., *The chemical basis of morphogenesis*, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series B, Biological Sciences*, vol. 237, nr. 641, 14 de Agosto 1952, pp. 37-72; [Turing, 1952];

U

- Ulisses Moulines, C., *Explicación teórica y compromisos ontológicos: un modelo estructuralista*, in *Quaderns de filosofia i ciència*, 37, 2007, 7-14; [Ulisses Moulines, 2007];
- __, *La filosofía de la ciencia como disciplina hermenéutica*, in *ISEGORIA*, n.º12, 1995, 110-118; [Ulisses Moulines, 1995];
- __, *Las ideas básicas del estructuralismo metacientífico*, in *Revista de Filosofía*, 3ª época, vol., n.º 16, 1996, 93-104; [Ulisses Moulines, 1996];
- Ullmann-Margalite, E. (ed.), *The Kaleidoscope of Science. The Israel Colloquium: Studies in History, Philosophy, and Sociology of Science, Vol. 1*, D. Reidel Publishing Co., Dordrecht, 1986; [U-Margalite et al., 1986];

V

- Vaihinger, H., *The philosophy of “as if”*, Kegan Paul, Londres, 1935, trad. C. K. Ogden; [Vaihinger, 1935];
- Vailati, E., *Leibniz and Clarke: a study of their correspondence*, Oxford University Press, Oxford, 1997; [Vailati, 1997];
- Van Cleve, J., *Thomas Reid’s geometry of visibles*, *The Philosophical Review*, vol. 111, n.º. 3, 2002, pp. 373-416; [Van Cleve, 2002];
- Van den Bergh, S., *The Nazca Geoglyphs - an astronomical (?) mystery*, *Vistas in astronomy*, Vol. 35, Pergamon Press, 1992, 273-280; [Van der Bergh, 1992];
- Van Kerkhove, B. (ed.), *New perspectives on mathematical practices. Essays in philosophy and history of mathematics*, World Scientific, Nova Jérsea, 2009; [Van Kerkhove et al., 2009];
- __, Van Bendegem, J. P. (eds.), *Perspectives on mathematical practices. Bringing together philosophy of mathematics, sociology of mathematics and mathematics education*, Springer, Dordrecht, 2007; [Van Kerkhove et al., 2007];
- Vasconcellos, F. A. L., *História das Matemáticas na Antiguidade*, revisão e coordenação Augusto J. Franco de Oliveira, Ludus, Lisboa, 2009; [Vasconcellos, 2009];
- Verriest, G., *Life, eye disease and work of Joseph Plateau*, *Documenta Ophthalmologica* 74, Kluwer, 1990, 9-20; [Verriest, 1990];
- Vuillemin, J., *Poincaré’s philosophy of space*, *Synthese*, 24, D. Reidel Publishing Co., Dordrecht, 1972, pp. 161-179; [Vuillemin, 1972];

W

- Waldmann, S., *Topology. An introduction*, Springer, Cham, 2014; [Waldmann, 2014];
- Ward, A., *Kant: The Three Critiques*, Polity Press, Cambridge, 2007; [Ward, 2007];
- Welling, Hans, *Four mental operations in creative cognition: the importance of abstraction*, in *Creativity Research Journal*, vol. 19, n.ºs 2-3, 2007, pp. 163-177; [Welling, 2007];

- Welton, D., *The origins of meaning. A critical study of the thresholds of husserlian phenomenology*, Martinus Nijhoff, Haia, 1983; [Welton, 1983];
- Wenzel, C. H., *An Introduction to Kant's Aesthetics. Core Concepts and Problems*, Blackwell, Oxford, 2005; [Wenzel, 2005];
- Werkmeister, W. H., *Kant's silent decade: a decade of philosophical development*, University Presses of Florida, Tallahassee, 1979; [Werkmeister, 1979];
- Weyl, H., *Mind and Nature. Selected writings on philosophy, mathematics and physics*, Princeton University Press, Nova Jérícia, Nova Iorque, 2009; [Weyl, 2009];
- —, *Philosophy of Mathematics and Natural Science*, Princeton University Press, Nova Jérícia, 1949; [Weyl, 1949];
- —, *Symmetry*, Princeton University Press, Nova Jérícia, 1952; [Weyl, 1952];
- Wheeler, K. L., *Pythagoras, Plato and the golden ratio*, Darkstar Publications, Lexington, 2005; [Wheeler, 2005];
- Whitehead, A. N., *A Ciência e o Mundo Moderno*, Paulus, São Paulo, 2006; [Whitehead, 2006];
- —, *An inquiry concerning the principles of natural knowledge*, Cambridge University Press, Cambridge, 1919; [Whitehead, 1919];
- —, *An introduction to mathematics*, Henry Holt and Company, Nova Iorque, 1911; [Whitehead, 1911];
- —, *Process and Reality. An essay in cosmology*, The Free Press, Nova Iorque, 1978; [Whitehead, 1978];
- Wigner, E. P., *The collected works of Eugene Paul Wigner. Part B: Historical, philosophical and socio-political papers*, vol. VI (Philosophical reflections and synthesis) (ed. J. Mehra), Springer-Verlag, Berlim, 1995; [Wigner, 1995];
- Wilkes, A. L., *Knowledge in minds: individual and collective processes in cognition*, Psychology Press, Hove, 1997; [Wilkes, 1997];
- Wittgenstein, L., *Anotações sobre as Cores*, Edições 70, Lisboa, 1987, trad. Filipe Nogueira e Maria João Freitas, revista por Artur Morão; [Wittgenstein, 1987];
- —, *O Livro Azul*, Edições 70, Lisboa, 1958a, trad. Jorge Mendes; [Wittgenstein, 1958a];
- —, *O Livro Castanho*, Edições 70, Lisboa, 1958b, trad. Jorge Marques; [Wittgenstein, 1958b];
- —, *The Collected Works of Ludwig Wittgenstein*, Blackwell, Oxford, 1998; [Wittgenstein, 1998];
- —, *Tratado Lógico-Filosófico/ Investigações Filosóficas*, Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa, 2008, trad. M. S. Lourenço; [TLF];
- —, *Últimos escritos sobre a filosofia da psicologia*, Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa, 2007, trad. A. Marques, N. Venturinha, J. T. Proença; [Wittgenstein, 2007];

- Wolff, R. P. (ed.), *Kant: a collection of critical essays*, Anchor Books, Nova Iorque, 1967; [Wolff et al., 1967];
- Wood, A. W., *Kant*, Blackwell, Oxford, 2005; [Wood, 2005];

Y

- Yaffe, G., *Reconsidering Reid's Geometry of Visibles*, in *The Philosophical Quarterly*, Vol. 52, No. 209, Outubro 2002, 602-620; [Yaffe, 2002];

Z

- Zahar, E. G., *Poincaré's philosophy of geometry, or does Geometric Conventionalism deserve its name?*, in *Stud. Hist. Phil. Mod. Phys.*, vol. 28, 2, 1997, pp. 183-218; [Zahar, 1997];
- Zammito, J. H., *The genesis of Kant's Critique of Judgement*, The University of Chicago Press, Chicago, 1992; [Zammito, 1992];
- Zeller, E., Mondolfo, R., *La filosofia dei greci nel suo sviluppo storico, parte II, vol. III/1: Platone e l'Accademia antica*, (ed. M. I. Parente), La Nuova Italia, Firenze, 1974; [Zeller, Mondolfo, 1974a];
- Zeller, E., Mondolfo, R., *La filosofia dei greci nel suo sviluppo storico, parte II, vol. III/2: Platone e l'Accademia antica*, (ed. M. I. Parente), La Nuova Italia, Firenze, 1974; [Zeller, Mondolfo, 1974b];
- Zumbach, C., *The transcendent science. Kant's conception of biological methodology*, Martinus Nijhoff, Haia, 1984; [Zumbach, 1984];

APÊNDICE I

Considerações Introdutórias:

§11. Na simples possibilidade de compreender a configuração particular que essas estruturas aí adoptam impõe-se a existência de um plano comum que permite transitar da compreensão familiar dessas estruturas para uma configuração distinta e talvez até incompatível. Aí se revela uma das virtudes excepcionais da matemática.

Gerhard Vollmer refere-se-lhe em [Wuketits et al., 1984, 106]. Assumindo compromissos ontológicos mínimos²³³ (reforçando, a meu ver, um convite à compreensão do transcendental para que a matemática encaminha), Vollmer toma partido da defesa da matemática como uma *ciência estrutural*. Para compreender este plano de entendimento comum que a linguagem matemática oferece, recupero o seu raciocínio. Vollmer parte da ideia, fundamentada nas principais teses da Epistemologia Evolucionária, de que a espécie humana se adaptou a uma secção do mundo em relação à qual desenvolveu a sua aparelhagem percepto-cognitiva. Esse nicho é denominado *mesocosmos*, um mundo de médias dimensões, onde elementos como os fotões têm impacto na aparelhagem percepto-cognitiva humana e são “visualizáveis”, mas elementos como o campo electromagnético terrestre não têm [id., 87-88]. Ou seja, a espécie integrou na aparelhagem percepto-cognitiva os elementos que trouxeram vantagens à sua sobrevivência. Uma vez que os órgãos sensoriais humanos, suas capacidades perceptivas, estruturas da experiência, linguagem comum, hábitos inferenciais e formas da intuição estão entre si adaptadas e são adequadas ao mesocosmos, as estruturas mesocósmicas são “visualizáveis”, i.e., percepçionáveis pela espécie humana [id., 89]. Porém: a) nada implica que a estrutura do mesocosmos seja igual às de outras, ou todas, as partes do mundo (do universo ou da realidade; pense-se no mundo sub-atómico), o que significa que deve haver partes da realidade onde a visualização mesocósmica não só é inadequada como falível [ibid.] e b) embora as estruturas mesocósmicas sejam visualizáveis, tal não implica que só elas sejam visualizáveis.

²³³ Trata-se da ontologia que o grosso da Epistemologia Evolucionária subscreve, denominada *realismo hipotético*, que Donald T. Campbell define como estabelecendo-se sobre duas principais hipóteses: 1. a de que existe um mundo “exterior”; 2. a de que existem nele entidades e processos. São as implicações observáveis destas hipóteses que procuram verificar-se. Não se lhes atribui nenhuma justificação ou validade prévia; qualquer justificação ou validação tem de decorrer como consequência (também ela hipotética) do resultado do testar dessas hipóteses [cf. Hersh et al., 2006, 75] e [Wuketits et al., 1984, 83].

Subjacendo estas concepções, há uma diferença, que Vollmer não sublinha o suficiente: entre *visualização* e *inteligibilização*. A visualização é a capacidade de tornar representável, de forma intuitiva e perceptiva, uma determinada realidade ou aspecto da realidade; a inteligibilização é a capacidade de tornar representável, numa apreensão racional e por estrita coerência lógica, uma determinada realidade ou aspecto da realidade que nem sempre é visualizável.

Então, para que se visualizem estruturas não-mesocósmicas, Vollmer propõe a seguinte teoria de projecção: uma estrutura torna-se visualizável se puder ser projectada numa visualização mesocósmica. Quais são os instrumentos da projecção? Exemplos, contra-exemplos, experiências imaginárias, analogias, modelos. Eles ajudam ou a reconstruir o objecto caso ele seja já mesocósmico, ou a traduzir uma estrutura não mesocósmica para dimensões mesocósmicas. Consequentemente, a teoria da projecção de Vollmer propõe que uma estrutura se torna visualizável se e somente se puder ser transformada, por uma transformação *regular*, numa estrutura mesocósmica [id., 90]. São as analogias, ou as afinidades estruturais – os isomorfismos – entre a estrutura não-mesocósmica e a sua representação mesocósmica que garantem o tornar “visível” da tradução. Ou seja, há um logos comum que pode transitar entre estruturas, preservando aquilo que nelas é estruturalmente estável e, portanto, semelhante.

§12. Mas há casos onde a visualização não é possível por uma transformação *regular*, i.e., uma transformação que implique que o objecto não seja escalado por *zero*, nem por um valor *infinito*, nem que se prescindia da sua natureza *discreta*. P. ex., tentar projectar a velocidade da luz em experiências de velocidade mesocósmicas: não há nenhuma experiência mesocósmica que possa aproximar-se, proporcionalmente, de $c \approx 300\,000\,000$ m/s. Faz parte da experiência mesocósmica que os objectos nela dados sejam finitos e discretos [id., 90-91]. Assim, a experiência da visualização mesocósmica fica limitada, o que é tanto mais sensível quanto se penetra em secções da realidade onde os objectos nem são discretos, nem finitos.

Todavia, não sendo “visualizáveis”, tais secções da realidade são contudo representáveis, mas a forma da sua representação não é já uma visualização, antes uma pura inteligibilização. Exemplifico com uma “visualização” e uma “inteligibilização” de duas linhas paralelas. Se quisermos representar duas linhas paralelas, i.e., que mantêm equidistância entre todos os seus pontos, é forçoso que por muito que as prolonguemos

elas nunca se encontrem; e isso implica que forjemos a noção de que o espaço onde elas se prolongam é infinito. Não obstante, não existe experiência mesocósmica de um tal espaço. Ele é representável mas, na medida em que apela a uma noção de infinitude, não é visualizável. Como o visualizamos? Projectamo-lo numa representação mesocósmica. P. ex., imaginamos dois pequenos segmentos de recta paralelos e iteramos essa visualização, segundo a ideia de que será sempre possível repeti-la.

Mas podemos simplesmente renunciar à visualização e concentrar-nos na forma lógica da representação. Qual é o princípio dessa representação que a torna inteligível? É estabelecer uma certa forma lógica: entre o ponto A da linha L e o ponto A' da linha L' existe uma distância d , entre B de L e B' de L' há a mesma distância d , C de L e C' de L' = d , e assim *ad infinitum*. Consequentemente, ainda que eu possa visualizar em termos mesocósmicos aproximativos duas linhas rectas, a verdade é que não posso desenhar nem sequer representar uma tal linha na minha realidade mesocósmica. Mas posso inteligibilizar duas linhas paralelas, concentrando-me nos seus aspectos estritamente lógicos. E sou assim capaz de compreender sem que tenha de visualizar.

Segundo Vollmer, a inteligibilização pura (e o autor nunca usa este termo) é dada na sua forma mais perfeita pela matemática. Sem entrar em discussões sobre a ontologia das entidades matemáticas que o autor prefigura (que, não se anunciando como nominalista, parece pôr-nos diante de um nominalismo quanto às entidades matemáticas), a matemática oferece um plano para representar aspectos da realidade que não são apreensíveis ao nível mesocósmico porque dá um elenco de puras estruturas lógicas e ideais (no sentido em que não descrevem nada em particular) as quais podem ser aplicadas a secções da realidade para a modelizar, representar e compreender. E embora elas nem sempre possam oferecer uma visualização, podem oferecer uma compreensão e uma representação, pois são logicamente consistentes.

Parece então que a potência da matemática é a de conseguir apreender estruturas, modelizá-las e traduzi-las numa expressão lógica e relacional que, sem a pretensão de as tornar visualizáveis, as torna inteligíveis. O espaço-tempo estranho que não posso compreender por intuições mesocósmicas, passo a poder entendê-las através da linguagem matemática. O que é que confere essa propriedade trans-linguística à matemática? Precisamente a sua neutralidade ontológica, diz-nos Vollmer [id., 106]. A matemática não tem objecto determinado. Mas não ter objecto determinado não significa que não tenha um corpo de objectos intrínsecos; de outro modo, seria vazia. Os

seus objectos serão então porventura relações. Como tal, ela pode ser aplicada a qualquer objecto, conquanto se preservem os isomorfismos e as congruências entre o objecto observado e a descrição matemática que dele é feita.

Dizer que é uma ciência estrutural é dizer que a matemática só se ocupa de relações entre quaisquer elementos. Mas se a matemática é ontologicamente neutra e não tem objecto determinado, em face da sua prolífica aplicabilidade nos mais diversos domínios, da sua capacidade para traduzi-los e torná-los inteligíveis, não consigo encontrar melhor pedra-de-toque para a convicção de que ela se reportará a algo de transcendental. Nem que esse transcendental seja, no limite, apenas relações. Investigar o logos dessas relações parece-me dever vir ser um dos temas na análise transcendental.

APÊNDICE II

Parte I, Capítulo I:

§38. E se este engendramento de um sujeito parecia ter alcançado uma vitória pela oposição técnico-científica entre Homem e natureza, para Serres ela não vinga sequer nessa relação de objectualização que o Homem tem tentado impor à natureza. Aí encontra outra das tentativas de constituição da noção de sujeito – falhada –, pela cisão humana com a imediatez da natureza na fundação do universo do trabalho, num projecto de intervenção sobre a natureza, que procurou a sua amestração, a sua transformação num *objecto*. A acção técnica sobre a natureza estabelece um corte efectivo no sistema natural Homem-mundo. O Homem intervém tecnicamente sobre a natureza mediando a sua relação com ela e transforma-se num sujeito diferente dela, objectualiza-a, tentando tornar-se seu dominador e proprietário (e em larga medida conseguiu).

Porém a natureza responde, moldando-se à acção ou antagonizando-a²³⁴. Insubordinada à objectualização, responde como um igual. Serres reitera que, apesar de uma aparente cisão pelo trabalho, a natureza comporta-se sempre como vivente e reagente, demonstrando ao Homem a validade permanente, em todos os termos, daquilo a que chama um *Contrato Natural* implícito, tácito para ambos. Técnica e Sociedade transformaram o sistema de relações, mas não conseguiram romper a ligação, de igual para igual, entre Homem e natureza, que sempre anula qualquer pretensão a um sistema sujeito-objecto. A natureza é insubmissa, não aceita comportar-se como um objecto.

Para Serres, este conjunto de operações frustradas lograram apenas o desenvolvimento de um jogo vantajoso entre Homem-mundo, no qual saber técnico e científico puderam desenvolver-se, e a menos vantajosa visão do Homem como ser *fora e acima* do sistema do mundo, inaugurando as ciências que fazem deste Homem seu objecto e o estudam como se estivesse para além do mundo de objectos (onde o Homem é, para Serres, também um objecto) em que consiste a natureza. Não obstante, a mistura persiste, indelével: «*nós não podemos mais decidir onde nem quem são os sujeitos ou os*

²³⁴ Temos hoje uma experiência muito palpável disso. Os maus-tratos infligidos à ecologia terrestre e que resultam, entre outros, no aquecimento global, têm uma resposta activa e violenta da própria Terra. Espécies decisivas à manutenção ecológica, como as abelhas, desaparecem preocupantemente; multiplicam-se fenómenos atmosféricos como tornados e secas; as calotas polares degelam a ritmos inéditos. Por consequência, as condições de manutenção da vida humana dificultam-se exponencialmente. Em certo sentido, a Terra reage e defende-se dos maus-tratos que lhe são infligidos, um pouco como os organismos criam anticorpos quando atacados por bactérias e vírus.

objectos» [OsG, §98, 91]. A relação sujeito-objecto é sempre uma relação fictícia, vitrificada para efeitos de análise. A falsidade efectiva de tal distinção, em termos práticos, demonstra-se sempre pela coexistência dos seus elementos num mesmo sistema onde rege a *mistura justa*: «*jamais poderemos intervir sobre o que se pode começar a denominar universo, sem o fazer sobre a espécie humana, jamais decidiremos sobre ela sem que ele seja afectado*», uma mistura justa sempre sobrevém, demonstrada pelo «*crescimento para o universal que acentua a singularidade e, reciprocamente, esta, lealmente assumida, assegura a subida para a universalidade* [OsG, §99, 93, modificado]. Para Serres uma tal constatação, que deslaça a distinção sujeito-objecto e é pedra-de-toque da sua filosofia da mistura, produz um tipo de saber novo, que tem de ser um projecto filosófico, justamente porque liberta, «*rompe com a filosofia recente, saída da escolástica medieval e de Descartes, fundada na distinção sujeito-objecto*» [OsG, §98, 92].

APÊNDICE III

Parte I, Capítulo II:

§64. Algumas considerações anexas e clarificações. Porque é que a apreensão imaginativa da essência do objecto matemático não tem um carácter fortuito ou contingente? Husserl foca-se na natureza da idealidade que através dela se alcança e na sua força lógica: ela distingue-se por através dela se impôr o ideal de uma *necessidade*. Enquanto fenómeno que se desenrola numa existência factual espaço-temporal, qualquer matéria de facto é contingente; por sua vez, a essência matemática que lhe subjaz, que a imaginação varia e que se consolida numa forma categorial em regime de evidência é uma forma pura, presentificada *em si mesma*, «*originaliter*», e que já não depende de qualquer instanciação numa matéria de facto. A idealidade apresenta-se à consciência como um objecto verdadeiro quando comporta em si a promessa de um preenchimento, na melhor das hipóteses, doado numa evidência apodíctica.

Assim, é defensável que na origem da geometria como visão eidética do invariante do mundo deva ter estado presente a imaginação na sua força variativa. As essências geométricas não existem *a priori* no sujeito nem procedem da apreensão de formas inerentes à realidade: elas são um *constructo* da imaginação e de uma capacidade intuitiva do entendimento, sediado num horizonte de potenciais, que podem ser variados, e de cuja variação se pode alcançar uma estrutura unificadora – que a idealidade configura – desde que ela se reporte a um sentido nuclear invariante que se apresente com um horizonte de preenchimento possível. O que na idealidade se exprime e capta é esse invariante. Portanto, essa estrutura de sentido da essência das idealidades nem pré-existe a consciência humana (ao estilo platónico), nem pré-determina a essência dos objectos (a imaginação, variando-os, dá-lhes uma forma dinâmica), nem são produto de uma disposição divina (correspondem a estruturas lógicas de sentido que cabe à ontologia formal definir).

Assim, o transcendental geométrico em Husserl encontra na imaginação justificação para: a) a compreensão da existência de um invariante que se encontra através da consciência, do eu puro na relação reflexiva com as matérias-de-facto; b) a constituição

na consciência, via imaginação, da idealidade, a partir da antecipação de *possibilidades imanes*, um *estar-lá* potencial²³⁵.

A meu ver, tais são estes elementos que caracterizam a parte matematicamente mais relevante da noção de *a priori* em Husserl por relação à consciência transcendental.

Associada a isto está a consideração dos tipos invariantes, que leva a forjar uma ideia fundamental para as idealidades matemáticas e que pervade o escrito da *Origem*, a ideia de *validade geral incondicionada* <*unbedingter allgemeinheit Gültigkeit*>. A visão das essências, que dão a estrutura invariante do variável, é o caminho para encontrar a objectividade que ciências como a geometria exibem. Se a consciência pura abre para a intuição *essencial* ou *eidética* é porque as essências deixam-se apreender, ou podem ser vertidas, em ideias. Nesse sentido, a pura essência é sinónimo de *eidos*, um dos poucos termos estrangeiros que Husserl utiliza, bem certo a contragosto, para se pôr à distância de confusões com o conceito kantiano de Ideia [Ideias I, xxii], sobretudo para se distinguir da posição kantiana a respeito da inacessibilidade humana à *coisa-em-si*.

Em Husserl, aceder à essência é aceder à coisa-em-si, a um *eidos* puro, com a diferença de que em lugar de se presentificar um conteúdo noético se presentifica só a sua estrutura noemática de sentido. Não há cisão onto-epistemológica entre o objecto conhecido pela consciência e o objecto-em-si²³⁶. Por outro lado, conforme Husserl

²³⁵ À acção variativa das possibilidades imanes que a imaginação pode levar a cabo, Husserl chama também *pré-cognição típica* <*typische Vorbekanntheit*>, no sentido em que revela a disposição intrínseca da consciência para encontrar *tipos*, e explicita-o na §8 de *Experiência e Juízo*: «no que respeita o horizonte externo que pertence a cada coisa real individual e determina o seu sentido, isso é encontrado na consciência de uma potencialidade de experiências possíveis de coisas reais individuais: estas têm o seu próprio *a priori*, um grupo de tipos em vista dos quais elas são necessariamente antecipadas e os quais, através de todo o preenchimento por possibilidades específicas deste âmbito, permanece invariante. Mas cada grupo particular de tipos para coisas reais particulares (e constelações de tais coisas) é abrangido pela totalidade da tipificação pertencente ao horizonte total do mundo na sua infinitude. No fluxo da experiência-do-mundo, da consciência-do-mundo na plena concretização da sua especificidade, o sentido óntico de “mundo” permanece invariante e, com ele, a construção deste sentido óntico, o qual é estruturado por tipos invariantes de realidades individuais»^(XXVI) (sa).

²³⁶ A incursão pelo domínio das essências é o programa próprio à fenomenologia, e as dificuldades que envolve, por a colocarem à distância do «*pensamento natural*» (que espontaneamente se liga ao mundo, [Ideias I, xvii]), requerem um método cautelosamente desenvolvido e, na sua consecução, particularmente desafiante. Husserl cunhou esse método com o termo que constitui o seu emblema, *epoché*, técnica de apercepção que consiste numa renúncia a toda a relação com os dados da experiência ou do mundo, abrindo para uma certa relação do sujeito com o seu pensamento puro, que permite, a um tempo, a auto-observação e a auto-exclusão, para alcançar a visibilidade das estruturas que operam de forma velada, ainda que *intencional*. Tal técnica de redução, cujo modelo é cartesiano, permite ao sujeito pôr-se diante da *consciência*, o *eu-puro*, que apresenta como principais características a *imanência transcendental* (a consciência do eu puro permanece intacta quer se afirme quer se negue a existência do mundo; vide [MC, §11]) e a *intencionalidade* (esta consciência é sempre consciência de qualquer coisa, ela traz «na sua qualidade de cogito, o seu cogitatum em si própria», [MC, §14]).

Através da afinação desta técnica para aceder à consciência pura, ao cogito capaz de pensar-se de modo adequado, torna-se possível aceder ao plano das puras essências, as quais são a matéria das ciências eidéticas puras, caso da matemática pura, da lógica pura, etc. Trata-se de uma técnica própria da

analisa na 2ª *Investigação Lógica*, e no seguimento do que tenho vindo a considerar, a capacidade quer de alcançar essências, quer universais, quer *species*, enfim qualquer idealidade do pensamento é uma capacidade própria, natural e espontânea da consciência: temos intuição directa, de tipo categorial ou formal, de universais, de abstracções e idealidades. Não há, para Husserl, mecanismos psicológicos obscuros de produção de universais. A partir do momento em que se presentifica com um horizonte de sentido, eu posso ter uma intuição de um universal, de uma idealidade. E nesse sentido, tanto um “triângulo” como “a cidade de Lisboa” são objectos legítimos, porque ambos são objectos com um conteúdo de sentido, distinguindo-se apenas pela intuição que deles tenho (ao passo que da cidade de Lisboa posso ter uma intuição sensível, do triângulo só posso ter uma intuição categorial) e pela sua relação com a temporalidade (a cidade de Lisboa tem uma temporalidade determinada, pois corresponde a um correlato físico que tem uma duração espaço-temporal; o triângulo não tem temporalidade determinada, é atemporal ou transtemporal, só existe na apercepção da consciência, i.e., quando produzo intencionalmente na consciência essa idealidade).

disciplina nascente, a fenomenologia, que Husserl reivindicou como método fundador da filosofia como ciência de rigor (p. ex., [AIF, introdução, 22], e [Ideias I, xvii]. Mas se só a fenomenologia pode oferecer um método de acesso às essências que fundam o conhecimento científico, Husserl põe-se diante de um paradoxo que não lhe passou em falso: antes de haver fenomenologia havia aritmética, álgebra, lógica ou geometria, ciências que Husserl considera eidéticas. E se só agora a fenomenologia está a nascer, elas não podem ter sido alcançadas pelo método fenomenológico: precedem-no. Antes do estabelecimento de tal método (essencialmente crítico, cujo supremo objectivo é a clarificação do sentido), e ainda sem o preenchimento de todas as suas condições de rigor no acesso às evidências originárias e apodíticas, os Homens foram capazes de alcançar evidências e fizeram-no de modo tão eficaz que lograram através delas as nossas mais sólidas ciências. Os actos constitutivos que estiveram na génese destas ciências puras não foram actos técnicos, altamente intelectualizados e metodologicamente levados a cabo, de redução fenomenológica. Eles começaram na experiência ingénua da vida e do mundo e é Husserl quem o assinala: *«os conceitos primeiros que veiculam toda a ciência e determinam a esfera dos seus objectos e o sentido das suas teorias têm uma origem ingénua; possuem horizontes intencionais indeterminados, resultam das funções intencionais desconhecidas, exercidas de uma maneira grosseiramente ingénua»* [MC, epílogo]. Esta enigmática questão de um conhecimento *verdadeiro* que se alcança sem método fenomenológico, método analítico que procura a determinação das condições da apodicticidade total da evidência, é parte determinante da necessidade que Husserl sentiu em investigar as origens da ciência (melhor ainda, investigar as condições que tornaram possíveis as ciências eidéticas) e é longamente problematizado no texto da *Crise*.

Sem me debruçar nesse aspecto, é possível superar o enigma atentando num ponto que já afflorei: a abstracção processa-se em graus. Começando na relação empírica com o mundo, na intuição sensível, a consciência é espontaneamente capaz de alçar-se a sucessivos graus de distanciamento em relação a esse plano base. Que esta capacidade se tenha convertido, todavia, num automatismo lógico-dedutivo é o que a análise da crise da ciência procura explicitar, quer pelo estudo da lógica da constituição das objectualidades na consciência, quer pela tentativa de devolver a cada objectualidade o seu sentido fundador. Como tal, a fenomenologia só tem de procurar clarificar e iluminar aquilo que teve de estar presente na origem destas ciências como condição da sua possibilidade, aquilo que foi evidente ao espírito dos nossos antepassados de modo espontâneo e pré-científico.

§65. Daí, Husserl justifica o carácter ideal e irreal das ciências eidéticas, das quais a geometria é parte: «*nelas, nenhuma experiência, enquanto experiência [...] pode assumir a função de fundamento*»^(XXVII) [Ideias I, §7] (também [Ideias II, §41]). Se elas só se jogam na consciência pura, e apesar de irreais não são inconsistentes, terão de ter outro fundamento. Esse fundamento é a apreensão de sentido, dado numa evidência, a qual funda a possibilidade de existir um objecto, de natureza mental, que guarda em si um campo de possíveis que se apresentam à consciência na afirmação evidente da sua realidade e legitimidade ontológica, ainda que ela só se presentifique como possibilidade e como *eidós*.

E por aí se torna possível compreender a *separação intencional*, operada pela consciência, do complexo essência/matéria-de-facto, considerando, p. ex., «*qualquer caso de um objecto visual arbitrário, [onde] extensão espacial e cor [...] se penetram reciprocamente e ligam uma à outra*»^(XXVIII) [FA, 316-317]²³⁷. A intencionalidade da consciência pura, nas suas incursões noemáticas, presentifica elementos autónomos da estrutura noética dos objectos, dirigindo-se à apreensão da(s) essência(s) pura(s) a que deve(m) poder ser conduzida(s). A possibilidade de levar a cabo esta presentificação (a ser compreendida no campo da teoria da *abstracção* husserliana²³⁸) é uma das evidências fundadoras, realizada de modo ingénuo (não como técnica desenvolvida da apercepção) mas espontâneo (espontaneamente vemos essências, presentificamos objectos ideais, temos uma natural intuição categorial) que esteve na origem da geometria.

Para que bem se compreenda esta especificidade das ciências eidéticas, Husserl contrasta-as com o caso das ciências da natureza. Nestas últimas, observação e experimentação constituem os actos fundadores: a imaginação não pode substituir-se à experimentação em Física [Ideias I, §7]. Mas não há notícia de nenhum matemático ter visto o número “1” entre os seus objectos pessoais ou de ter desenvolvido um aparelho para detectar uma raiz quadrada. Estes objectos são estritamente ideais (mentais, fantasiados ou imaginados) e, como vimos, têm de estar associados a um tipo de intuição própria, a referida intuição categorial.

²³⁷ A distinção entre *físico* e *psíquico* pervade toda a analítica da aritmética logo nesta primeira obra de Husserl, tendo em vista já a distinção futura entre matérias-de-facto e essências.

²³⁸ A noção de abstracção é tematizada na 2ª *Investigação Lógica*, sobretudo como objecto de crítica face à concepção de empiristas como Locke, Berkeley ou Hume. Para Husserl, a abstracção é um objecto com identidade e realidade própria, uma realidade ideal é certo. Todavia, nem é uma colecção de ideias, nem uma separação de um objecto considerado em partes. É a presentificação de uma traço essencial de um objecto que pode ser tomado com um conteúdo de sentido autónomo pela consciência.

§78. Antes de abordar a lógica da idealidade, vou sintetizar os principais aspectos a reter do pensamento matemático husserliano e que auxiliam a compreensão do seu aspecto transcendental. Por brevidade e sinteticidade, vou seguir o raciocínio de Richard Tieszen em [Smith, Smith, 1995, 438-462], sobretudo porque ele abre para o lugar da lógica neste *a priori* geométrico.

Em Husserl, a possibilidade do conhecimento matemático radica na intencionalidade da consciência. A crença matemática é *acerca* de qualquer coisa, ou seja, os actos cognitivos *dirigem-se a*. Esta direcção do acto cognitivo tem portanto como referente um objecto, o qual é o conteúdo do acto, o seu *núcleo noemático*, e isso quer o objecto exista no mundo físico ou não, quer tenha um preenchimento imediato ou apenas um horizonte de preenchimento potencial. [id., 443-444]. Os actos cognitivos podem ser de naturezas distintas, mas partilham o elemento comum de serem sempre acerca de qualquer coisa. Nesse sentido, podemos ter actos cognitivos intencionais de entidades como unicórnios e fadas, assim como de números e conjuntos ou das propriedades e relações entre eles. Ora, a partir do momento em que se exprimem intencionalmente na consciência, estes objectos têm em princípio um conteúdo de sentido e, nessa medida, podem ser expressos na e pela linguagem, por definição o condensador e fixador de sentido [id., 445].

Temos a capacidade de reflectir sobre o conteúdo dos nossos actos cognitivos intencionais, quer esses actos tenham um referente objectual (p. ex., no mundo físico), quer não tenham. Logo, podemos clarificar descritivamente o sentido desses actos quer através da sua análise genética, quer através da sua livre variação na imaginação. Ora, quando após essa clarificação se atinge a essência, o *núcleo noemático* do acto essencial da consciência que o alcançou, esse núcleo pode ser formalizado na linguagem. É esse esforço particular que a linguagem matemática leva a cabo: o de determinar univocamente o sentido da essência matemática apreendida. Husserl sublinha esse ponto no texto da *Origem* [OG, ¶15, 362]. Ou seja, a partir de intuições dadas na experiência (p. ex., na experiência sensorial ingénua do mundo), realizam-se actos de reflexão e abstracção que delimitam e precisam o núcleo noemático do acto cognitivo em questão, o qual é estabilizado num novo objecto, a idealidade (ou objectualidade). Consequentemente, se há partes da matemática que têm origem na experiência ingénua do mundo, os processos de reflexão, abstracção, idealização e formalização produzem

novos objectos, as idealidades matemáticas, os quais se afastam dessa origem empírica [Smith, Smith, 1995, 446].

Nesse sentido, os objectos matemáticos correspondem à apreensão de “identidades” ou “invariantes” numa dada experiência. Sobre um fundo de variações, emergem invariâncias que a consciência apreende. A pedra-de-toque da validade dessa invariância é dada pelo próprio carácter intersubjectivo do objecto matemático: quando diferentes matemáticos raciocinam ou operam sobre π , supõe-se que eles estão a raciocinar ou a operar sobre/com um mesmo número [id., 447]. Tal invariância (no exemplo, a relação entre a medida da circunferência e o raio de um círculo) aponta para um objecto (π), que já não é “real”, mas “irreal”, ou seja, abstracto e ideal. E, na medida em que tal objecto já não está estrangido pela experiência sensorial, pela causalidade, pelo psicologismo ou pela flutuação cultural, ele corresponde ao que Husserl chama uma “idealidade livre” <freie Idealität> [id., 448].

Na medida em que há muitas coisas que não sabemos acerca de tais idealidades constituídas (p. ex., não conhecemos a totalidade da dízima de π), esses objectos transcendem a consciência, na medida em que guardam um horizonte potencial que não nos está imediatamente dado. Porém, é sempre possível ampliar o conhecimento que deles temos (resolvendo problemas, inventando métodos para analisar esses problemas, etc.). Consequentemente, os objectos matemáticos são independentes da consciência na medida em que comportam dinâmicas próprias e horizontes potenciais abertos que não são imediatamente dados à consciência, mas são dependentes da consciência na medida em que correspondem à sua actividade de procurar identidades ou invariâncias – são correlatos dos actos e processos cognitivos humanos [id., 448-449].

O conhecimento dos objectos matemáticos corresponde ao preenchimento de uma expectativa <Erwartung>. E um objecto matemático ganha existência e persistência na consciência quando preenche essa expectativa (ainda que possa fazê-lo só parcialmente), mais especificamente, quando resiste à contradição. Se falamos de um “quadrado redondo”, falamos de uma expressão morfológicamente bem formada, mas confirmamos que ela não pode corresponder a um preenchimento intencional pois conduz a uma contradição: não consigo fazer subsumir o núcleo noemático do “quadrado” na predicação “redondo” [id., 451]. Consequentemente, a crença na existência do objecto matemático é indesligável da noção de preenchimento (pelo menos parcial) de uma intencionalidade cognitiva dirigida a esse mesmo objecto. A

constatação da inexistência de contradição dá azo ao preenchimento dessa intenção cognitiva e confere-lhe evidência. Este preenchimento dá-se em graus distintos, e mesmo nos casos onde não se consegue uma absoluta segurança – uma evidência apodíctica – acerca dessa existência (como no caso de uma conjectura), pode apenas estabilizar-se a existência do objecto indirectamente, de um modo que permita conduzir ao desenvolvimento de novas proposições ou métodos [id., 452, 454]. Assim, em Husserl os objectos matemáticos são abstracções, i.e., correspondem a invariantes ou identidades que emergem da actividade cognitiva realizada pela consciência e que são estabilizados pela sua persistência (evidência, intersubjectividade, não-contradição). E o conhecimento que deles temos resulta do conjunto de actos que realizamos para conferir evidência à sua existência [id., 455].

O tipo de evidência intrínseco à matemática consiste na clarificação do conteúdo de sentido dos nossos actos cognitivos quer através do processo de livre variação na imaginação, quer através da análise da origem do seu conteúdo noemático. E atribui-se significado à intuição de um conteúdo noemático se se conseguir clarificar e identificar as suas propriedades (por abstracção, idealização e formalização). Consequentemente, clarificando esse conteúdo é possível torná-lo preciso, inequívoco e fixá-lo. E graças a isso também se pode amplificá-lo [id., 457]. Mas sob as possibilidades de amplificação e desenvolvimento do conhecimento matemático radica a sua natureza lógica.

§87. O autor das primeiras e mais persistentes considerações sobre a noção de *abstracção* foi Aristóteles, que reconheceu nela um processo psíquico de elevada importância epistemológica, quer na constituição dos conceitos de objectos sensíveis, quer na constituição dos objectos matemáticos. Tanto para *abstrair* como para *os conceitos abstractos*, a fórmula principal é <τα ἐξ ἀφαίρεσεως>, ainda que Aristóteles use outras versões (vide [Heidegger, 2003, 69]). A meu ver, o termo *abstracção* (no seu uso enquanto verbo, acção <*abstrair*>, e enquanto substantivo, produto acabado da acção <*abstracção*>) aparece neste autor com um sentido duplo, digamos, um sentido *fraco* e um sentido *forte*.

Quanto ao sentido “fraco”, considera-se abstrair, em geral, deixar cair o acessório. É portanto um sinónimo para o acto de *ignorar* certas características de um objecto ou conjunto de objectos, graças ao qual se torna possível obter generalizações e simplificações com carácter extensional mais abrangente²³⁹; nesse sentido, a *abstracção* é condição da precisão²⁴⁰ do conhecimento científico. Lê-se, p. ex., na *Metafísica*, «uma ciência que abstrai da grandeza espacial é mais precisa do que a que a toma em conta»^(XLIII) [MF, livro M, 3]²⁴¹.

Ora, sobre este sentido fraco assenta o sentido “forte”, no qual a *abstracção* apresenta em Aristóteles duas modalidades. O substantivo *abstracto* significa aquilo que não é presentificado à intuição sensível (aos sentidos), ao qual só há acesso inteligível, caso específico dos objectos da filosofia (p. ex., o *verdadeiro* ou o *falso*, o *bom* ou o *mau*; vide [DA, 431b 10]). Portanto, logo à partida e em larga medida, surpreendemos em Aristóteles a noção de abstracção em vizinhança próxima com as de *conceito* ou *ideia* (vide [MF, Λ, §1, sm]. I.e., o *abstracto* é o resultado de uma operação cognitiva que se autonomiza do dado sensível, ou seja, é um mecanismo epistemológico, a parte racional do ânimo (o <το νοητικόν>) em actividade²⁴².

Quanto à segunda modalidade, *abstrair* significa também *ignorar* propriedades, mas não um ignorar que visa uma mera simplificação, é um ignorar activo que procura, nesse esforço de ignorar, aceder a um núcleo estável e fundamental: um ignorar onde o movimento de destituição de um objecto dos seus *qualia* é na verdade constitutivo de

²³⁹ «[Em Aristóteles], a *ideia* de [um método de] *abstracção* [através do qual um certo termo abstracto é produzido] *corresponde a uma* operação de remoção <removal operation>», [Primiero, 2007, 192].

²⁴⁰ Para o tema da *precisão* <ακρίβεια>, pensado por Aristóteles no âmbito da abstracção (*uma ciência é tanto mais precisa quanto mais abstrai de propriedades*) remeto para a §27 do livro I dos *Analíticos Posteriores* e, p. ex., para a *SEP*, artigo *Aristotle and Mathematics*, §7.2.

²⁴¹ Porém, nas ciências naturais (ditas da *φυσική*), domínio do físico, Aristóteles interdita que se levem a cabo «discussões demasiado abstractas», pois neste campo a *matéria* e a *forma* que a torna inteligível não podem ser pensadas separadamente (como na matemática e na filosofia), sob perigo de conduzir a um pensamento que se desvincula da experiência e da observação dos sensíveis [Aristóteles, 1994b, 316a, 515]; no *Tratado sobre as Partes dos Animais*, acrescenta, sustido na sua visão teleológica da Natureza, que as ciências naturais não podem ter como assunto abstracções [id., 645b, 998]. A pedra-de-toque de Aristóteles para a inseparabilidade entre a matéria e as abstracções que dela se desprendem consiste no facto de que a Natureza não pode ser pensada abstraindo do *movimento* (crescimento, corrupção, etc., vide *Física* [1994b, livro III, §1, 342-343]), o qual se liga intimamente à matéria, ao passo que as abstracções da matemática e da filosofia são independentes desse movimento próprio das coisas físicas (o número 10 não se *corrompe*, a *ideia* de Bem não *cresce*).

²⁴² Força abstractiva que conhece limites: uma passagem da *Física* [1994b, 204b, 348], diz-nos que «se “limitado por uma superfície” é a definição de um corpo, não pode haver um corpo infinito, quer inteligível, quer sensível»^(XLIV). Aristóteles reconhece que a capacidade de abstrair encontra os seus limites na *lógica* intrínseca ao pensamento, nomeadamente a *contradição*. Ou seja, para haver um corpo infinito seria preciso pensar um corpo que não fosse limitado por uma superfície, o que contradiz a própria definição de corpo, pois para o Estagirita se um corpo é *limitado* é naturalmente *finito*. Embora a linguagem o diga, a imaginação não consegue fornecer as imagens mentais que proporcionam a pensabilidade destas noções, e a própria lógica do pensamento curto-circuita-se.

um novo tipo de objecto. E nesse sentido, é essencialmente um mecanismo de redefinição ontológica: a abstracção reconstrói o *ser* do objecto²⁴³. Este é o sentido da noção de abstracção que mais se aproxima do de Husserl. Não se trata de um ignorar que elimina ou bloqueia propriedades para *simplificar*; é o produto de uma operação consequente com a natureza mais íntima daquilo que está a ser *despido*, de modo a que o gesto de despir revele o objecto a luz cada vez mais clara. Neste sentido, o esforço de abstracção enleia-se no acesso à ontologia dos objectos: os objectos assim despidos revelam *formas*²⁴⁴, as quais poderão posteriormente ser pensadas independentemente da matéria que as instancia, ganhando autonomia de um ponto-de-vista intelectual.

É esta modalidade de abstrair que propriamente caracteriza a abstracção matemática, modalidade que não é porém estranha ao todo da esfera da actividade intelectual – porque não podemos ter no espírito os objectos em si («*não é a pedra que está na alma mas, antes, a sua forma*» lê-se no passo [DA, 431b 25]), é preciso produzir instrumentos que possibilitem a mediação entre os sensíveis e os inteligíveis, no modo de uma potência que antecipa cada acto cognitivo – a *forma* é a actualização dessa potência, produzida pela alma para fins cognitivos (sendo «*a sensação [...] a forma de todas as qualidades sensíveis*» e o intelecto «*a forma de todas as formas*» [DA, 432a 1]; Beare diz «*a alma é forma e apreende formas*» [Beare, 1906, 217]). É nesse sentido que a alma aparece como um *analogon* da mão no *De Anima*, ela é um instrumento que alcança a *forma* dos objectos e, seguindo o mesmo raciocínio, toda a *forma* é desde logo uma abstracção (p. ex., para obter o conceito de pedra é condição deixar cair a materialidade da pedra). Aristóteles, como se sabe, rejeitou uma parte considerável da

²⁴³ Porém, este novo tipo de objecto não é um objecto *diferente*, ou seja, a operação de abstracção não altera a essência dos objectos em que toca; a abstracção purifica os objectos na sua essência, *filtra-os* ou *extrai* deles as propriedades essenciais (vide Heidegger, que insiste neste aspecto: «*para o matemático, os seres não são distorcidos por causa deste χωρίζειν* [separar, tirar do lugar, segundo a leitura de Heidegger, sinónimo de “abstrair”]; *pelo contrário, ele move-se num campo onde algo de determinado pode ser desvelado*»^(XLV) [Heidegger, 2003, 70]); o objecto que daí resulta é novo, uma produção autêntica do ânimo, ou seja, ele não se encontra nem na natureza, nem num Urano das Ideias.

²⁴⁴ A *forma* <εἶδος> aristotélica é uma condição da inteligibilidade dos objectos e encontra-se na relação que se estabelece entre o intelecto e o objecto sensível. A *forma* é uma impressão inteligível causada pelo sensível e é desde logo o índice de um movimento de abstracção intrínseco à alma, digamos, a alma abstrai propriedades do objecto sensível para obter a sua noção mais geral e maleável, o seu universal, a qual é pensável com determinações e atributos diferentes consoante as imagens mentais que a imaginação para ela produz. Da intuição sensível de uma pedra concreta (p. ex., um seixo negro), a alma abstrai uma noção, ou *forma*, da pedra, a qual preserva o *ser* da pedra (a sua essência, do ponto-de-vista ontológico), mas à qual a imaginação pode fornecer diferentes imagens mentais, as quais fazem variar as suas propriedades, ao ponto de tornar possível, a partir da noção essencial de pedra, pensar uma pedra irregular e porosa de cor âmbar-escuro (uma pepita de ouro). Aristóteles pensa três graus de *formas* no texto do *De Anima*: a forma, ou noção, que se relaciona com a matéria determinada (domínio do físico); a forma que, tendo origem na matéria, é pensada abstracta e independentemente de um corpo determinado (domínio do matemático); a forma que é concebida independentemente da matéria e está dela separada (domínio do filósofo), cf. [DA, 403a 30 – 403b 20].

doutrina platónica, sobretudo no que respeita à existência das Ideias numa realidade autónoma. À questão do lugar onde se encontram as *formas* e as *abstracções*, Aristóteles não tem dúvidas em afirmar que elas se encontram nos próprios sensíveis²⁴⁵: «na eventualidade de não se possuir qualquer sensação, não se poder[á] apreender ou compreender coisa alguma» [DA, 432a 5]. Mas é necessário estar atento ao duplo movimento intelectual que as formas produzem: para haver formas é necessário haver experiência sensível, o intelecto não pode ser desvinculado da realidade sensível; mas a experiência sensível só ganha inteligibilidade com a produção de formas para aquilo que é intuído – a possibilidade do conhecimento racional <επιστημη> radica aqui. Ou seja, com Aristóteles podemos inequivocamente dizer que sem abstracção o conhecimento racional não é possível.

§88. Mas convém atender a algumas subtilezas. Aristóteles está neste último passo do *De Anima* a pensar em *abstracções* que estão na génese das formas, formas que são uma espécie de instrumentos que preparam a inteligibilidade dos objectos sensíveis na experiência e no conhecimento que deles é possível ter. Neste passo *abstracção* e *conceito* parecem ser noções indissociáveis. Um pensamento sobre pedras não é tido com as próprias pedras, mas com o *conceito* de pedra. Todavia, se Aristóteles encontra na matriz dos conceitos sensíveis um acto de abstracção, acto que é a própria condição de produção do conceito e, por extensão, momento inaugural de todo o pensar, não dá porém um entendimento mais fino acerca da acção da *ψυχή* para a produção das abstracções. O acto de abstrair é uma capacidade da alma, mas não existe para Aristóteles uma faculdade de *abstrair*, e nem mesmo a *imaginação* <φαντασια> é tributada com tal tarefa, ainda que ela produza as *imagens*, ou *presentificações*, com as quais «o pensamento se faz necessariamente acompanhar» ([DA, 432a 5], vide também [1994b, 549b-551a, 714-716] e cf. com [Beare, 1906, 297-298]). Uma coisa são os conceitos, outra coisa são as imagens que a imaginação propicia à alma para que

²⁴⁵ Para este entendimento de Aristóteles conta a sua distinção entre *potência* (<δύναμις>) e *acto* (<ενέργεια>). A *substância*, da qual os corpos físicos fornecem a melhor apresentação, é a articulação entre *matéria* e *forma*. Para Aristóteles, a matéria pode ter diferentes formas; essa possibilidade é a sua potência. A matéria instanciada numa forma específica perde a sua potencialidade e converte-se num acto concretizado; a forma que actualiza a potência no seu modo mais perfeito é a *enteléquia* (<έντελέχεια>; vide, p. ex., [DA, 431a 1-5] e [1994b, 192b-193b, 329-330]). É neste sentido que para Aristóteles não pode haver separação entre forma e matéria. A forma apresenta-se na matéria; a matéria apresenta-se com uma forma. Embora não haja separação, tal não significa que não possam ser *pensadas* independentemente, graças às abstracções delas extraídas.

conduza o pensamento no uso desses conceitos. É muito clara, para Aristóteles, a distinção entre *conceito* e *apresentação do conceito*.

Conforme referi, para Aristóteles a abstracção é essencialmente o resultado de um processo onde a alma deixa cair as qualidades acessórias dos objectos até ficar apenas com uma sua *essência*, a qual vai permitir *usar o intelecto num campo que está para além do imediatamente dado*. Este processo, que aparece assim embrenhado na própria constituição da pensabilidade é congénere da razão (no sentido do <το επιστημονικόν>): trata-se de um acto cognitivo inaugural que forja o aparelho conceptual e lança as bases da possibilidade de pensar e de conhecer. Portanto, consolidando a conclusão do final da secção anterior, *para pensar é necessário abstrair*. Esta compreensão, não sendo uma descoberta aristotélica (a procura socrática do *em si* nos diálogos de Platão dá bem conta desse indagar sobre a abstracção)²⁴⁶, acentua-se com este filósofo. Em primeiro

²⁴⁶ É numa passagem do *Político* que Platão menciona o método de *remoção* (<ἀφαιρων>) como método próprio para alcançar o objecto último de uma investigação que se conduz, o qual consiste em eliminar ou remover parte após parte o que não é essencial à investigação, até ao ponto em que se fica apenas com o *objecto último*; é esse o método que o Estrangeiro afirma estar a seguir, propondo apenas um breve excursão ao jovem Sócrates, momento após o qual o método será retomado: «Estrangeiro: Então temos de recomençar de um novo ponto de partida e seguir um outro caminho. Jovem Sócrates: Qual caminho? Estrangeiro: Por um que nos propicie alguma diversão: pois há uma história famosa, uma parte da qual é forçoso que incluamos na nossa discussão; e então depois disso podemos proceder como anteriormente, removendo parte após parte, e desse modo alcançar o objecto último da nossa investigação» [Platão, 1991, 268d-e].

Porém, parece-me que o melhor momento da problematização da noção platónica de forma como abstracção, i.e., não como um absoluto pré-existente de natureza divina, mas possibilidade de reunião sintética do múltiplo numa apresentação una sedidada no pensamento, aparece no diálogo *Parménides*, [Platão, 2001a, 131a e ss.]. Parménides questiona o jovem Sócrates acerca do modo como as diversas coisas participam na forma, se «cada uma das coisas que participam participa de toda a forma ou apenas de uma parte dela» [id., 131a], caso em que «sendo uma e a mesma, e estando toda simultaneamente em muitas coisas separadas, ela própria estará separada de si própria» [id., 131b], objecção a que a Sócrates responde propondo uma analogia entre a forma e o dia («que, sendo um e o mesmo, está simultaneamente em muito sítios, e nem por isso está separado de si próprio» [ibid.]), para a qual Parménides, para dar conta do absurdo da hipótese propõe nova analogia, a saber, entre a forma e a vela de um navio que cobrisse muitos homens, caso em que cada homem só estaria coberto por uma parte da vela, o que implicaria que a forma fosse una e mesmo assim estivesse dividida em partes, hipótese que Sócrates rejeita. Ao cabo dessa discussão e antes de reentrar na consideração das formas como arquétipos (<παρδείγματα>, vide [id., 132d]), Parménides leva Sócrates a colocar uma hipótese extremamente interessante; sigamos o diálogo: «Parménides: [...] quando te parece que muitas coisas são grandes e olhas para elas como um todo, julgas talvez que há nelas uma e a mesma forma, o que te leva a pensar que o grande é uno. [...] E quando consideras o grande em si e as outras coisas grandes, como um todo na tua alma, não te aparece em seguida outro grande, também uno, por via do qual todas estas coisas te parecem necessariamente grandes? [...] Há-de então surgir outra forma de grandeza, para além do grande em si e das coisas que nele participam; e por cima de todas essas ainda outra, pela qual todas essas são grandes. E assim, nenhuma das tuas formas será uma, antes será uma pluralidade sem limites. Sócrates: Mas Parménides [...], talvez cada uma destas formas seja apenas um pensamento, não podendo de modo nenhum vir a ser noutro sítio para além das almas; se assim for, cada uma delas será una, sem ser afectada pelas coisas que agora mesmo referiste» [id., 132a-b]. Neste momento Sócrates está a propor-se pensar a forma como uma pura abstracção que a alma forja e conhece, portanto, como uma pura criação da alma humana. Mas Parménides objecta cortando pela raiz a interessante hipótese de Sócrates, questionando como pode tal abstracção existir («Mas diz-me cá [...] é um pensamento de coisa nenhuma?» [id., 132b]), objecção que leva à retracção de Sócrates, o qual é reencaminhado para a concepção das formas como arquétipos. Platão, sem propor uma teoria da abstracção, problematiza e

lugar porque, como referi, Aristóteles reconhece na abstracção um momento inaugural da constituição do conhecimento — ainda que, como Heidegger ajudará a ver, *obscuro, velado*. Em segundo lugar porque a abstracção não é em Aristóteles o índice de uma realidade autónoma e divina com a qual a alma toma contacto, p. ex., numa vida anterior (como em Platão). A abstracção é uma produção pura do intelecto, um *constructo* humano, resultado da relação entre faculdade intelectiva e objectos sensíveis.

Detendo-nos agora no tema da abstracção no plano especificamente matemático, vemos que ela implica um processo anímico onde a questão do espaço é a mais fundamental: o espaço é pensado como estando inscrito na raiz do acto psíquico de abstrair; dito de outro modo, a abstracção matemática é um certo modo particular de a faculdade cognitiva se relacionar com o espaço.

Acerca do processo, um passo do *De Anima* diz-nos que «aquilo que denominamos abstracções, concebemo-las da mesma maneira quando consideramos aquilo que é plano, isto é: chato – um nariz chato é por nós concebido sem o separarmos da matéria; se o considerarmos em relação à sua concavidade característica e quando o concebemos em acto [portanto, na sua forma], exclui, então, o pensamento a carne na qual se encontra inserida esta concavidade – por conseguinte, é assim que os objectos matemáticos, os quais se encontram separados da matéria, são concebidos como sendo separados, sempre que se pensa em abstracções. O intelecto de uma maneira geral, torna-se assim em acto, sendo idêntico aos objectos do pensamento» [DA, 431b 10-15].

A abstracção matemática liberta-se, em sucessivos graus, da «carne» dos objectos, prescindindo de uma instanciação sensível para *ser*. Quando pensamos na *planeidade* não temos de a ligar a nenhum sensível particular. É verdade que um nariz pode ser plano, um vale pode ser plano, o voo de uma ave pode ser plano, mas a planeidade pode ser extraída de todas estas apresentações e pode ser tomada em si como uma entidade no pensamento. E é uma abstracção porque para ser concretizada, i.e., para apresentá-la no mundo físico, é sempre necessário anexá-la a uma matéria; o *plano em si*, liberto de qualquer substância, não tem apresentação concreta. É todavia enunciável num *conceito*, a linguagem di-la, e logo é autonomizável enquanto *forma* que pode ser pensável em si. Para Aristóteles, este é o caso para todos os objectos matemáticos, os

discute a difícil questão da obtenção dos universais e da subsunção dos particulares no universal, com especial ênfase na forma como se geram os universais e qual a sua natureza (a esse respeito, vide toda a passagem [id., 131a – 134a]). A obtenção dos universais, quer tenha carácter humano (digamos, anímico ou psicológico), quer carácter divino ou transcendente, é um problema fundamental na base da constituição de qualquer teoria do conhecimento, e é justamente nesse sentido que Platão está a colocar-se na senda do problema da *abstracção* como problema fundamental na origem do conhecimento.

quais podem ser pensados independentemente da matéria, sendo possível realizar operações com eles sem necessidade de qualquer particular sensível: $2+2=4$ corresponde a uma verdade quer a operação seja feita com dedos, com pêras, ou *in abstracto*. *O intelecto torna-se acto*, i.e., a abstracção autonomiza-se, ganha identidade ontológica e apresentação (digamos, uma *instanciação não-instanciada*, um *esquema*), e é passível de ser manipulada pelo espírito como se existisse autonomamente.

Parece portanto que o elemento de que a alma prescinde para proceder a abstracções parece ser a *quantidade determinada* (ou *grandeza*, ou *magnitude*, ou *extensão* <μεγεθος>). Por um lado, a abstracção parece ser o processo através do qual a alma deixa cair a quantidade (uma extensão material *determinada*), para preservar apenas as qualidades que podem ser pensadas no âmbito de uma quantidade *indeterminada*. Não é a quantidade em si que cai, mas sim a necessidade de pensar sobre uma quantidade *específica*. Esta formulação cobre o caso em que, na *Física*, Aristóteles parece contradizer as suas considerações sobre a relação entre abstracção e ausência de quantidade: para pensar o conceito de *infinito*, que é uma abstracção, eu tenho de pensá-lo como quantidade, mas penso-o como uma quantidade *indeterminada* [1994b, 184b-186a, 315-317]. No processo de abstracção é a materialidade sensível que é suspensa.

Numa formulação não aristotélica, pode dizer-se que a imaginação consegue facultar aos actos de pensamento *apresentações* onde nenhuma materialidade determinada é configurada: oferece-lhe antes um *esquema* da materialidade. Só que Aristóteles não pensou a figura do *esquema*, e a sua proposta fica assenta numa espécie de petição de princípio, pois a *indeterminação* sobre a qual a abstracção assenta é já uma abstracção. Tudo o que é concreto é determinado; pensar no indeterminado é pressupor já uma forma de abstracção. A *indeterminação* – quer seja quantitativa, quer de outro tipo – não ilumina cabalmente a natureza da abstracção.

É também questão saber se o processo de abstracção será (i) realizado sobre o particular individualmente tomado – caso em que a abstracção consiste no tal processo de despir qualidades até ao limite da persistência da identidade ontológica do objecto – ou (ii) se será realizado sobre uma projecção dos vários particulares uns sobre os outros (tomando de empréstimo a imagem que Kant dá para a produção da *ideia normal de belo* <der Normalidee des Schönen>, obtendo a projecção de uma *imagem pairante* <schwebende Bild> que vale como *genus* para toda uma espécie [Kant, CFJ, §17, 125-127]). Nos dois

casos é um universal que se produz, mas o método será distinto e envolverá procedimentos anímicos talvez diversos.

Ora, na *Metafísica* Aristóteles aprofunda a noção de abstracção, mas indistinguindo os dois métodos, quer como processo de *depuração* (i), quer de *projectão* (ii); mais importante, através de uma analogia, liga-os a uma variação no modo de acesso à ontologia fundamental do objecto: «conforme o matemático investiga abstracções (pois antes de começar a sua investigação, ele deixa cair todas as qualidades sensíveis [(i)], por exemplo, peso e leveza, dureza e o seu contrário, bem como calor e frio e outras contrariedades sensíveis, e mantém apenas o quantitativo e o contínuo, por vezes em uma, por vezes em duas, por vezes em três dimensões [...] e examina as posições relativas de algumas e os atributos destas [(ii)], e as comensurabilidades e incomensurabilidades de outras, e os rácios de outras [...]), o mesmo é verdadeiro com respeito ao ser»^(XLVI) [1994c, 1061a-1061b, 1676-1677]. Embora não explícito, depreende-se desta analogia que (i), abstracção por depuração de predicados ou propriedades e (ii), simultânea projecção das apresentações particulares umas sobre as outras, *coexistem* e são forças constitutivas de novos objectos, por via da manipulação da sua ontologia essencial, do seu *ser*, através dos seus atributos (p. ex., posição relativa, dimensionalidade,...). É nesta variação sobre a essência do objecto que assenta uma possível interpretação ficcionista da noção de abstracção neste pensador; o objecto abstraído é uma variação, do género *como se*, do objecto sensível ou concreto. Sigo Harry Mendell na Stanford Encyclopedia of Philosophy: «conceptualmente, podemos pensar o processo [de abstracção] como a mente reelaborando a estrutura ontológica do objecto» [Mendell, 2008, 7.1]. Esta reelaboração, que não altera o ser essencial do objecto, permite todavia pensar que lhe é oferecida uma reorganização que o torna capaz de novas interações e novas determinações. Ao reestruturar os objectos no pensamento, esses objectos talvez ganhem novas possibilidades expressivas, a sua natureza expande-se.

A ser legítima esta interpretação, a abstracção é um procedimento de constituição de um domínio de objectos próprio, produzido a partir da realidade sensível, numa sua tradução depurada para um plano inteligível. A realidade sensível não consegue apresentar de forma absoluta e acabada as conceptualizações abstraídas pelo intelecto; e tal é índice de que as abstracções, que são filtragens da realidade sensível (ainda que vertíveis sobre ela, caso que, como vimos, é para Aristóteles o das abstracções

matemáticas), *são entidades psíquicas que existem num modo absoluto*. A linguagem concretiza-as, mas elas são apenas alcançáveis de modo pleno num acto intelectual.

§89. Salvo a inexistência de uma faculdade abstractiva (em Aristóteles não há, em Husserl encontra-se a intuição categorial, domínio do entendimento), a concepção aristotélica parece-me, nos principais pontos, compatível com a fenomenologia da idealidade que acabámos de estudar em Husserl. Mas para aproximar e distinguir as duas concepções, importa ainda fazer notar que, dentro do plano matemático, Aristóteles diferencia abstracções *aritméticas* e *geométricas*, distinção à qual a interpretação filológica de Heidegger na §15 do seu estudo sobre o *Sofista* de Platão dá um bom acesso [Heidegger, 2003]. O elemento fundamental da distinção entre abstracções geométricas e aritméticas em Aristóteles é, segundo Heidegger, o do *lugar* <χώρα> e o acto básico da actividade matemática o de *separar* <χωρίζειν, tirar do lugar>. Todo o objecto físico é num lugar, o que postula o lugar como uma condição de ser, um constituinte da ontologia dos objectos físicos. Este lugar é pensado, por Aristóteles, para o caso dos objectos físicos, como o contínuo físico espacial. Ora, logo aqui a matemática coloca-se num plano especial, pois os seus objectos não são entes físicos comuns e, nesse sentido, não têm um lugar físico.

A matemática ergue-se então sobre o *χωρίζειν*, sendo esta noção entendida como o acto inédito de separar algo do seu lugar. A necessidade de *separar do lugar* é o momento fundacional da matemática porque ao que é próprio da matemática *não cabe um lugar* <τοπος>, só ao que é próprio da realidade física <σωμα φυσικόν>. Tal acto *separador* da matemática é constitutivo da sua *objectividade* porque, ao não existir *num* lugar determinado, os objectos da matemática podem existir em *qualquer* lugar. É que, embora possam ser tomados como objectos da realidade sensível (p. ex., a *superfície* como *limite* de um corpo físico), o matemático considera os seus objectos como se eles não tivessem uma localização no mundo físico. Heidegger frisa aqui a distinção aristotélica entre o Físico e o Matemático para sublinhar o porquê da objectividade matemática: o Físico não pode abstrair do lugar por causa do *movimento* (<κινήσις>, do qual tem necessariamente que ocupar-se), ao passo que o matemático remove o movimento das suas considerações. O movimento é a mudança de lugar, mas o matemático quer alcançar algo que não muda, ainda que possa ocupar lugares

diferentes. I.e., a abstracção do lugar dá conta da independência espaço-temporal (pois se não tem um lugar, então também não terá um tempo) das idealidades matemáticas.

Heidegger assinala a semelhança entre o processo de abstracção em matemática e a discussão sobre a obtenção das *Ideias* ou *Formas*²⁴⁷, pondo em jogo o termo <λανθανουσι>, *permanecer velado, oculto*. Ou seja, embora tanto os matemáticos como os filósofos *extraíam* ou *separem* espontaneamente, a natureza desse acto permanece para eles *velada, oculta*. Quando muito, pode dizer-se que o acto de *extrair* ou *separar* é sintomático de uma capacidade para alcançar os *elementos* <αρχαι> do objecto em causa e tomá-los individualmente, atribuindo-lhes um *ser*. É assim que Heidegger interpreta a autonomia do *movimento* ou do *lugar* <χώρα>, os quais na Natureza são determinações intrínsecas aos próprios objectos naturais e que não têm autonomia em si, só se forem *abstractamente tomados*. Dito de outro modo, pela abstracção (separação, extracção), estes intangíveis concretizam-se, tornam-se também *elementos*.

Ora, se a operação de abstracção é uma separação de elementos, muitos dos quais, no acto da reestruturação ontológica do objecto abstraído se deixam cair – são *ignorados* –, então a aritmética é mais *elementar*, i.e., pobre em elementos <αρχαι>, do que a geometria. É que a aritmética abstrai totalmente do lugar, a geometria não (e sobre este assunto, a concepção aristotélica é refém da geometria que lhe foi contemporânea, uma geometria ainda desenvolvida sem tratamento algébrico). A geometria é mais *determinada* que a aritmética, pois embora os objectos (no sentido de *abstracções* ou *idealidades*) da geometria separem do lugar, eles necessitam todavia de uma *posição* (ou *orientação*, ou *situação*, <θέσις>)²⁴⁸. O elemento basilar da aritmética, a *unidade* <μονάς> é sem *posição*, ao passo que o elemento basilar da geometria, o *ponto* <στιγμή> implica *posição* <θέσις>. Aristóteles faz esta especificação na §27 do livro I dos *Analíticos Posteriores* [Aristóteles, 1994b, 87a 30-35, 143] a respeito da já mencionada *precisão* das ciências: assim, a aritmética é mais precisa porque contém menos elementos nas abstracções fundamentais com que se constitui.

Em certa medida, o elemento a mais na geometria, a *posição*, liga-a de forma clara à experiência fenoménica humana do espaço, do estar *num lugar*. Enquanto, pela natureza das suas abstracções, a aritmética não necessita de um lugar – de um plano, digamos,

²⁴⁷ Razão pela qual uma discussão sobre a noção de abstracção se impõe numa análise rigorosa do *Sofista* de Platão; no limite, toda a discussão do *Sofista* é uma tentativa de apreender a natureza da abstracção.

²⁴⁸ Heidegger distingue três compreensões da espacialidade no pensamento de Aristóteles, a saber, o *lugar* (<χώρα>), a *posição absolutamente determinada* (<τοπος>), e a *posição relativamente determinada* (<θέσις>) [Heidegger, 2003, 72 e ss.].

não é *figurativa* – e portanto pertence a *qualquer* mundo possível, a geometria pertence a um lugar (a geometria precisa de planos, é *figurativa*) e no sentido em que ela se ocupa de figuras que estão *num* lugar, ela partilha a mais elementar afinidade connosco, a de estarmos num lugar repleto de figuras: o mundo. Para alcançar a especificidade das abstracções geométricas, Heidegger detém-se na distinção entre as noções de <τοπος> e de <θέσις>. É que os objectos geométricos são tomados da percepção sensível <αἰσθησις> abstraindo e depurando o seu *limite* (<πέρας>, i.e., alcançando a sua *figura*), limites que pertencem ao lugar *contínuo* e absolutamente determinado (<τοπος>, vide *Categorias*, §6 [Aristóteles, 1994b, 4b20 e ss., 8 e ss.])²⁴⁹. O *lugar* é justamente o que é confinado pelos limites de um corpo, os seus <περιέχον>; a abstracção geométrica toma estes limites *separando-os do lugar*.²⁵⁰ Neste movimento de extracção «*retém-se apenas a multiplicidade de sítios possíveis, os momentos de orientação [...] O que é extraído dos αἰσθητά e se torna então o θετόν, o postulado, é o momento do lugar, de tal modo que o elemento geométrico extraído já não está no seu lugar*»^(XLVII) [Heidegger, 2003, 75]. Porém, e este é o ponto, podemos ainda assim determinar-lhes uma esquerda e uma direita, um acima e um abaixo, um frente e um atrás, pois estas propriedades, embora não sejam propriedades das próprias abstracções, nem pertençam à posição absolutamente determinada <τοπος> – da qual abstraem – cabem na posição relativamente determinada <θέσις>, a qual contém o conjunto de todas as possibilidades de orientação de um objecto. A *θέσις*, que é preservada nas abstracções geométricas, oferece-lhes uma autonomia quanto à determinação do lugar. Diz Heidegger: «*os objectos geométricos podem sempre ser orientados de acordo com uma θέσις. Todo o ponto geométrico, todo o elemento, linha e superfície é estabelecido através de uma θέσις. Todo o objecto geométrico é uma οὐσία θετός. Esta θέσις não tem de ser uma determinação, mas ela corresponde a uma. Por outro lado, a unidade, a μὴδύς, não*

²⁴⁹ Jammer sintetiza de forma eficaz o pensamento de Aristóteles sobre o espaço: «*em Aristóteles o espaço é identificado com o lugar e definido como a fronteira adjacente do corpo continente. Esta definição [...] está em linha com a assumpção fundamental de Aristóteles sobre a impossibilidade do vácuo. [...] Para Aristóteles, o lugar é a fronteira adjacente do corpo continente, desde que este corpo contido não esteja ele próprio em movimento. Se, por exemplo, segurarmos uma pedra numa corrente de água, o invólucro de água em constante mudança não é claramente o “lugar” da pedra; de outro modo, a pedra imóvel mudaria o seu lugar constantemente, o que é contraditório. O lugar da pedra deve então ser a superfície interior do primeiro corpo continente como, por exemplo, o leito do rio*» [Jammer, 1993, 53-54].

²⁵⁰ Heidegger sustém estas distinções sobre o fundo de um espaço contínuo, povoado de corpos entre os quais não há intervalos, descontinuidades. Vide [Heidegger, 2003, 74-75] e Aristóteles, *Física*, livro IV, §5 e *Categorias*, §6 [Aristóteles, 1994b, 212a 30 e ss, 361 e ss.] e [id., 4b 20 e ss., 8 e ss.]. A este respeito recorde-se também o mesmo tema, abordado por Serres, que detecta uma das origens da geometria na capacidade de ver os sólidos translúcidos, digamos, vazios, como se não tivessem *lugar*, sendo apenas os seus limites configurados pela imaginação. Vide, supra cap. I, §12 e [Serres, OsG, §§188-192].

transporta em si esta orientação; ela é οὐσία αθετος. Na matemática, a θέσις só sobrevive na geometria, porque a geometria tem uma maior proximidade aos αισθητόν do que a aritmética»^(XLVIII) [id., 2003, 76].

Deixo a interpretação de Heidegger em relação à constituição das abstracções matemáticas em Aristóteles neste ponto. Importa então sublinhar os seguintes aspectos: primeiro, na génese da capacidade de abstrair está uma relação particular cognitiva à questão do espaço, ou pelo menos da espacialidade. Abstrair é tirar do espaço, de um certo espaço é certo, pois as abstracções matemáticas existem num espaço – o que, em termos contemporâneos se chamaria um espaço mental. O problema da abstracção abre directamente para o problema da constituição de um espaço mental polimorfo, do qual o espaço físico é um espécime, mas que, segundo Aristóteles, admite o espaço da geometria euclidiana e o *não-espaço* da aritmética. Eis um dos problemas mais fundamentais da natureza do espaço onde o pensamento se desenvolve, colocado a partir da noção de abstracção. Segundo, a constituição das abstracções parte de intuições sensíveis, portanto concretas, que são sucessivamente despidas de qualidades ou atributos até se atingirem essências ou elementos altamente invariantes e estáveis. No limite do espaço parece que nos encontramos com o esqueleto descarnado da lógica: mas até os ossos da lógica devem implicar um espaço. Como é que ele se pensa? Nesta mesma linha, como mostra a análise de Heidegger, a constituição das abstracções depende da intervenção de uma espécie de noções psíquicas prévias ainda mais abstractas e que têm de ser pressupostas para que as abstracções se produzam. Ou seja, para produzir as abstracções matemáticas é preciso que a alma conheça, quase num modo *a priori* ou antepredicativo, três formas de espacialidade ou do lugar, a saber, *χώρα*, *τοπος* e *θέσις* – extremamente abstractas – as quais não são em si o resultado de nenhum processo de abstracção ou dedução; é como se a alma nascesse enformada por elas. Ora este tipo de determinação se não torna o processo de abstracção mais obscuro, configura-o pelo menos numa maior complexidade.

Porém, e este é o aspecto rico e interessante, em larga medida o problema fica atenuado no pensamento de Aristóteles, porque estas condições antepredicativas e altamente abstractas do espaço correspondem, grosso modo, a três das *categorias* que o Estagirita postula na §4 do texto com o mesmo nome, a saber, *relação*, *lugar*, *posição*, sendo cada uma delas posteriormente analisadas nas §§5, 7, 9 [Aristóteles, 1994b, 1b 25 e ss., 4 e ss.]. Assim, a abstracção parece uma espécie de consequência necessária da articulação

entre a arquitectónica do espírito (as *categorias* e a *lógica*) e o ânimo (quer como faculdade *sensitiva* quer como faculdade *intelectiva*), onde o que salta à vista é justamente a constituição de um espaço particular da pensabilidade, declinável em vários modos. Ou seja, no limite, a noção de abstracção em Aristóteles vai também desembocar num âmbito transcendental, de noções pré-determinadas que preparam as capacidades cognitivas do espírito.

Em síntese, com Aristóteles a noção de abstracção apresenta-se com quatro principais características: 1) ela corresponde a um acto separador, que permite pensar algo autonomamente; 2) nela se ignora ou deixa cair o acessório com vista àquilo que se quer considerar; 3) esse acto reveste-se de uma função cognitiva e epistemológica, da qual ressalta a criação de objectos no espírito (conceitos, ideias); 4) o acto abstractivo permite alcançar núcleos essenciais e assim constituir objectos estritamente mentais.

APÊNDICE IV

Parte II, Capítulo III:

§103. O estudo de 2006 estava sob a égide do escravo platônico e citava em epígrafe Henri Poincaré em *La Science et L'Hypothèse*. Trata-se de uma das célebres passagens onde Poincaré justificava a escolha “convencional” da geometria euclidiana como a mais conveniente ou vantajosa para a descrição do espaço físico através de uma afinação evolutiva que sistematicamente a foi reconhecendo como a mais adequada e a que chamou «a experiência ancestral» ([Poincaré, 2010, 232-233], [id., 217-218]). A geometria euclidiana teria sido eleita pela nossa espécie e inscrita nos seus mecanismos perceptivos porque é a que melhor apreende o mundo físico. É um dos momentos onde o pensamento convencionalista de Poincaré procurou justificação bio-ecológica para a selecção da geometria euclidiana ao relacionar a estrutura geométrica do espaço físico à nossa escala com uma geometria específica. Os resultados experimentais obtidos em 2006 quiseram contribuir para a sustentação dessa ideia, reafirmando a espontaneidade de noções fundamentais de geometria numa hipótese desse tipo.

Já no estudo de 2011 foram eleitas três referências filosóficas para a abordagem à intuição espacial: 1) a tese kantiana do espaço como forma *a priori* da sensibilidade, com ênfase na convicção de que a estrutura desse espaço seria euclidiana; 2) uma tese de Poincaré (usada também como epígrafe no início do estudo) de fundo kantiano, de acordo com a qual o espírito humano *constrói* ideias (as geométricas são um caso), as quais a experiência exemplifica e concretiza; 3) a tese platônica que defende que a mente possui ideias inatas e que a educação tem como papel fazê-las rememorar. Em larga medida, a investigação procurou retomar a discussão destas teses, apresentando novas pedras-de-toque para refutar umas e para apoiar outras.

Quanto à tese kantiana, põe-se em causa a ideia de que a «*mente humana esteja espontaneamente dotada de intuições euclidianas*» [Dehaene et al., 2011b, 9782, sm] pois tais intuições euclidianas foram flexibilizadas para problemas onde a geometria não era euclidiana, mas sim esférica²⁵¹. Os resultados experimentais não apoiam a espontaneidade preferencial da geometria euclidiana, muito embora a experiência do espaço seja, ao nível local, euclidiana; por outro lado, refuta-se a ideia do euclidianismo

²⁵¹ Sobre uma superfície esférica, a geometria não é euclidiana porque a soma dos ângulos internos de um triângulo é $>180^\circ$; ou seja, para estas superfícies, o teorema de Pitágoras não é válido.

pela *flexibilização* de intuições euclidianas a outras geometrias. Ou seja, a geometria de base, aquela a partir da qual se derivam outras, não é a euclidiana? O estudo não explora essa hipótese. Dado um certo tipo de superfície, os Mundurucu flexibilizaram intuições espaciais abstractas em função da natureza dessa superfície²⁵². Quanto à tese de Poincaré, ela aparece ligada à tese platónica: quer pela defesa da existência de objectos ideais na mente (e para o caso é indiferente se são *construídos*²⁵³, se são *inatos*), quer pela defesa de que a experiência ou o ensino concretizam essas ideias abstractas pré-existentes. Quanto à existência de objectos ideais na mente, qualquer que seja a sua modalidade, não penso que o estudo seja iluminador. Já quanto à espontaneidade do surgimento de intuições geométricas que os exercícios despoletaram, é facto que não houve qualquer ensino ou condução: os indivíduos responderam por si aos problemas.

§113. Tomando uma distinção de Serres, ao debater-se com os problemas *do que se conhece* e de *como se conhece*, Platão concebeu o quadro estabilizado da primeira grande teoria do conhecimento. No *Timeu*, o problema tanto *do que se conhece* como *do modo como se conhece* está em permanente procura por aberturas no campo da geometria. Antes de mergulhar nesse texto, recordo algumas noções gerais.

A teoria platónica do conhecimento assenta em dois princípios: 1) a separação entre corpo e alma; 2) o carácter *impuro* do conhecimento sensorial (proveniente dos sentidos) quando confrontado com o carácter *puro* do conhecimento intelectual. Ambos se vinculam por uma relação íntima: o conhecimento de tipo intelectual requer o primado da alma sobre o corpo, mas o conhecimento proveniente do corpo origina o tipo de conhecimento sensível que, embora enganador, oferece acesso ao conhecimento puramente inteligível. O pensamento platónico tem, consoante o diálogo, subtilezas a não desprezar; porém, se tomarmos diálogos ditos da maturidade, como o *Fédon* ou o *Filebo*, é assim que Sócrates apresenta a complexa relação entre o corpo e a alma, uma

²⁵² Ainda que, a meu ver, este resultado ganharia em solidez se o mesmo exercício fosse proposto sobre uma superfície mais complexa, como a hiperbólica. Tenho fortes dúvidas de que intuições geométricas correctas fossem espontâneas para esse caso.

²⁵³ A *construção* de objectos matemáticos no pensamento kantiano, o qual fortemente influenciou Poincaré e do qual ele é tributário, diz respeito à possibilidade desses objectos poderem ser apresentados na intuição pura, pois a sua existência depende apenas das duas formas puras da intuição, espaço e tempo.

relação cujo ideal seria o de absoluto desligamento, ainda que paradoxalmente o corpo seja a porta do acesso humano ao inteligível, às ideias.

Embora a argumentação platónica seja de forte estrutura lógica, parte substancial das concepções de fundo são de natureza teológica ou mítica. A intuição intelectual platónica ergue-se sobre as concepções de *metempsicose* <μετεμψύχωσις>, e *anamnese* (ou *reminiscência*, <ανάμνηση>); ou seja, a teoria das ideias tem alicerces em concepções míticas. Esse dispositivo platónico é um instrumento para problematizar relações e hipóteses complexas; de resto, Platão concretiza as melhores apresentações do movimento iniciado pelos pensadores pré-socráticos, o esforço de transitar do *μῦθος* para o *λόγος*, segundo a interpretação moderna de Wilhelm Nestle da passagem da explicação sobrenatural para a explicação racional dos fenómenos [Nestle, 1940]. Uma das relações, entre sensível e inteligível, encontra apresentação no *Timeu*, onde as tensões entre o corpo e a alma com o universo (o plano de um sensível que concretiza o inteligível), procuram ser compreendidas à luz da mediação matemática, mais especificamente geométrica.

§126. Pode considerar-se anacrónico recuar até Platão para enfrentar problemas que estão bem formulados nos debates filosóficos contemporâneos. Concedo, mas julguei importante analisar as raízes do tema deste estudo. A minha intuição fortificou-se quando verifiquei que era possível encontrar problemas relevantes do transcendental geométrico aí. Por outro lado, se quase todo o debate contemporâneo, num momento ou noutro, aponta para a epistemologia platónica, julgo que é uma questão de honestidade intelectual debruçar-nos sobre ela e torná-la o mais transparente possível.

O pensamento platónico oferece, no modo original, os temas do questionamento sobre as relações que devem existir entre geometria, percepto-cognição e génese conceptual. Nele procuram-se pensar os vínculos entre uma ciência abstracta, a tecedura do real fenoménico e os mútuos acessos. Pelo *Ménon* mergulha-se no inatismo das noções geométricas, procurando os elementos congéneres entre o pensamento e uma realidade que deve subjazer e alimentar certas ideias que nele emergem, e que fundam a sua lógica, universalidade e verdade. Pela *República* problematizam-se os elos entre os

aspectos lógico-formais da geometria e a estrutura lógica dos raciocínios, a partir da ideia de que se colocam hipóteses, testam-se, e daí se chega a factos. O tipo de evidência lógica que se produz nos raciocínios geométricos, partindo de hipóteses para chegar a factos verdadeiros, faz aparecer a geometria como o modelo para o exercício do tipo de raciocínio dedutivo, bem como da dialéctica, próprios à investigação filosófica. Por usar uma linguagem assente em elementos universais, que todos podem alcançar pelo pensamento, Platão apelou ao seu mais elevado carácter ideal. Essa idealidade e universalidade alçou-a à condição de uma lei suprema, comum a mortais e imortais. Antecipou também que a geometria dos sólidos era uma porta a abrir para conseguir um acesso mais profundo à compreensão da natureza matemática do real fenoménico. Mostrei também que Platão não se limita a avançar a possibilidade de que o mundo tenha uma estrutura geométrica: vai ao ponto de sugerir que essa estrutura geométrica determina o modo de acesso humano ao mundo e à sua representação. Se os triângulos-átomo que constituem a superfície de certos elementos têm um maior número de acidentes topológicos (se, p. ex., são rugosos) e isso determina a percepção que o homem tem desse elemento (são sentidos como amargos), é evidente que está a tentar ligar, ao mais ínfimo nível, a estrutura geométrica dos objectos e o impacto que as diferenças qualitativas nessa estrutura têm na percepção e cognição humanas. Importante é também o pensamento inaugural sobre o espaço, ou pelo menos sobre o *lugar extenso* em que os corpos têm assento. Não encontrei elementos que permitissem atribuir a Platão a concepção desse espaço como o lugar próprio que dá assento aos elementos geométricos – pontos, superfícies ou figuras – mas pensou-o como o elemento ao qual só se acede pelo pensamento, que dá assento ao pensamento e que se lhe impõe até como condição de possibilidade. Está na natureza complexa (conforme Platão a pensou) do espaço o fundamento das mais elementares categorias conceptuais humanas; dito de outro modo, o pensamento humano está imbuído de espaço. Sabe-se que a via dorsal do córtex cerebral, o chamado sistema «onde», no qual são tratadas as propriedades espaciais e de localização da informação perceptiva, é uma das mais primitivas no eixo do desenvolvimento deste órgão. I.e., a arquitectura do cérebro humano prova que a informação espacial foi uma das que a nossa espécie primeiramente teve necessidade de tratar. Em certa medida, Platão alertou para a primitividade das noções espaciais no pensamento humano, justamente através da dificuldade em pensar o seu elemento fundamental.

§127. No *Timeu* aparece uma concepção das superfícies do mundo assente numa estrutura topológica de tipo geométrico: uma malha de triângulos, em número, magnitude e topologia variável. A variação entre as relações e o número desses elementos daria conta da poliformia da realidade sensível. Platão tomou também como hipótese que fossem as características dos vértices formados por estes sólidos de triângulos-átomo que lhes dariam certas propriedades específicas. Essas propriedades teriam impacto directo no modo como os homens os percebem. A hipótese fundamental platónica seria a de que de um conjunto reduzido de elementos (figuras geométricas, p. ex., triângulos ou quadrados) e da harmonia numérica estabelecida nas relações volumétricas entre eles, gerar-se um campo infinito de possíveis; a bem dizer, a diversidade formal que conhecemos no mundo sensível.

Encontra-se também a definição platónica de que a dimensionalidade do lugar em que tudo tem assento está sediada no conjunto de movimentos que é possível nele realizar; por se moverem, são os seres vivos que inauguram a dimensionalidade desse lugar que tudo pervade e no qual tudo está mergulhado. Abstractamente tomado, este lugar extenso é amorfo, não é dimensionável nem orientável. É a existência de seres no mundo sensível que determina as características concretas desse lugar. Como se em Platão se pudesse já pressentir a tese riemanniana de acordo com a qual é o comportamento dos elementos que determina a natureza do espaço.

Vê-se também Platão ligar, do modo mais íntimo, a necessidade de conhecer o lugar extenso como condição para o correcto desenvolvimento intelectual. Em certa medida, a experiência sensível do espaço determina a constituição inteligível do Homem. É que entre Homem e Mundo, *Mesmo* e *Outro*, há uma relação que tem de ser conquistada e uma articulação que tem de ser coordenada. Encontrei pedras-de-toque para sustentar que, em Platão, essa conquista começa no conhecimento e domínio da experiência espacial. A necessidade da adequação é, por um lado, a de fornecer o acesso correcto aos inteligíveis (se o corpo não conhecer a diferença entre a direita e a esquerda, não se podem forjar os conceitos correctos que respeitam à orientação), por outro, a de bem interagir com o mundo sensível (o corpo humano está adequado às características e obstáculos da superfície terrestre).

Por último, surpreende-se Platão no problema de desenlaçar sensíveis e inteligíveis a propósito da definição de figura, demonstrando-se que esse entrelaçamento é mais profundo do que se poderia suspeitar. Embora se possa pensar a *esfericidade* em si, a

inteligibilidade da *figura* está dependente de condições sensíveis, p. ex. a cor ou o limite, condições que só os órgãos perceptivos podem adequadamente apreender.

Estes elementos, muitos deles pensados na paradoxalidade honesta que envolvem, não aproximam Platão de um empirismo, mas tornam plausíveis as meditações profundas acerca da relação entre a geometria, estrutura da realidade e o acesso humano a ela, quer na percepção, quer nas representações do conhecimento.

O que é então o transcendental geométrico em Platão? Se aplanarmos as muitas hesitações e problematizações com que o filósofo se debateu ele é, sem surpresas, um subdomínio do mundo inteligível das Ideias e das Formas, onde há entidades geométricas que existem no modo autónomo, eterno, absoluto, incorrupto e incorpóreo. Ao postular a existência de um tal âmbito, i.e, ao atribuir realidade ontológica aos objectos ideais num plano distinto, paralelo ou superior à realidade física e fenoménica, todo o problema transita da constituição ou natureza desses objectos – que, além de transcendentais são transcendentos, da ordem do divino, e onde o humano tem um papel quase sempre receptivo – para o problema do acesso a esses objectos, o problema epistemológico.

APÊNDICE V

Parte II, Capítulo IV:

§132. O projecto crítico de Kant, enquanto projecto transcendental, define-se pela tentativa de apurar no sujeito as estruturas que possibilitam o conhecimento. Para este pensador, tais estruturas existem *a priori* no sujeito, i.e., antes de lhe ser dado qualquer estímulo, pelo que a génese dessas estruturas não depende dos estímulos que vêm de fora, da experiência *<Erfahrung>* [CRP, A1/B1, 36]. São por isso mesmo transcendentais, pois precedem a experiência e é a sua existência prévia que vai tornar a experiência possível. Todavia, o sujeito só começa a conhecer quando recebe estímulos: o conhecimento começa com a experiência. Sem ela, essas estruturas *a priori* existem, mas são vazias, não têm objecto sobre o qual exercer-se. Kant chamou *faculdades do ânimo* (*<Fakultäten>*, *<Gemütsvermögen>*) a essas estruturas transcendentais, justamente porque antecipam a experiência e não derivam dela. Portanto, é legítimo dizer que o projecto crítico da razão que deve preparar a fundação da filosofia transcendental consiste no estudo e determinação das faculdades de conhecimento, sua natureza, seu domínio de objectos, seus princípios e sua legislação.

A *função legisladora*, o *domínio de objectos* e a *emissão de princípios* são o que propriamente define as faculdades superiores do conhecimento. Elas prescrevem leis à matéria-prima do conhecimento, a experiência, emitindo os princípios da sua estruturação. Essas faculdades são a *sensibilidade* *<Sinnlichkeit>*, o *entendimento* *<Verstand>*, a *razão* *<Vernunft>*, a *faculdade de julgar* *<Urteilkraft>* e a *imaginação* *<Einbildungskraft>*. Em rigor, nem a sensibilidade nem a imaginação são faculdades superiores do conhecimento: a sensibilidade é o plano representativo fundamental de qualquer fenómeno que afecta o espírito do sujeito; a imaginação não é em geral tida como uma faculdade superior porque nem emite princípios, nem legisla, nem tem um domínio de objectos determinado. No entanto, pelo carácter transcendental de ambas (Kant encontra-as *a priori* no sujeito) e pela sua relação com as restantes faculdades superiores, resulta impossível conduzir um estudo dos pressupostos transcendentais do conhecimento sem as observar. Por outro lado, é através destas duas faculdades que, a meu ver, se tem acesso ao transcendental geométrico kantiano. Tentarei demonstrá-lo. Começo por recordar sinteticamente as principais atribuições destas faculdades.

A *sensibilidade* dá os princípios da representação de qualquer fenómeno, inscrevendo-os nas duas formas representativas fundamentais: *espaço* <Raum> e *tempo* <Zeit>. Todo e qualquer fenómeno que afecte o sujeito é representado nestas duas estruturas, a que Kant chama *intuições puras* <reine Anschauung>. Não vou deter-me na dedução da natureza transcendental destas faculdades nem na prova da sua existência *a priori*.

O *entendimento* é a faculdade das regras e a faculdade de pensar por excelência. *A priori* (antes de qualquer experiência) está munido de *conceitos puros* <Verstandesbegriffen>, as categorias <Kategorien>, e de formas lógicas que vão reger os juízos levados a cabo com os conceitos. Iniciada a experiência, é a ele que cabe forjar os conceitos para categorizar os objectos que afectam a sensibilidade, aliando-se, para esse efeito à imaginação e à faculdade de julgar. Esses conceitos são os *conceitos empíricos* <empirischen Begriffe>, como, tomando exemplos kantianos, os conceitos de *cão* ou de *prato*. Há ainda um terceiro tipo particular de conceitos, os *conceitos sensíveis* <sinnlichen Begriffe>, conceitos que não tomam nada da experiência empírica, mas que são *construídos* <konstruiert> apenas com o concurso das estruturas próprias do entendimento (conceitos puros e formas lógicas) e as intuições puras da sensibilidade (espaço e tempo). Diferentemente de outros conceitos, estes são exclusivamente representados na sensibilidade (daí *sensíveis*). Tais são os conceitos matemáticos e tanto o seu carácter especialíssimo como a proposta kantiana da sua construção fundam um capítulo fundamental do pensamento kantiano, o seu pensamento matemático.

A *razão* é a faculdade que ordena os conceitos do entendimento, procurando neles princípios de unificação que permitam colmatar a sua dispersão e elevá-los a um sistema de pensamento coeso e ordenado. A sua actividade é a de conduzir raciocínios e os seus objectos autóctones são as ideias. Diferentemente dos conceitos do entendimento, que encontram nos objectos da experiência a sua representação, as ideias não têm correlato na experiência. Este cão particular pode instanciar o conceito geral de cão, mas a ideia de canídeo não pode ser apresentada por nenhum cão particular; é preciso ter visto muitos cães, lobos, chacais, hienas, ... para que a razão possa extrair desses diversos conceitos, via imaginação, a matéria com que forjará a ideia de canídeo.

A relação entre razão e entendimento é mediada pela *faculdade de julgar*. A faculdade de julgar é a faculdade de aplicar as regras do entendimento aos objectos e as ideias da razão aos conceitos do entendimento, i.e., compete-lhe aferir que conceito deve entregar ao objecto que intui, a que ideia subordinar um raciocínio que conduz ou sob que ideia

unificar certa dispersão conceptual. Em certo sentido, a faculdade de julgar é a própria inteligência²⁵⁴, e a sua actividade própria é a de conduzir juízos. Esses juízos são *determinantes* <*bestimmenden*> quando esta faculdade pensa um particular para o qual o universal está previamente dado, ou são *reflexivos* <*reflektierenden*> quando se encontra perante um objecto particular para o qual o universal não está dado e é, portanto, preciso engendr -lo. Ora, a media  o que esta faculdade faz entre entendimento e razão consiste em ligar os seus dois domínios distintos: a rela  o judicativa com o conhecimento da Natureza <*die Natur*> e seus fenómenos (sobre a qual legisla o entendimento) e com a ideia de Liberdade (domínio sobre o qual legisla a razão), através do princípio de que os juízos sobre os dois campos são conformes a uma finalidade, ainda que essa finalidade não seja objectivamente dada. A *conformidade a fins* (<*Zweckm  ssigkeit*>)    o princípio segundo o qual tudo aquilo sobre o qual uma faculdade legisla   -lhe adequado; i.e., o campo de objectos de uma faculdade    conforme    própria natureza dessa faculdade,    congénere da sua actividade. E a faculdade de julgar conduz aquelas duas faculdades a pensar ou a raciocinar pressupondo sempre a adequa  o dos objectos a uma finalidade subjacente a esses actos, mesmo que essa finalidade seja objectivamente desconhecida. Este princípio desvela os dois grandes ramos dos seus juízos, o juízo *estético* <*das   sthetische Urteil*>, que diz respeito a uma rela  o subjectiva particular que o sujeito estabelece com os objectos assente no sentimento de prazer <*Lust*> ou de desprazer <*Unlust*>, e o juízo *teleológico* <*das teleologische Urteil*>, que diz respeito    rela  o objectiva com a ideia de uma finalidade. Acontece que – e essa    a grande peculiaridade desta faculdade – estes dois ramos põem-nos perante juízos cuja finalidade    conforme a fins (p. ex., considero esta rosa bela porque ela me remete para um ideal de beleza), mas esse fim não    determinado (como posso eu julgar a rosa como bela e ter prazer na sua contempla  o, quando, suponhamos, nunca antes tinha visto uma rosa, e portanto nunca tive sequer ocasião de formar a ideia da beleza das rosas?). E    também por isso que, ao passo que as outras faculdades superiores se reportam directamente aos seus conceitos próprios, a faculdade de julgar põe em jogo essas duas faculdades, i.e., exige para a natureza particular dos objectos que considera um jogo entre os conceitos do entendimento e as ideias da razão. Justamente porque o juízo    conforme a um fim, mas o fim    desconhecido (uma conformidade a fins sem fim <*eine Zweckm  ssigkeit ohne*

²⁵⁴ Na nota a [CRP, A134/B173, 178], Kant faz esta mesma afirma  o pela negativa, dizendo que «a carência de faculdade de julgar    propriamente aquilo que se designa por estupidez <*Dummheit*> e para semelhante enfermidade não há remédio».

Zweck>), não pode ser objectivamente enunciado como um conceito específico do entendimento nem como uma ideia específica da razão. A complexidade desta faculdade mereceu que Kant lhe dedicasse toda a terceira parte do projecto crítico.

Finalmente, a *imaginação* é a faculdade das sínteses (<*Synthesis*>) por excelência. Embora, como disse, a imaginação não seja considerada uma faculdade superior do conhecimento, essa desconsideração parece-me injusta. É certo que a imaginação não tem um domínio determinado de objectos; quando muito podemos dizer que ela é a faculdade das *sínteses* e das *representações* <*Vorstellungen*> (posto que a sensibilidade oferece o “solo” das representações, porém é a imaginação quem forja as regras de representação na sensibilidade). Mas é igualmente certo que ela emite um princípio sem o qual o conhecimento não seria primeiramente possível: o princípio da afinidade <*Prinzip der Affinität*> do diverso. Quer isso dizer que cabe-lhe encontrar aquilo que nas representações (intuições, conceitos, ideias, juízos) aparece de forma discreta e diversa, encontrando o que é comum entre elas e ligando-o como um todo que se reporta a uma mesma consciência fundamental: a consciência do sujeito como sujeito, o eu penso, a apercepção transcendental <*die tranzendente Apperzeption*>. Isto na relação dos fenómenos que afectam o sujeito com o sujeito ele próprio, consciência <*Bewusstsein*>. Depois, esse princípio de afinidade exerce-se também ao nível da ligação entre o diverso dos fenómenos, i.e., garantindo que o diverso de uma experiência ganha consistência e é unificado. P. ex., na intuição de um mesmo objecto sob diferentes pontos-de-vista é à imaginação que cabe, segundo o princípio de afinidade, encontrar os elementos que fazem dessas intuições não uma rapsódia, mas uma apreensão sucessiva reportada à unidade de um mesmo objecto; a afinidade (<*Affinität*>, <*Verwandtschaft*>) é o princípio da associação e da ligação. Nesse particular, são três as principais sínteses operadas pela imaginação para a representação de um objecto: a síntese da *apreensão* <*der Synthesis der Apprehension*> do diverso intuído, a da *reprodução* <*der Synthesis der Reproduktion*> desse diverso transpondo a sua descrição para um contínuo temporal uno, e a síntese da *reconhecimento* <*der Synthesis der Rekognition*> desse diverso apreendendo-o sob um mesmo conceito. Cabe também à imaginação realizar a unificação de dois domínios heterogéneos, o dos objectos que afectam a sensibilidade e o dos conceitos do entendimento. Porque um é sensível e o outro intelectual, a imaginação forja um termo intermédio, o *esquema* <*das Schema*>, o qual é a relação mediadora entre o carácter heterogéneo de ambas. O esquema tem uma natureza particular pois não é uma imagem, antes uma certa regra de representação que

permite a transição de um domínio para o outro, subordinada a uma certa reconfiguração do tempo. Mas à imaginação não cabe apenas esquematizar conceitos puros e sensíveis, cabe-lhe também esquematizar conceitos empíricos. Kant concebeu esse tipo de esquematização dinâmica como um efeito da projecção de diversas intuições particulares de diferentes objectos uns sobre os outros da qual sobressai uma *imagem pairante* <*schwebende Bild*>. E ao passo que na esquematização dos conceitos puros, a imaginação se debruça sobre o entendimento subordinada ao tempo, na esquematização dos conceitos empíricos, ela convoca uma ligação entre entendimento, razão e faculdade de julgar na constituição de um esquema que é simultaneamente um conceito, uma ideia da razão, um juízo e uma apresentação da imaginação. Aqui a regra de construção já não é, como nos conceitos puros, apenas e só uma disposição no tempo, mas deve também ser uma disposição no espaço. De modo mais geral, é o conjunto de sinais ou marcas que constituem o termo médio de uma representação, e que é válido para todas as representações que subsumem no mesmo conceito. Esta imagem pairante é o esquema dos conceitos empíricos. Já os conceitos sensíveis, matemáticos – como defenderei adiante –, não carecem de esquematização, pois eles próprios são esquemas. Ora, se como disse, a faculdade de julgar parece ser a própria inteligência, a imaginação parece ser o próprio espírito ou pelo menos a energia que o anima, pois compete-lhe seleccionar das categorias do entendimento aqueles conceitos puros que asseguram uma existência permanente e consequente no tempo. Isto não é mais do que o sujeito transcendental a dobrar-se sobre a sua própria arquitectura e a extrair dela a condição inicial de todo o conhecimento, que é a consciência de si próprio como identidade e como agente de inteligibilidade. Por isso desde logo defendo que, dentro do sistema kantiano, a imaginação não só é uma faculdade superior de conhecimento como é a faculdade superior de conhecimento.

§145. Esta dificuldade parece-me quase intransponível quando se quer admitir, dentro do sistema kantiano, a hipótese de pensar objectos aos quais tenha de corresponder uma intuição que não concorde com a geometria euclidiana. E não se ultrapassava mesmo que na *Crítica* aparecesse como verdade sintética *a priori* o *geodésico* em vez da *linha recta* como o caminho mais curto entre dois pontos; nem se

numa edição C da *Crítica* Kant removesse a afirmação de que todo o pensamento tem de ter uma intuição que lhe corresponda; nem se dissolveria se admitissemos haver distinção entre *a forma da intuição pura do espaço* e *a forma dos fenómenos representados no espaço*, dando por possível que os fenómenos estejam constrangidos pela geometria euclidiana, mas a intuição pura do espaço não (justificarei adiante porquê). Penso que Kant não faz esta distinção porque 1) ela implicaria uma cisão entre *intuição sensível* e *exibição na intuição sensível* que seria arbitrária e 2) se ela fosse feita, Kant não poderia construir o argumento para demonstrar que as verdades geométricas são sintéticas *a priori*. Como tal, todas essas estratégias não obliterariam o problema de fundo, i.e., *a relação entre sensibilidade e entendimento pela intuição que um fornece e o outro pensa*, nem esgotaria o problema para muitas das geometrias que hoje conhecemos.

Esta questão encerra para mim uma das limitações, ou debilidades, mais contundentes do sistema crítico. E o que dela me interessa extrair é que, do meu ponto-de-vista, a relação entre as intuições puras da estética transcendental e a geometria euclidiana, e finalmente entre as intuições da sensibilidade e o entendimento, o qual sempre requer uma intuição para sustentar qualquer pensamento, excluem do sistema kantiano a possibilidade de se pensarem geometrias não-euclidianas, pelo menos num sentido matemático coerente com a própria letra kantiana. Pois ainda que o entendimento possa, pela forma lógica, engendrar qualquer pensamento (o que, pela consistência lógica das geometrias não-euclidianas, as tornaria alvo de um pensamento legítimo) a simultânea exigência de uma intuição que acompanhe esse pensamento e imposição da geometria euclidiana à forma das intuições invalida a hipótese de pensamentos ou juízos cuja intuição correspondente seja de corte não coincidente com a doutrina de Euclides.

§147. A limitação da forma pura do espaço na sensibilidade pela geometria euclidiana é de tal modo limitadora que estrangula a eficácia da própria argumentação kantiana. Retome-se o paradoxo dos objectos incongruentes e recordem-se dois pontos mencionados: primeiro, a constatação kantiana em 1747 de que não há necessidade lógica que force o espaço à tridimensionalidade; segundo, que a consideração dos enantiomorfos abria para uma realidade do espaço que a geometria euclidiana parecia

não conseguir apreender e que parecia ser, na verdade, o próprio fundamento da diferença entre regiões no espaço. Nestes dois momentos, Kant compreende que a geometria euclidiana nem oferece uma prova apodíctica da tridimensionalidade do espaço, nem parece ser capaz de apreender todos os problemas de inteligibilidade que ele coloca. Com o pensamento *crítico* e quer com a anexação da forma pura da intuição sensível das figuras à geometria euclidiana, quer com a necessidade de que todo o pensamento se edifique sobre uma intuição sensível, a liberdade do pensamento kantiano acerca da relação entre espaço e geometria fica atrofiada. Por isso, a meu ver, o único argumento explícito do carácter sintético da geometria que o próprio Kant deu não fica apenas defeituoso: ele exhibe exactamente a não-euclidianidade do espaço.

Hannah reconstruiu esse argumento a partir dos *Prolegómenos*. Segundo ele, a sinteticidade da matemática depende, em Kant, do preenchimento de três condições: primeira, a negação de uma proposição sintética não encerra contradição, i.e., é lógica e conceptualmente consistente; segunda, uma proposição é sintética quando é dependente de uma intuição, quer pura, quer empírica; terceira, as verdades sintéticas *a priori* são necessárias apenas em todos os mundos humanamente intuíveis e objectivamente experienciáveis (recorde-se a distinção entre fenómeno e númeno) [Hannah, 2001, 267]. Tendo estas condições presentes, Hannah reconstrói o argumento do seguinte modo:

- 1) assumam-se a existência, num espaço euclidiano tridimensional ideal, de dois objectos X e Y iguais tais que i) têm as mesmas medidas e ii) X e Y são simétricos, imagens espelhadas um do outro;
- 2) conseqüentemente X e Y são incongruentes;
- 3) porém, há pelo menos um mundo lógico e conceptualmente possível onde X e Y são congruentes, portanto é pelo menos pensável que X e Y são congruentes;
- 4) logo, não é (universalmente) necessário que X e Y sejam incongruentes;
- 5) ora, os objectos X e Y só são necessariamente incongruentes nos mundos representáveis pela nossa intuição euclidiana tridimensional do espaço, mas não são necessariamente incongruentes num mundo pensável mas não intuível, i.e., há pelo menos um mundo pensável em que os objectos X e Y são congruentes ainda que não possamos ter intuição desses objectos nesse mundo;
- 6) visto que (2) tanto é uma proposição necessária como pode ser consistentemente negada, mas tendo em conta que a sua necessidade se funda na nossa pura representação

do espaço como a forma da intuição externa sensível, segue-se que ela é sintética *a priori*;

7) o argumento usado em (2) pode aplicar-se, *mutatis mutandi*, a qualquer verdade geométrica;

8) portanto, todas as verdades geométricas são sintéticas *a priori* [Hannah, 2001, 268-269].

A deficiência do argumento surge logo em (3). Se intuímos os objectos X e Y como necessariamente incongruentes na nossa percepção euclidiana tridimensional e todavia podemos pensar um mundo em que eles são congruentes, temos entendimento e sensibilidade desligados, pois no segundo caso estamos a pensar uma situação para a qual a sensibilidade humana não pode oferecer uma intuição. Este pensamento é uma ideia; e embora seja logicamente admissível por consideração dos conceitos do entendimento, a verdade é que depois não haveria forma de construir os conceitos referentes à matemática desse mundo possível. I.e., o argumento demonstra, sobretudo, que há objectos matemáticos que não podemos construir. E a história da matemática demonstrou que esse não é o caso. Embora Kant recorra frequentemente ao exemplo da infinitude do espaço da sensibilidade para dar conta da sua pureza – pois, segundo ele, podemos pensar um espaço infinito porque a sensibilidade consegue fornecer uma intuição que lhe corresponda – essa infinitude é um pressuposto fundamental da geometria euclidiana. Se o entendimento quisesse pensar um triângulo cuja soma dos ângulos internos é superior a 180° , a sensibilidade não conseguiria dar-lhe a intuição correspondente pois está talhada segundo a geometria euclidiana onde vigora o teorema pitagórico dos triângulos rectângulos e a consequente planeidade das superfícies. Consequentemente, o que o argumento kantiano mostra é que o espaço da intuição pura não pode ter forma definida, pois nesse caso o pensamento não pode pensar casos que não tenham essa forma definida. E, como é bom de ver (até porque Kant usa esse expediente justamente para levar a cabo o argumento) é possível pensar casos logicamente consistentes para os quais a sensibilidade não pode exibir uma intuição. Winterbourne sublinha esse ponto: «a distinção que Kant desenha é entre mera possibilidade lógica e “construtibilidade”» [Winterbourne, 1990, 107]. O problema está em que, como a forma pura da sensibilidade “espaço” é euclidiana, então não é possível construir sobre ela algo que é fundamentalmente diferente da sua natureza.

LISTA DE FIGURAS E ILUSTRAÇÕES

Fig. 1, §49, p. 74: *rotação de 72° sobre uma estrela do mar. Os seus braços ficam a ocupar aproximadamente o mesmo espaço.*

Fig. 2a, §49, p. 74: *um rectângulo com os seus quatro "cantos" simétricos numerados [Carter, 2009, 14].*

Fig. 2b, §49, p. 75: *os dois movimentos que se podem realizar com o rectângulo preservando a sua simetria [Carter, 2009, 14].*

Fig. 2c, §49, p. 75: *conjunto de todas as acções que se podem realizar com o rectângulo preservando as suas simetrias [Carter, 2009, 18].*

Fig. 3, §49, p. 76: *representação das acções da fig. 2c num esquema de nodos [Carter, 2009, 43].*

Fig. 4, §49, p. 76: *conjunto de acções que é possível realizar com uma consola de 2 interruptores [Carter, 2009, 20].*

Fig. 5, §49, p. 77: *representação das acções realizáveis com os interruptores da fig. 4 num esquema abstracto de nodos [Carter, 2009, 43].*

Fig. 6, §176, p. 284: *Esquema do primal access.*

Fig. 7, §178, p. 289: *Tipos de relação não-acidental [Biederman, 1987b, 120].*

Fig. 8, §178, p. 290: *Diferenças de propriedades não-acidentais entre dois géons [Biederman, 1987b, 121].*

Fig. 9, §178, p. 291: *Alguns dos géons deduzidos da variação de propriedades não-acidentais [Biederman, 1987b, 122].*

Fig. 10, §179, p. 292: *contrastes em algumas das propriedades do corte transversal dos géons (continuidade, coterminação, paralelismo e simetria) [Biederman, 1995, 127].*

Fig. 11, §179, p. 292: *variações sobre atributos do corte transversal de um géon: simetria, tamanho, limites e eixo [Biederman, 1987b, 122].*

Fig. 12, §185, 305: *Representação de uma girafa e de um coelho apenas através de pauzinhos [Marr, Nishihara, 1978, 271].*

Fig. 13, §196, p. 323: *O gato de Attneave [Attneave, 1954, 185].*

Fig. 14, §212, p. 364: *Representação geométrica da color spindle correspondente ao espaço cromático perceptível pelos humanos* [Churchland, P. M., 1996, 25].

Fig. 15, §212, p. 364: *O tetraedro do paladar de Henning* (adaptado de [CS, 14]).

Fig. 16, §213, p. 368: *região do espaço conceptual correspondente às "cores de pele" na color spindle* [CS, 121].

Fig. 17, §219, p. 389: *Kazimir Malevich, Ceifeiro II (1928-1929), óleo s/ tela, 86x66cms* [Souter, 2012, 194].

Fig. 18, §224, p. 402: *Uma das faces do disco de ouro enviado nas sondas Voyager.*

Fig. 19, §225, p. 405: *Colibri. Planalto de Nazca, Perú.*

Fig. 20, §225, p. 405: *Macaco. Planalto de Nazca, Perú.*

Fig. 21, §225, p. 406: *Esquema do vale de Nazca e alguns do bioglifos e geoglifos nele gravados.*

ANEXO I

Fontes originais que aparecem no corpo de texto traduzidas a partir de traduções

^(I) *«the exercise of philosophy cannot be separated from a certain conception of totality. Yes, a philosopher should know everything, should have lived everything and understood everything – the sciences, hard and soft, their history, but also that which is not science, the entire encyclopedia, with no exclusions. What underpins philosophy is not this or that partial science but the active totality of knowledge, as a totality»* [Serres, Latour, 1995, 26-27].

^(II) *«the disparity between the technical difficulty and the paucity of the results»* [Serres, Latour, 1995, 8].

^(III) *«to connect the sciences to one another, and to other cultural formations. Let's give Husserl his due – his Krisis invents precisely this notion of cultural formation. [...] This word formation, as he uses it, signifies something like a layer of the Earth, geologically formed and deformed by and through the Earth's evolution»* [Serres, Latour, 1995, 32-33].

^(IV) *«perhaps I loved Plato because of his continual mixture of pure mathematics and shepherds' folktales. [...] this mixture is common to the best philosophers»* [Serres, Latour, 1995, 25].

^(V) *«What philosophy worthy of the name has truly been able to avoid the link between poem and theorem?»* [Serres, Latour, 1995, 34].

^(VI) *«1) le idee sono analizzabili ed è possibile rintracciare quell'alfabeto dei pensieri che è costituito dal catalogo delle nozioni semplici o primitive; 2) le idee possono essere rappresentate simbolicamente; 3) è possibile una rappresentazione simbolica delle relazioni tra le idee e, mediante opportune regole, è possibile procedere alla loro combinazione»* [Rossi, 1960, 238].

^(VII) *«It's main function [...] is representative and cognitive; inasmuch as the universal language permits the correct representation of reality, or, rather, of the knowledge of reality – i.e., inasmuch as it is constructed on the basis of a sign-system that permits the clear and exact expression of all human knowledge – its capacity to become a [sic] universal means of communication, a judge of controversies, and an aid to invention, finds a firm grounding»* [Pombo, 1987, 85].

^(VIII) *«the scandalous diversity of the various tongues»* [Pombo, 1987, 18].

^(IX) *«Geschichte ist von vornherein nichts anderes als die lebendige Bewegung des Miteinander und Ineinander von ursprünglicher Sinnbildung und Sinnsedimentierung»* [HUA VI, 380].

^(X) «Was ist das für ein sonderlicher Eigensinn, die Frage nach dem Ursprung der Geometrie durchaus auf einen unerfindlichen, nicht einmal sagenhaften Thales der Geometrie zurückführen zu wollen?» [HUA VI, 378].

^(XI) «My so-called "Platonism" does not consist in some sort of metaphysical or epistemological substructures, hypostases [Hypostasen], or theories but rather in the simple reference to a type of original "givens" which usually, however, are falsely explained away» [Husserl, 1975, 25].

^(XII) «[...] dann ist es klar, dass der Totalsinn der Geometrie (als entwickelte Wissenschaft und wie bei jeder Wissenschaft) nicht schon am Anfang als Vorhabe und dann in beweglicher Erfüllung dasein konnte» [HUA VI, 367].

^(XIII) «[...] Existenz von objektiv Daseiendem für "jedermann"», «[...] sie hat von ihrer Urstiftung her ein eigenartig überzeitliches [...] für alle Menschen, zunächst für wirkliche und mögliche Mathematiker aller Völker, aller Zeitalter zugängliches Dasein» [HUA VI, 367-368].

^(XIV) «[...] die menschliche Umwelt wesensmässig dieselbe ist, heute und immer» [HUA VI, 386].

^(XV) «Wir sind aber und wissen uns auch in Vermögen, in völliger Freiheit unser menschliches historisches Dasein und, was sich dabei als seine Lebenswelt auslegt, umdenken, umphantasieren, zu können. Und eben in diesem freien Variieren und Durchlaufen der lebensweltlichen Erdenklichkeiten tritt in apodiktischer Evidenz hervor ein wesensallgemeiner Bestand, der durch alle Varianten hindurchgeht [...] Diese Freiheit und die Blickrichtung auf das apodiktisch Invariante ergibt es immer wieder – in der Evidenz des die invariante Bildung beliebig Wiederholen-könnens – als das Identische, originaliter jederzeit Evidenzumachende. In eindeutiger Sprache Festzulegende, als das im strömend lebendigen Horizont ständig implizierte Wesen» [HUA VI, 383].

^(XVI) «[...] das ihm als Material der Idealisierungen dienen musste» [HUA VI, 383].

^(XVII) «Jedes Vorstellungsobjekt, ob physisch oder psychisch, abstrakt oder konkret, ob durch Empfindung oder Phantasie gegeben, kann zusammen mit einem jeden und beliebig vielen anderen zu einem Inbegriffe vereignit und demgemäss auch gezählt werden [...] Auf die Natur der einzelnen Inhalte kommt es also in keiner Weise an. [...] Daher sei die Zahl ein "universalissimum"» [HUA XII, 16-17].

^(XVIII) «Eine Figur oder Farbe können wir nicht für sich bemerken, ohne dass das ganz Objekt, das diese Figur oder Objekt hat» [HUA XIX/I, 246].

^(XIX) «[...] die Raumgestalt des physischen Dinges prinzipiell nur in blossen eiseitigen Abschattungen zu geben ist [...] jede physische Eigenschaft uns in Unendlichkeiten der Erfahrung hineinzieht» [HUA VI, 13].

(XX) *«Der Geometer, der seine Figuren auf die Tafel malt, erzeugt damit faktisch daseiende Striche auf der faktisch das ei enden Tafel. Aber sowenig wie sein physisches Erzeugen ist sein Erfahren des Erzeugten, qua Erfahren, begründend für sein geometrisches Wesensschau und Wesensdenken. Daher ist es gleich, ob er dabei halluziniert oder nicht, und ob er statt wirklich zu zeichnen, sich seine Linien und Konstruktionen in eine Phantasiewelt hineinbildet» [HUA VI, 21].*

(XXI) *«Der Geometer operiert in seinem forschenden Denken unvergleichlich mehr in der Phantasie, als in der Wahrnehmung an der Figur oder dem Modell [...] eine Freiheit, die ihm den Zugang in die Weiten der Wesensmöglichkeiten mit ihren unendlichen Horizonten von Wesenserkenntnissen allererst eröffnet. Die Zeichnungen folgen daher normalerweise den Phantasiekonstruktionen und dem auf ihrem Grunde sich vollziehenden eidetisch reinen Denken nach und dienen hauptsächlich dazu, Etappen des vordem schon vollzogenen Prozesses zu fixieren, und ihn dadurch leichter wieder zu vergegenwärtigen [...] Phantasieprozesse» [HUA VI, 147].*

(XXII) *«In der thematischen Wahrnehmung wird es bekannt, indem es sich während der Strecke des Erfahrens [...] als selbst da kontinuierlich darstellt, sich dabei in seine einzelnen Merkmale, seine Wasmomente auslegen» [ACA 1939, 30].*

(XXIII) *«Jede Erfahrung, hat eo ipso, hat notwendig ein Wissen und Mitwissen hinsichtlich eben dieses Dinges, nämlich von solchem ihm Eigenen, was sie noch nicht zu Gesicht bekommen hat. Dieses Vorwissen ist inhaltlich unbestimmt oder unvollkommen bestimmt, aber nie vollkommen leer, und wenn es nicht mitgelten würde, wäre die Erfahrung überhaupt nicht Erfahrung von einem und diesem Ding» [ACA 1939, 27].*

(XXIV) *«Diese ursprüngliche "Induktion" oder Antizipation erweist sich als ein Abwandlungsmodus ursprünglich stiftender Erkenntnisaktivitäten, von Aktivität und ursprünglicher Intention, also ein Modus der "Intentionalität", eben der über einen Kern der Gegebenheit hinausmeinenden, antizipierende» [ACA 1939, 28].*

(XXV) *«Damit haftet jeder Einzelapperzeption, jedem jeweiligen Gesamtbestand an Einzelapperzeptionen eine Sinnestrans zendenz» [ACA 1939, 30].*

(XXVI) *«Was aber den Außenhorizont anlangt, der sinnbestimmend zu diesem, zum jeweiligen einzelnen Realen gehört, so liegt er im Bewußtsein einer Potenzialität möglicher Erfahrungen von einzelnen Realen: als von solchen, die je ihr eigenes Apriori haben als ihre Typik, in der sie notwendig antizipiert sind, und die durch jede Erfüllung in Form dieser oder jener Möglichkeiten des invarianten Spielraumes invariant bleibt. Alle Sondertypik, die der besonderen Realen (und Konstellationen von Realen), ist aber umspielt von der Totalitätstypik, der zum ganzen Welthorizont in seiner Unendlichkeit gehörigen. Im Strömen der*

Welterfahrung, des konkret vollen Weltbewußtseins in seiner Jeweiligkeit, bleibt invariant der Seinssinn Welt und damit invariant der strukturelle Aufbau dieses Seinssinnes aus invarianten Typen von Einzelrealitäten» [ACA 1939, 32-33].

^(XXVII) *«[...] in ihnen kann keine Erfahrung als Erfahrung [...] die Funktion der Begründung übernehmen» [HUA VI, 20-21].*

^(XXVIII) *«Oder betrachten wir, um ein anderes Beispiel zu nehmen, die ganz eigentümliche Art, in welcher bei beliebigen Gesichtsobjekten die räumliche Ausdehnung mit der Farbe und diese wieder mit der Intensität in gegenseitiger Durchdringung verknüpft ist» [HUA XII, 300].*

^(XXIX) *«[...] in ihr [das Gemeinschaft] kann jedermann auch alles, was in der Umwelt seiner Menschheit da ist, als objektiv seiend besprechen» [HUA VI, 369-370].*

^(XXX) *«[im] dem freien Spiel der assoziativen Bildungen einen Riegel vorzuschieben», «Das geschieht, indem man auf Eindeutigkeit des sprachlichen Ausdrucks bedacht ist und auf eine Sicherung der eindeutig auszudrückenden Ergebnisse durch sorgsamste Prägung der betreffenden Worte, Sätze, Satzzusammenhänge» [HUA VI, 372].*

^(XXXI) *«Und so bezeichnet sich damit universal die Domäne der Logik» [HUA VI, 374].*

^(XXXII) *«die Gefahren eines wissenschaftlichen Lebens, das ganz den logischen Aktivitäten hingegeben ist» [HUA VI, 376].*

^(XXXIII) *«Überdenkt man unsere [...] Darlegungen, so machen sie ja gerade evident, dass unser Wissen: die gegenwärtig lebendige Kulturgestalt Geometrie sei Tradition und zugleich tradierend – nicht etwa ein Wissen um eine äussere Kausalität ist, die das Nacheinander der historischen Gestalten erwirkte [...] sondern sie und eine vorgebene Kulturtatsache überhaupt verstehen, dass heisst schon, ihrer Geschichtlichkeit bewusst sein, obschon, “implizite”» [HUA VI, 379].*

^(XXXIV) *«[...] die Enthüllung [der] innere Sinnesstruktur» [HUA VI, 380].*

^(XXXV) *«[...] die universale Quelle aller erdenklichen Verständnisprobleme» [HUA VI, 381].*

^(XXXVI) *«[...] eine schlechthin unbedingte, über alle historischen Faktizitäten hinausreichende Evidenz, eine wirklich apodiktische» [HUA VI, 381].*

^(XXXVII) *«Besteht zwischen zwei beliebigen Urteilen M und N ein unmittelbares Verhältnis von totalem analytischem Grund und totaler analytischer Folge, so zieht die Wahrheit des Grundes die Wahrheit der Folge und die Falschheit der Folge die Falschheit des Grundes nach sich» [HUA XVII, 72].*

^(XXXVIII) *«Aus zwei Urteilen der Form “wenn M so N” und “M” folgt analytisch “N”. Ebenso aus zwei urteilen der Form “wenn M so N” und “non N” folgt “non M”» [HUA XVII, 72].*

(XXXIX) «In freier Wiederholung der "Erläuterungen" jenes §70 [die Prolegomena] sei hier schon darauf hingewiesen, dass jede nomologisch erklärende theoretische Wissenschaft, z.B. die Euklidische Geometrie – so wie sie Euklid selbst verstanden hat als Theorie des anschaulichen Weltraumes – sich auf Theorienform bringen lässt. Das geschieht natürlich durch jene der Logik eigentümliche Verallgemeinerung der "Formalisierung", in der alle sachhaltigen Wasgehalte der Begriffe, also hier alles spezifisch Raumliche in Indeterminaten verwandelt werden, in Modi des leeren "Etwas-überhaupt". Dann wandelt sich das sachhaltige System der Geometrie in eine exemplarische Systemform, jeder geometrischen Wahrheit entspricht eine Wahrheitsform; jedem geometrischen Schluss oder Beweis eine Schlussform, Beweisform. Aus dem bestimmten Gegenstandsgebiet räumlicher Gegebenheiten wird die Form eines Gebietes, oder wie der Mathematiker sagt, eine Mannigfaltigkeit. Es ist nicht schlechthin eine Mannigfaltigkeit überhaupt, was so viel wäre wie eine Menge überhaupt, auch nicht die Form "unendliche Menge überhaupt", sondern es ist eine Menge, die nur ihre Besonderheit darin hat, dass sie in leerformaler Allgemeinheit gedacht ist als "ein" Gebiet, das bestimmt sei durch den vollständigen Inbegriff Euklidischer Postulatformen, also in einer deduktiven Disziplin von der aus der Euklidischen Raumgeometrie durch jene Formalisierung hergeleiteten Form» [ACA 1939, 97].

(XL) «A new conception of mathematics was very gradually developed in a systematic fashion during the second part of the nineteenth century which emphasized the relations between mathematical objects without considering the proper nature of these objects. Let us take an example that Husserl uses several times, that of whole numbers and addition. Let there be two whole numbers of any sort a, b ; they obey the relationship $a + b = b + a$, which expresses the commutativeness of arithmetical addition. Now we can bring our attention to bear upon this property of commutativeness in itself and abstractly consider an operation that possesses this property. In the same way we can envisage other properties, such as that of associativity, which arithmetical addition also obeys: $a + (b + c) = (a + b) + c$. Then, by obliterating all reference to the mathematically "concrete", we can speak of a set [ensemble] S of objects x, y, z, \dots regarding which we suppose a relation to be defined such that it obeys purely formal laws – $x \oplus y = y \oplus x$; $x \oplus (y \oplus z) = (x \oplus y) \oplus z$ (I) – x, y, z , being three objects of any sort whatever belonging to the set S . Thus we have characterized an abstract operation \oplus uniquely defined by the properties of associativity and commutativeness. Starting from this axiomatic system (I), we can develop an entire theory of that applies only to the formal properties codified in these axioms and that in no way depends on the "concrete" nature of the elements x, y, z, \dots or on the concrete sense that is given to the operation \oplus » [S. Bachelard, 1968, 26-27].

(XLI) «Hence by ascending to the abstract level, one can discern the mechanism of the various deductive implications, seeing the determining role of this or that property – in a word, discerning the essential» [S. Bachelard, 1968, 27-28].

(XLII) «[...] weighs upon our intellectual behavior» [S. Bachelard, 1968, 28].

(XLIII) «[...] la ciencia tendrá mayor exactitud (pues exactitude es simplicidad) [...] prescindiendo de la magnitud que com ella» [Aristóteles, 1994a, 512-513].

(XLIV) «If "bounded by a surface" is the definition of body there cannot be an infinite body either intelligible or sensible» [Aristóteles, 1994b, 204b, 348].

(XLV) «Beings are not distorted for the mathematician through the *χωριζέιν*; on the contrary, he moves in a field in which something determinate may be disclosed» [Heidegger, 2003, 70].

(XLVI) «as the mathematician investigates abstractions (for in his investigation he eliminates all the sensible qualities, e.g. weight and lightness, hardness and its contrary, and also heat and cold and the other sensible contrarieties, and leaves only the quantitative and continuous, sometimes in one, sometimes in two, sometimes in three dimensions [...] and examines the relative positions of some and the consequences of these, and the commensurability and incommensurability of others, and the ratios of others [...]), the same is true with regard to being» [Aristóteles, 1994c, 1061a-1061b, 1676-1677].

(XLVII) «[we] retain simply the multiplicity of possible sites, the moments of orientation [...] What is extracted from the *αισθητά* and becomes then the *θετόν*, the posited, is the moment of place, such that the extracted geometrical is no longer in its place» [Heidegger, 2003, 75].

(XLVIII) «Geometrical objects can always be oriented in accord with a *θέσις*. Every geometrical point, every element, line and surface, is fixed through a *θέσις*. Every geometrical object is an *οὐσία θετός*. This *θέσις* does not have to be a determination, but it pertains to one. On the other hand, the unit, the *μονάς*, does not bear in itself this orientation; it is *οὐσία αθετος*. In mathematics, the *θέσις* survives only in geometry, because geometry has a greater proximity to the *αισθητόν* than does arithmetics» [Heidegger, 2003, 76].

(XLIX) «Natürlich meint hier die Rede von Idealismus keine metaphysische Doktrin, sondern die Form der Erkenntnistheorie, welche das Ideale als Bedingung der Möglichkeit objektiver Erkenntnis überhaupt anerkennt» [HUA XIX/I, 112].

(L) «the sum total of this formal a priori [...] directed toward the entirety of the "categories of meaning" [Bedeutungskategorien] and toward the formal categories for objects correlated to them or, alternatively, the a priori laws based upon them. It thus includes the entire a priori of what is in the most fundamental sense the "analytic" or "formal" sphere» [Husserl, 1975, 28-29].

(LI) «the logic of pure (idealized) spatiality» [Husserl, 1975, 31].

(LII) «Une condition de possibilité de l'usage des inférences logiques et de l'efficacité des opérations logiques est que quelque chose soit déjà donné à notre faculté de représentation [in

der Vorstellung], que certains objets extra-logiques concrets soient intuitivement [*anschaulich*] présents en tant qu'expérience immédiate précédant toute pensée. Pour que les inférences logiques soient fiables, il faut pouvoir parcourir ces objets complètement dans toutes leurs parties, et il faut que soit donné avec eux immédiatement dans l'intuition, comme quelque chose qui ne puisse pas être réduit à autre chose et ne requiert pas de réduction, le fait qu'ils se présentent, qu'ils diffèrent l'un de l'autre ou qu'ils se suivent l'un l'autre par concaténation. Telle est la position philosophique de base que je considère être requise pour les mathématiques. (...) En mathématiques, ce que l'on considère sont les signes eux-mêmes, dont la forme (...) est immédiatement claire et reconnaissable» [Petitot, 2009, 15].

(LIII) «The “intuition” of space is not a “reading” or apprehension of the properties of objects, but from the very beginning, an action performed on them. It is precisely because it enriches and develops physical reality instead of merely extracting from it a set of ready-made structures, that action is eventually able to transcend physical limitations and create operational schemata which can be formalized and made to function in a purely abstract, deductive fashion. From the rudimentary sensori-motor activity right up to abstract operations, the development of geometrical intuition is that of an activity, in the fullest sense; beginning with adaptive actions which link it with the object, and at the same time assimilate the object to its own functional structure, transforming it in the process as completely as geometry has transformed physics» [Piaget et al., 1967, 449].

(LIV) «[...] topological relations precede projective and euclidean ones» [Piaget et al., 1967, 449].

(LV) «*Gloriatur Geometria, quod tam paucis principiis [...] tam multa praestet*» Isaac Newton apud [Kant, 2004b, 14].

(LVI) «the ground for the possibility of a priori synthetic knowledge is the transcendental power of imagination. [...] This does not lie “between” both of the previously cited stems, but rather is their root. This [root] is indicated by the fact that pure sensibility and pure understanding lead back to the power of imagination-not only this, but to theoretical and practical reason in their separateness and their unity» [Heidegger, 1990, 192].

(LVII) «The art of naturalism is the savage's idea, the aspiration to transmit what is seen, but not to create a new form», «The reflection of nature on canvas, as in a mirror» [Bowl, 1976, 121, 120].

(LVIII) «the real man with his subtle range of feelings, psychology, and anatomy had not been discovered» [Bowl, 1976, 119].

(LIX) «And between the art of creating and the art of repeating there is a great difference» [Bowl, 1976, 122].

(LX) *«Their bodies fly in airplanes, but they cover art and life with the old robes of Neros and Titians»; «we should seek forms that correspond to modern life»; «to create means to live, forever creating newer and newer things»; «the artist can be a creator only when the forms in his picture have nothing in common with nature» [Bowlt, 1976, 120, 122].*

(LXI) *«We are the living heart of nature»; «we are her living brain, which magnifies her life»; «Forms must be given life and the right to individual existence» [Bowlt, 1976, 123].*

(LXII) *«And this is possible when we free all art of philistine ideas and subject matter and teach our consciousness to see everything in nature not as real objects and forms, but as material, as masses from which forms must be made, that have nothing in common with nature» [Bowlt, 1976, 123].*

(LXIII) *«Color and texture are of the greatest value in painterly creation – they are the essence of painting; but this essence has always been killed by the subject. And if the masters of the Renaissance had discovered painterly surface, it would have been much nobler and more valuable than any Madonna or Gioconda. And any hewn pentagon or hexagon would have been a greater work of sculpture than the Venus de Milo or David» [Bowlt, 1976, 123].*

(LXIV) *«they should have deprived forms of content and meaning» [Bowlt, 1976, 123-124].*

(LXV) *«Underlying this destruction lay primarily not the transmission of the movement of objects, but their destruction for the sake of pure painterly essence, i.e., toward attainment of nonobjective creation» [Bowlt, 1976, 127].*